



11주_삼각측량

가천대학교 토목환경공학과
박홍기



삼각망측량

- 평면기준점의 위치결정을 위한 측량 기법
- “트래버스측량” 기법이 한 측선에 대하여 한번의 수평 각 관측과 한번의 거리 관측을 행하여 측점의 좌표를 구해 나가는 기법인 반면, “삼각망측량”은 한 측점 좌표 계산을 위해 많은 잉여관측이 이루어짐
- 잉여관측이 많으므로 “트래버스측량”에 비하여 정밀한 결과를 얻을 수 있으며, 따라서, 평면위치결정을 위한 지상 측량 기법으로서는 가장 높은 정밀도를 가지는 기법이다.
- 예전에는 삼각망측량을 삼각측량과 삼변측량으로 구분하였으나, 현재는 구분의 의미가 거의 없어짐

삼각점 성과표

視準點의 名稱	調整方向角	距離의 對數	視準點의 名稱	調整方向角	距離의 對數
<u>○ 瑟琵山(東)</u>					
	$B = 35^\circ 42' 45''.426$	$X = -253,710.16\text{ m}$			
	$L = 128^\circ 31' 22.436$	$Y = -43,167.76$			
		$H = 1,083.58$			
眞北方向角	$\alpha = +0^\circ 16' 42''.61$		嶠巒山	218 04 06.41	4.676 4360
八公山	25° 09' 15''.39	4.566 0227	菊1彌陀山	224 01 36.80	4.486 8503
深21七里峰	30 32 51.70	4.082 5686	〃19龍沼山	227 43 20.60	4.005 9543
石頭山	75 19 39.43	4.673 0130	〃3巣鶴山	246 03 10.50	4.296 1113
緒16鶴日山	90 37 42.20	4.490 8827	吾道山	263 54 35.26	4.611 1561
雲門山	103 50 26.12	4.650 0509	平3法秀峰	263 13 16.50	4.357 1292
緒12華岳山	131 57 53.70	4.306 4436	星山	317 26 38.47	4.446 8173
德對山	166 50 50.05	4.479 1872	深3臥龍山	356 23 39.80	4.231 5785
緒13飄龍山	177 42 21.50	4.272 5304			

1) 삼각점 | 명칭 및 등급

● … 1등 ○ … 2등 ● … 3등 ○ … 4등

2) 좌표계의 원점 ((동) : 동부원점, (중) : 중부원점)

3) 위도 및 경도 (B, breite : 위도, L, lange : 경도)

4) 평면직각좌표 (X, Y)

5) 표고 (H) (직접수준측량으로 기본수준점 판측)

6) 진북방향각 (α : 삼각점이 원점에서 동쪽에 있을 때(-) 서쪽에 있을 때(+))

7) 시준점의 명칭 (深: 측량자, 21 삼각망내 삼각점번호, 七里峰: 시준점)

8) 조정방향각

9) 거리의 대수 (화전타원체 면상의 거리)

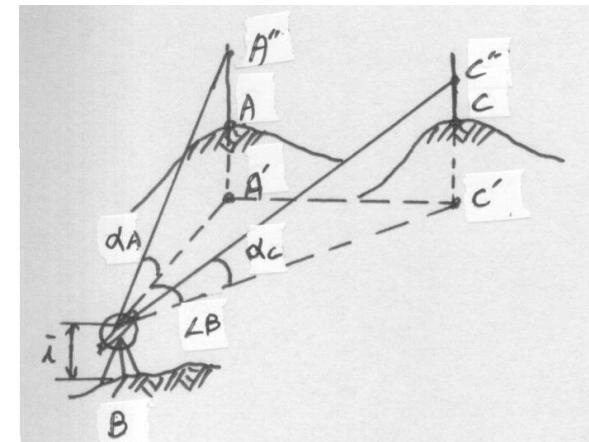
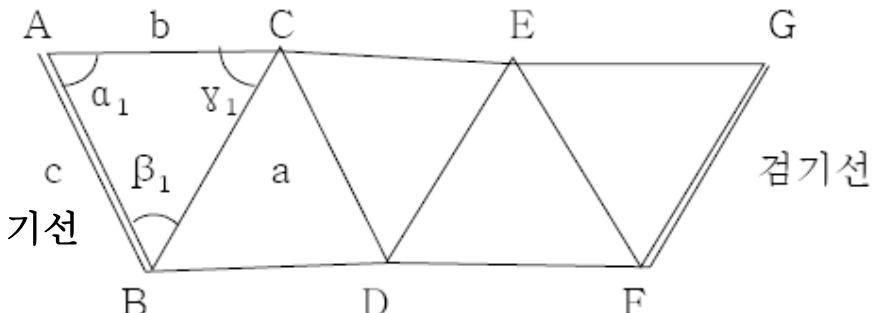


삼각측량

- ▶ 수평각만 관측하여 삼각법으로 거리 계산하고, 미지점의 수평위치를 결정
- ▶ 대지삼각측량(측지삼각측량), 소지삼각측량(평면삼각측량)으로 구분
- ▶ 근래에는 전자파거리측정기의 발달로 20~30km의 먼 거리도 매우 짧은 시간에 높은 정밀도로 측정할 수 있으며 GPS와 같은 위성측량의 발달로 삼각측량의 이용도가 상대적으로 낮아지고 있다.

삼각측량의 원리

- 측량지역에 적당한 간격의 삼각점을 선정, 삼각망을 구성한 후 삼각점에서 내각을 측정하고 삼각법에 의해 미지변을 계산한 후 좌표를 계산



$$(\text{sin } e\text{법칙}) \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\therefore a = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} c$$

$$\therefore b = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} c$$

삼각망의 종류

- 가능한 한 정삼각형에 가깝게 삼각망 구성. 1각 크기 $25^\circ \sim 130^\circ$ 범위.

1) 단열삼각형망

- 폭이 좁고 길이가 긴 지역 적합, 하천측량, 노선측량, 터널측량 등
- 거리에 비해 관측수가 적어 측량이 신속 측량비가 적게 드나 조건식이 적기 때문에 정밀도 낮음.

2) 사변형망

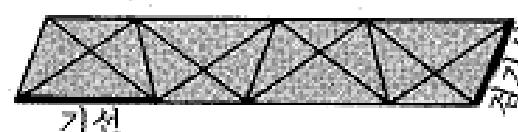
- 조건식의 수가 많아 정밀도 가장 높다.
- 조정이 복잡, 시간과 비용이 많이 듈다.
- 기선 확대 및 축소, 시가지의 높은 정밀측량에 이용.

3) 유심다각형망

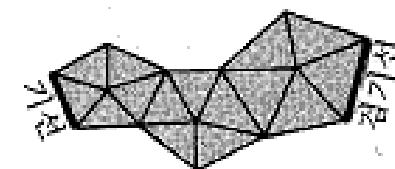
- 포괄면적이 크고 정밀도도 비교적 높다. 광대한 농지 및 단지측량에 적합.



(단열 삼각망)

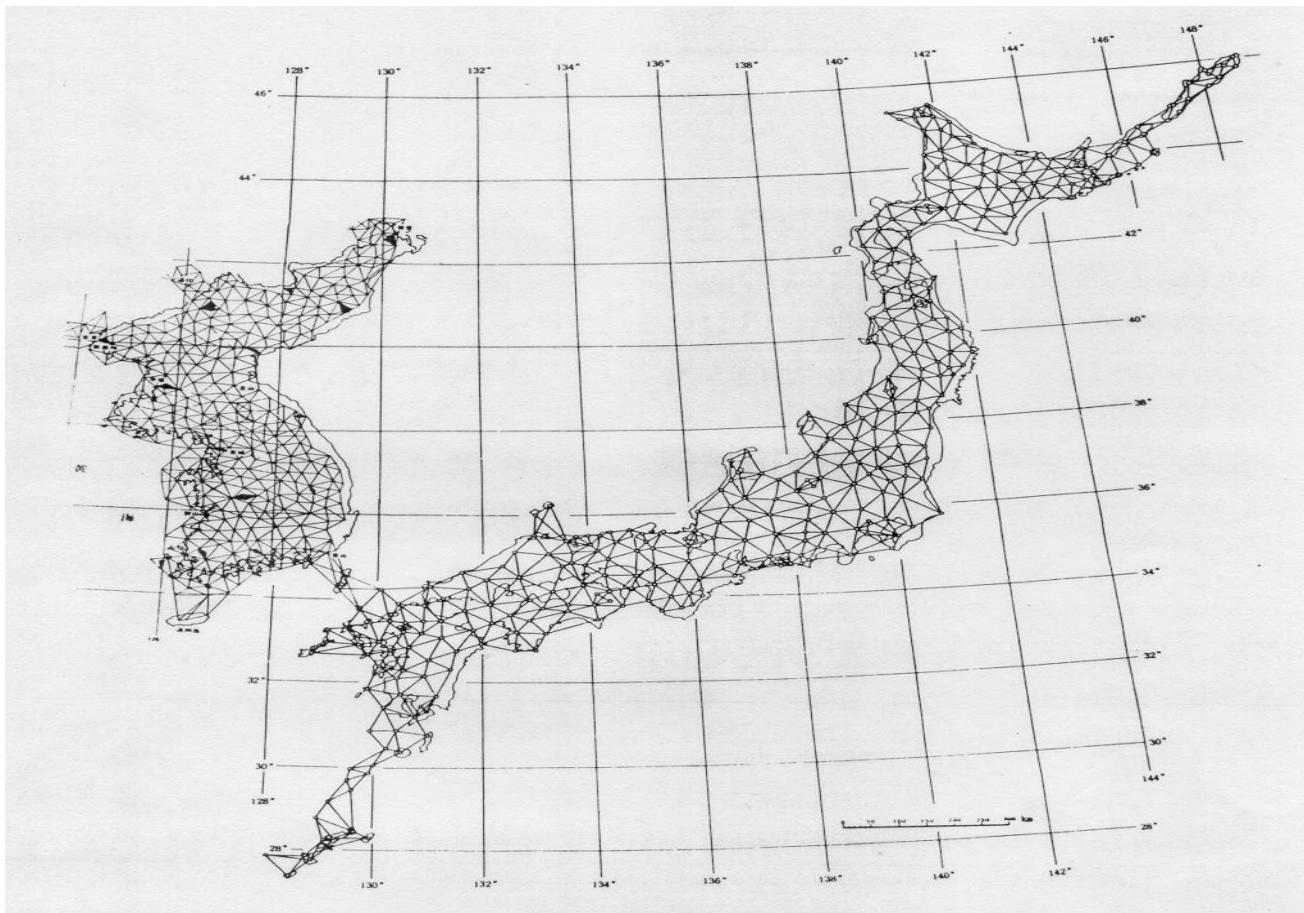


(사변형망)



(유심망)

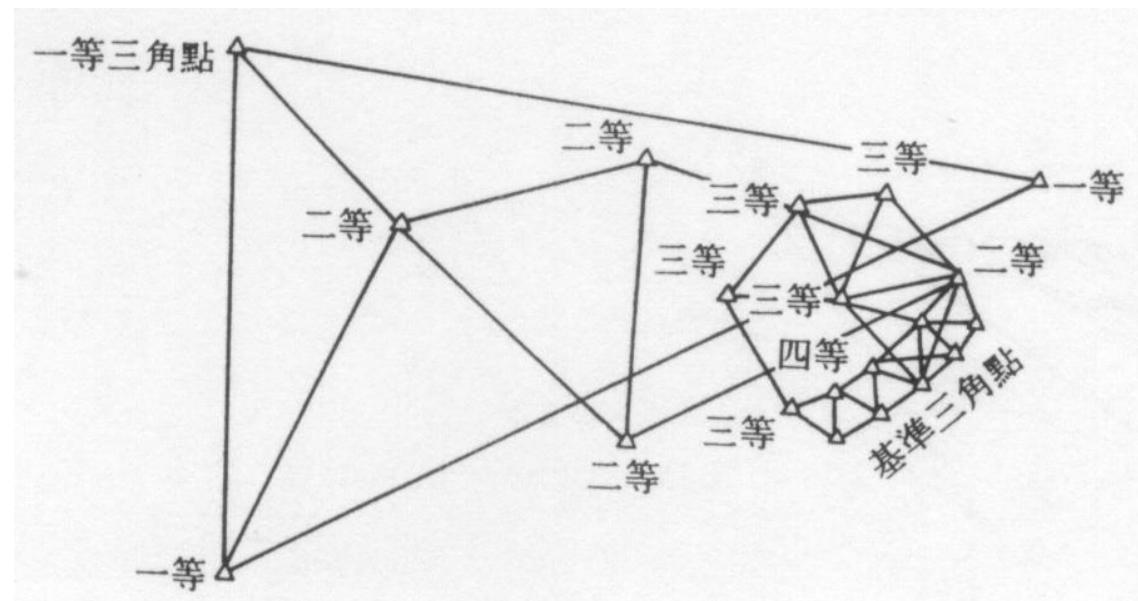
한일 삼각망도



가천대학교 박홍기

삼각측량의 등급

- 각 관측 정밀도에 따라 1등 삼각점, 2등 삼각점, 3등 삼각점, 4등 삼각점으로 구분.
- 1등, 2등 삼각측량에서는 지구의 곡률 고려하고 구면 삼각법에 의해 계산.
- 3등, 4등 삼각측량은 지구 표면을 평면으로 간주 평면 삼각법에 의해 계산.



구분	대삼각		소삼각	
	1등 삼각점	2등 삼각점	3등 삼각점	4등 삼각점
평균변의길이	30km	10km	5km	2.5km
교각(交角)	약 60°	30 ~ 120°	25 ~ 130°	15°이상
최소읽음값	0.1"	0.1"	1"	1"
관측법	각관측	각관측	각관측	각관측
수평각의 제한	대횟수	12	6	3
	배각차			15" 20"
	관측차	1.5"	2.0"	8" 10"
	삼각형의 폐합차	1.0"	5.0"	15.0" 20.0"
조정법	조건식에의 한 망조정	좌표조정 (3차까지)	좌표조정 (6차까지)	간략좌표 조정(5차)
변길이의 계산단위	대수 8 자리	대수 7 자리	대수 6 자리	대수 6 자리
각의 계산단위	0.01"	0.01"	0.1"	1.0"
수평각의 평균 제곱근오차	1 방향 ± 0.5"	1 방향 ± 1.0"	1 방향 ± 2.0"	수평위치 ± 5 cm



삼각측량의 순서

1) 기지 삼각점을 이용한 삼각측량의 순서

- ① 도상계획
- ② 조사. 선점
- ③ 조표
- ④ 삼각성과표의 전기 및 신좌표 계산
- ⑤ 각관측(수평각 및 연직각)
- ⑥ 계산 및 성과표 작성
- ⑦ 삼각점 전개

2) 기지 삼각점을 이용하지 않은 독립삼각측량 순서

- ① 도상계획
- ② 조사 및 선점
- ③ 조표
- ④ 기선 및 검기선측량
- ⑤ 각관측
- ⑥ 천문측량
- ⑦ 계산 및 성과표작성
- ⑧ 삼각점 전개



선점

1) 기선 위치 선정에 고려할 사항

- ① 되도록 평탄할 것
- ② 기선의 양 끝이 서로 잘 보이는 것은 물론이고 주변 삼각점도 시준이 용이하여야 한다.
- ③ 부근의 삼각점 연결에 편리할 것
- ④ 기선의 길이는 삼각망의 변장과 거의 같아야 하므로 만일 이러한 길이를 쉽게 얻을 수 없는 경우는 기선을 증대시키는데 용이하여야 한다.

2) 삼각점 선정에 고려할 사항

- ① 삼각형의 내각은 60° 에 가깝게 하는 것이 좋으며 불가피할 경우는 $30^{\circ} \sim 60^{\circ}$ 범위로 선정되어야 한다.
- ② 각 점이 서로 잘 보일 것
- ③ 계속해서 연결되는 작업에 편리할 것
- ④ 표지와 기계가 움직이지 않을 견고한 지점일 것
- ⑤ 사용하는 기계의 망원경으로 충분히 정확하게 시준할 수 있는 거리일 것
- ⑥ 벌목을 많이 하거나 높은 시준탑을 세우지 않아도 관측할 수 있는 점일 것



조표

1) 표지(station mark)

- 영구표지, 일시표지, 가설표지

① 영구표지

- 그 위치를 영구히 보존할 필요가 있을 때 땅에 매설

- 삼각점표석, 도근점표석, 방위표석, 수준점표석, 자기점표석, 기선검정표석, 기선표석 등

- 표석은 화강암으로 만들며 표주의 머릿 부분은 정사각형 형태.

- 크기는 1등 삼각점 $15\text{cm} \times 15\text{cm}$ (길이 73cm), 2등 삼각점 $12\text{cm} \times 12\text{cm}$ (길이 67cm), 3.4등 삼각점 $9\text{cm} \times 9\text{cm}$ (길이 60cm)

② 일시표지

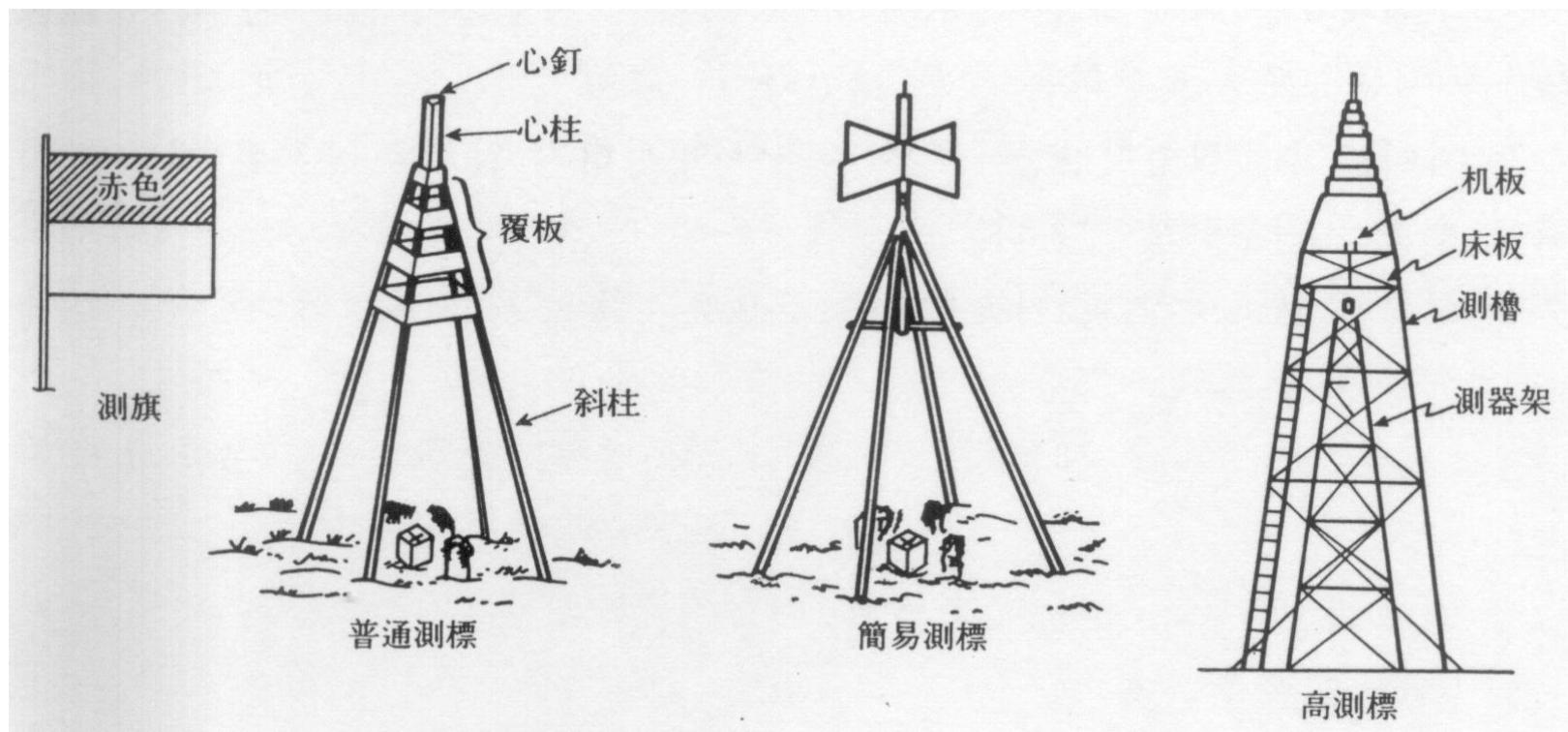
측표 및 말뚝.

③ 가설표지

측량에 사용되는 표기 및 말뚝

2) 측표(signal)

그 주위의 물체보다 높고 주변의 색조와 대조적인 것으로서 잘 보이도록 하여야 함. 삼각점에 연직으로 세워야 한다.

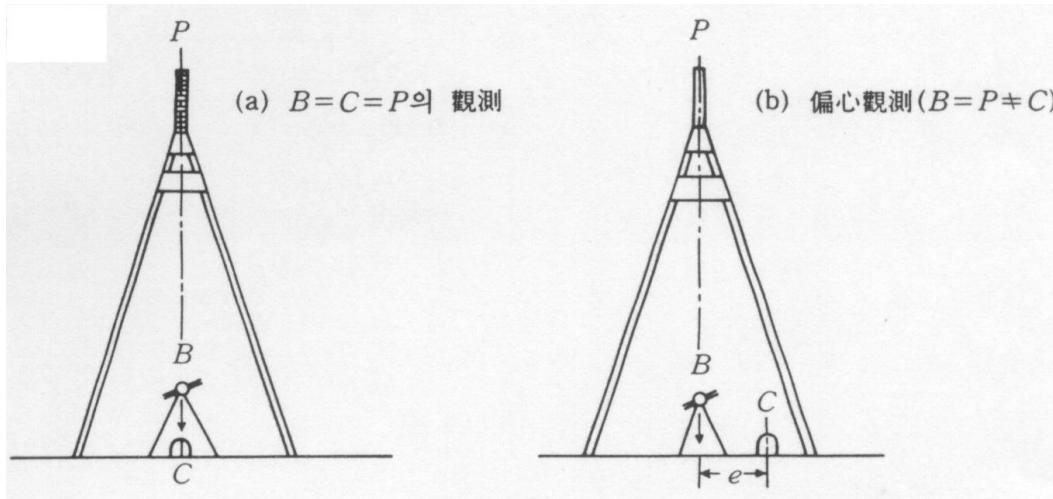




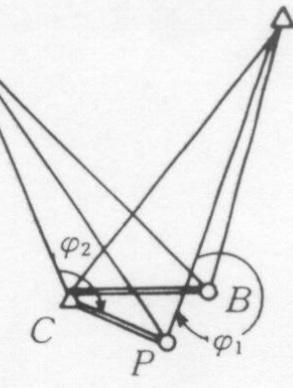
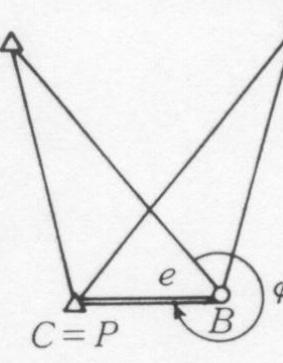
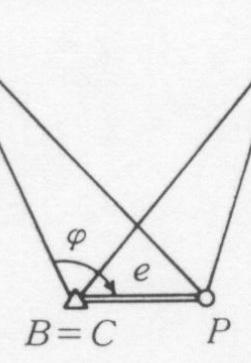
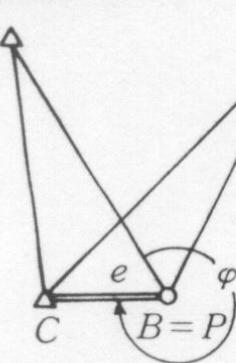
기선 관측

- 각도만을 관측하면, 삼각망의 모양만 결정될 뿐, 크기, 위치, 자세는 결정되지 않는다. 따라서, 반드시 한 변 이상의 측선에 대한 거리 관측이 있어야 하며, 기준점 한 점과 방위각 관측도 있어야 한다.
- 이 최소한의 거리관측을 위한 측선을 ‘기선(Base Line)’이라고 하고, 삼각망의 크기 검사를 위한 검사용 잉여 기선을 ‘검기선(Check Base Line)’이라고 한다.
- 한 두변의 측선 거리로 삼각망의 크기를 결정하게 되므로, 기선관측의 정밀도는 곧 삼각망 전체의 정밀도의 기본이 된다. 즉, 삼각측량에서는 기선관측의 정밀도가 가장 중요한 요소이기 때문에 “거리 측량”의 주요 부분은 본 기선관측에 적용되었다. 그러나, EDM의 출현으로 거리관측이 정밀하면서도 쉽게 수행할 수 있게 되어, 삼각망 결정에 다수의 EDM 관측을 포함시킬 수 있게 되면서, 기선관측의 의미는 거의 없어졌다고 할 수 있다.

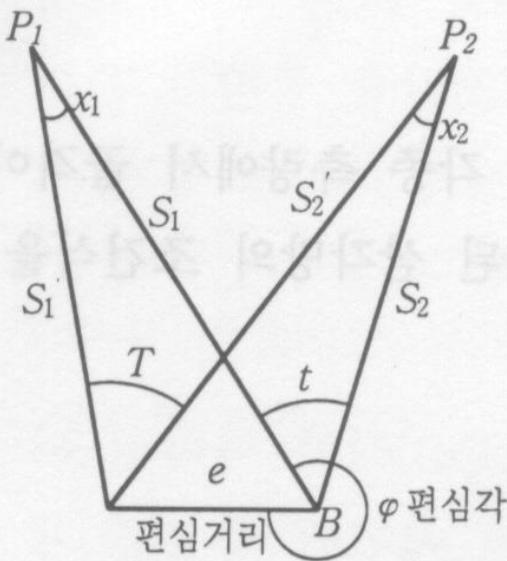
편심관측과 귀심계산



偏心의 種類



편심조정



$$\frac{e}{\sin x_1} = \frac{S_1'}{\sin(360^\circ - \phi)}$$
$$\Rightarrow x_1'' \doteq \frac{e \sin(360^\circ - \phi)}{S_1'} \rho''$$
$$\frac{e}{\sin x_2} = \frac{S_2'}{\sin(360^\circ - \phi + t)}$$
$$\Rightarrow x_2'' \doteq \frac{e \sin(360^\circ - \phi + t)}{S_2'} \rho''$$
$$\therefore T = t + x_2'' - x_1''$$

조정계산

▶ 조건식 계산

① 각조건식 수 : $K_1 = \ell - P + 1$

② 변조건식 수 : $K_2 = \ell - 2P + B + 2$

③ 점조건식 수 : $K_3 = a + P - 2\ell$

④ 조건식 총수 : $K_4 = a + B - 2P + 3$

여기서, ℓ : 변의 수

P : 삼각점의 수

B : 기선의 수

a : 관측각의 수



관측각 조정방법

① 엄밀조정법

- 일반최소제곱법에 의한 방법으로서 이론적으로 가장 타당
- 최소제곱법은 기하학적 조건을 만족하도록 조정하기 때문에 계산이 복잡하고 많은 노력이 필요
- 고정밀 삼각측량의 조정에 주로 사용

② 간편조정법

- 기하학적 조건들을 순서에 따라 독립적으로 택하여 계산
- 조정된 각은 다른 조건들을 조정하는데 사용
- 계산이 간편하고 4 등 삼각 측량 이하의 저등급 삼각측량의 조정에 많이 이용
- 최소제곱법에서는 주로 관측방정식을 형성하여 컴퓨터에 의한 계산됨
- 간편조정법에서는 관측방정식 대신에 조건방정식에 의해 계산됨

사변형 조정계산

➤ 근사법에 의한 조정법

1) 각조건에 의한 조정(제 1조정)

$$\{(1)+(2)+(3)+(4)+(5)+(6)+(7)+(8)\}-360^\circ = \varepsilon_s$$

$$\{(1)+(2)\}-\{(5)+(6)\} = \varepsilon_1$$

$$\{(3)+(4)\}-\{(7)+(8)\} = \varepsilon_2$$

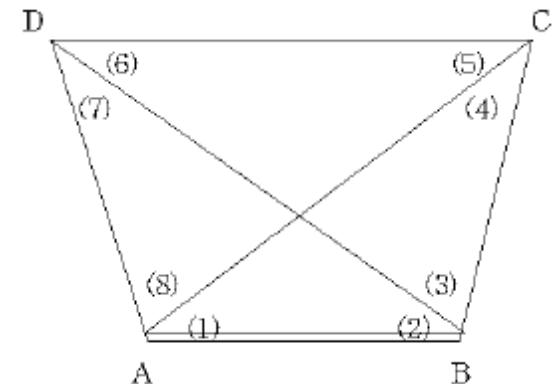
2) 변조건에 의한 조정(제 2조정)

- $\log \sin 1''$ 의 표차의 합으로 ε_4 를 소거하여 홀수각과 짝수각에 동등하게 증감하는 법

$$\frac{\sin(2)\sin(4)\sin(6)\sin(8)}{\sin(1)\sin(3)\sin(5)\sin(7)} = 1$$

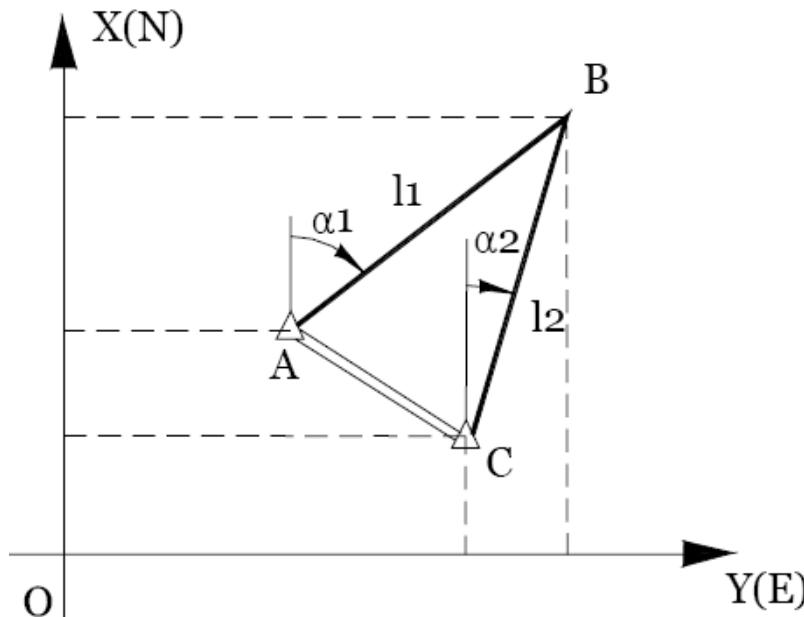
$$\sum \log \sin(\text{홀수}) - \sum \log \sin(\text{짝수}) = 0$$

$$\begin{aligned} E_4 = & \log \sin(1) + \log \sin(3) + \log \sin(5) + \log \sin(7) \\ & - [\log \sin(2) + \log \sin(4) + \log \sin(6) + \log \sin(8)] \end{aligned}$$



좌표 계산

- 좌표가 알려진 측점을 측선 시작점으로 하여, 측선의 변장과 방위 각으로 위거와 경거를 구하고 앞 측점의 좌표에 구한 위거와 경거를 더하여 측선 다른 쪽 측점의 좌표로 한다. 이 측점을 시작점으로 하여 다시 동일 과정을 반복하여, 모든 측점의 좌표를 계산한다.



B 점의 좌표 x_B, y_B 는
A 로 부터, $x_B = x_A + l_1 \cos \alpha_1$
 $y_B = y_A + l_1 \sin \alpha_1$

C 로 부터, $x_B = x_C + l_2 \cos \alpha_2$
 $y_B = y_C + l_2 \sin \alpha_2$

이와 같이 A 와 C 로 부터 구한
좌표의 평균값을 최종 좌표값
으로 한다.

표고계산 (삼각수준측량)

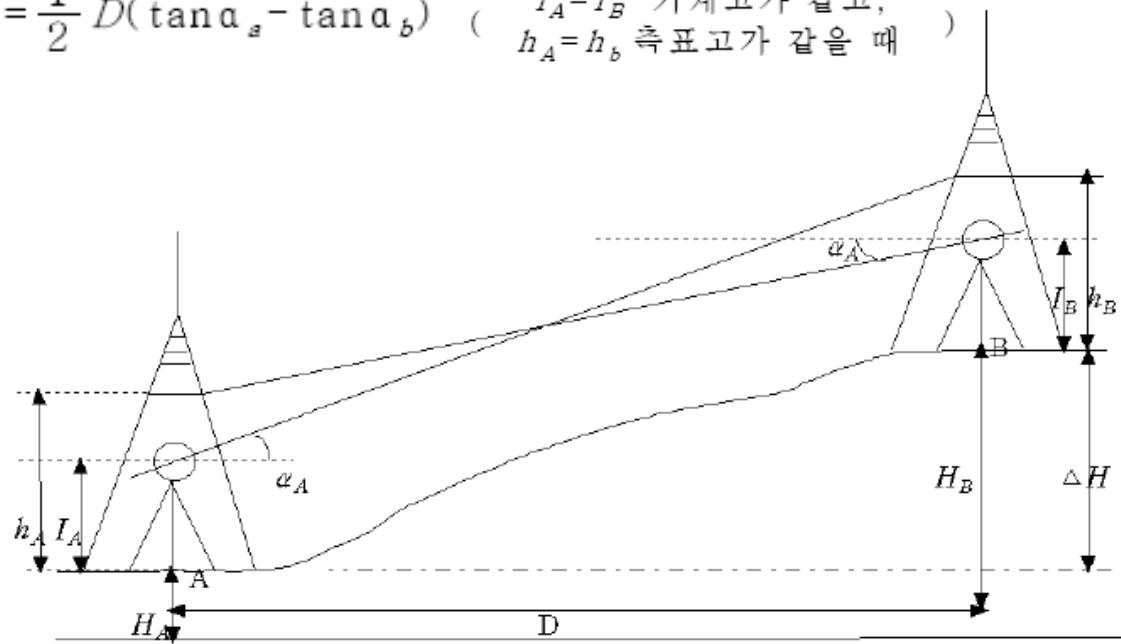
정방향(A->B): $\Delta H = D \tan \alpha_A + I_A - h_B + \Delta E$

+ 반방향(B->A): $\Delta H = D \tan \alpha_B - I_B + h_A - \Delta E$

양방향판측 $\Delta H = \frac{1}{2} D(\tan \alpha_A - \tan \alpha_B) + \frac{1}{2}(I_A - I_B) + \frac{1}{2}(h_A - h_B)$

$$= \frac{1}{2} D(\tan \alpha_A - \tan \alpha_B) \quad (I_A = I_B \text{ 기계고가 같고, } h_A = h_B \text{ 측표고가 같을 때})$$

$$\therefore \Delta H_B = H_A + \Delta H$$





지구곡률 및 대기굴절에 의한 오차

(1) 지구곡률에 의한 오차 = 구차

지구가 회전타원체인 것에 기인된 오차를 말하며, 이 오차만큼 크게 조정.

$$E_c = + \frac{S^2}{2R}$$

(2) 대기굴절(빛의 굴절)에 의한 오차 = 기차

지구공간에서 대기가 지표면에 가까울수록 밀도가 커지므로 생기는 오차를 말하며, 이 오차만큼 작게 조정.

$$E_t = - \frac{KS^2}{2R}$$

(3) 양차 : 구차와 기차의 합

$$\Delta E = \frac{(1-K)S^2}{2R}$$

여기서, E_c : 구차

E_t : 기차

ΔE : 양차

R : 지구반경

S : 수평거리

K : 빛의 굴절계수



The End