

11주_삼각측량

가천대학교 토목환경공학과
박 홍 기



삼각망측량

- 평면기준점의 위치결정을 위한 측량 기법
- “트래버스측량” 기법이 한 측선에 대하여 한번의 수평 각 관측과 한번의 거리 관측을 행하여 측점의 좌표를 구해 나가는 기법인 반면, “삼각망측량”은 한 측점 좌표 계산을 위해 많은 잉여관측이 이루어짐
- 잉여관측이 많으므로 “트래버스측량”에 비하여 정밀한 결과를 얻을 수 있으며, 따라서, 평면위치결정을 위한 지상 측량 기법으로서는 가장 높은 정밀도를 가지는 기법이다.
- 예전에는 삼각망측량을 삼각측량과 삼변측량으로 구분 하였으나, 현재는 구분의 의미가 거의 없어짐

삼각점 성과표

視準點의 名稱	調整方向角	距離의 對數	視準點의 名稱	調整方向角	距離의 對數
---------	-------	--------	---------	-------	--------

○ 瑟 琵 山 (東)

$B = 35^{\circ} 42' 45''.426$ $X = -253,710.16 \text{ m}$

$L = 128 31 22.436$ $Y = -43,167.76$

$H = 1,083.58$

眞北方向角	$\alpha = +0^{\circ} 16' 42''.61$		峯嶺山	218 04 06.41	4.676 4360
八公山	$25^{\circ} 09' 15''.39$	4.566 0227	菊 1 彌陀山	224 01 36.80	4.486 8503
深 21 七里峰	30 32 51.70	4.082 5686	" 19 龍沼山	227 43 20.60	4.005 9543
石頭山	75 19 39.43	4.673 0130	" 3 巢鶴山	246 03 10.50	4.296 1113
緒 16 鶴日山	90 37 42.20	4.490 8827	吾道山	263 54 35.26	4.611 1561
雲門山	103 50 26.12	4.650 0509	平 3 法秀峰	263 13 16.50	4.357 1292
緒 12 華岳山	131 57 53.70	4.306 4436	星 山	317 26 38.47	4.446 8173
德對山	166 50 50.05	4.479 1872	深 3 臥龍山	356 23 39.80	4.231 5785
緒 13 瓶龍山	177 42 21.50	4.272 5304			

1) 삼각점 명칭 및 등급

● ... 1등 ◎ ... 2등 ● ... 3등 ○ ... 4등

2) 좌표계의 원점 ((동) : 동부원점, (중) : 중부원점)

3) 위도 및 경도 (B, breite : 위도, L, lange : 경도)

4) 평면직각좌표 (X, Y)

5) 표고 (H) (직접수준측량으로 기본수준점 관측)

6) 진북방향각 (α : 삼각점이 원점에서 동쪽에 있을 때(-) 서쪽에 있을 때(+))

7) 시준점의 명칭 (深: 측량자, 21 삼각망내 삼각점번호, 七里峰: 시준점)

8) 조정방향각

9) 거리의 대수 (화전타원체 면상의 거리)

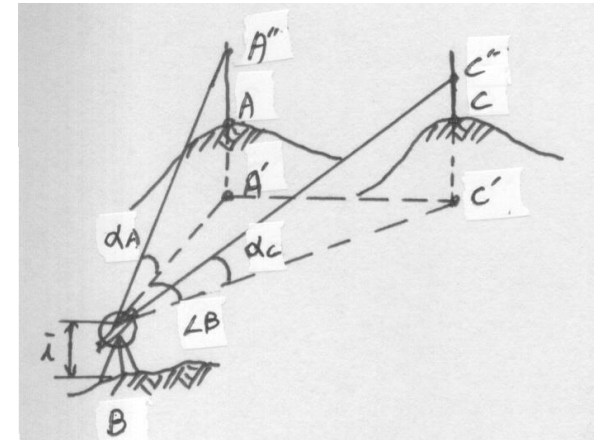
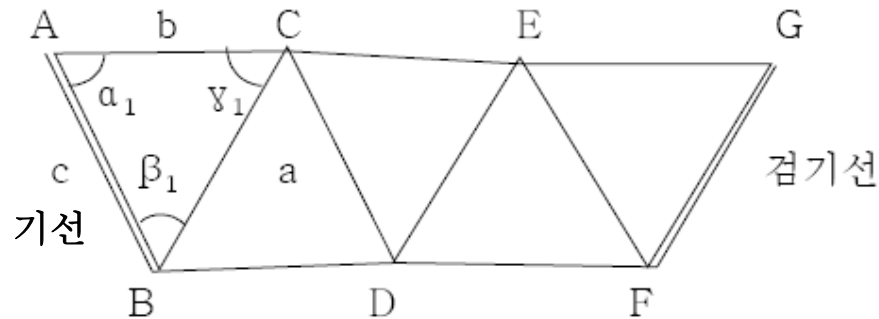


삼각측량

- ▶ 수평각만 관측하여 삼각법으로 거리 계산하고, 미지점의 수평위치를 결정
- ▶ 대지삼각측량(측지삼각측량), 소지삼각측량(평면삼각측량)으로 구분
- ▶ 근래에는 전자파거리측정기의 발달로 20~30km의 먼 거리도 매우 짧은 시간에 높은 정밀도로 측정할 수 있으며 GPS와 같은 위성측량의 발달로 삼각측량의 이용도가 상대적으로 낮아지고 있다.

삼각측량의 원리

- ▶ 측량지역에 적당한 간격의 삼각점을 선정, 삼각망을 구성한 후 삼각점에서 내각을 측정하고 삼각법에 의해 미지변을 계산한 후 좌표를 계산



$$(\text{sin e 법칙}) \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\therefore a = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} c$$

$$\therefore b = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} c$$

삼각망의 종류

- 가능한 한 정삼각형에 가깝게 삼각망 구성. 1각 크기 $25^{\circ} \sim 130^{\circ}$ 범위.

1) 단열삼각형망

- 폭이 좁고 길이가 긴 지역 적합, 하천측량, 노선측량, 터널측량 등
- 거리에 비해 관측수가 적어 측량이 신속 측량비가 적게 드나 조건식이 적기 때문에 정밀도 낮음.

2) 사변형망

- 조건식의 수가 많아 정밀도 가장 높다.
- 조정이 복잡, 시간과 비용이 많이 든다.
- 기선 확대 및 축소, 시가지의 높은 정밀측량에 이용.

3) 유심다각형망

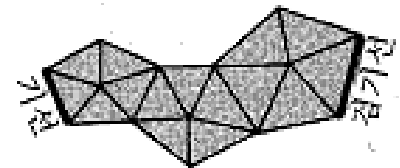
- 포괄면적이 크고 정밀도도 비교적 높다. 광대한 농지 및 단지측량에 적합.



(단열 삼각망)

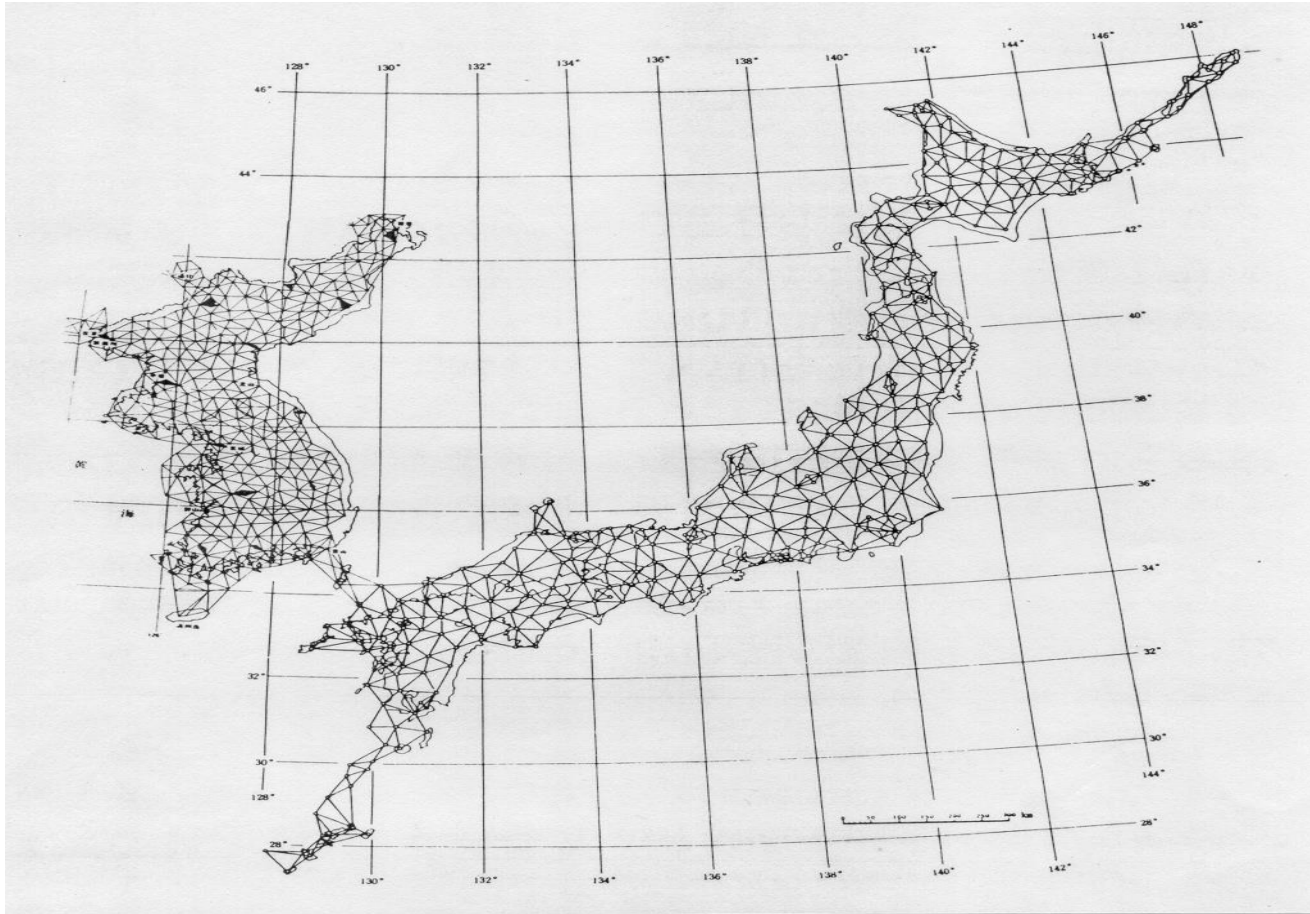


(사변형망)



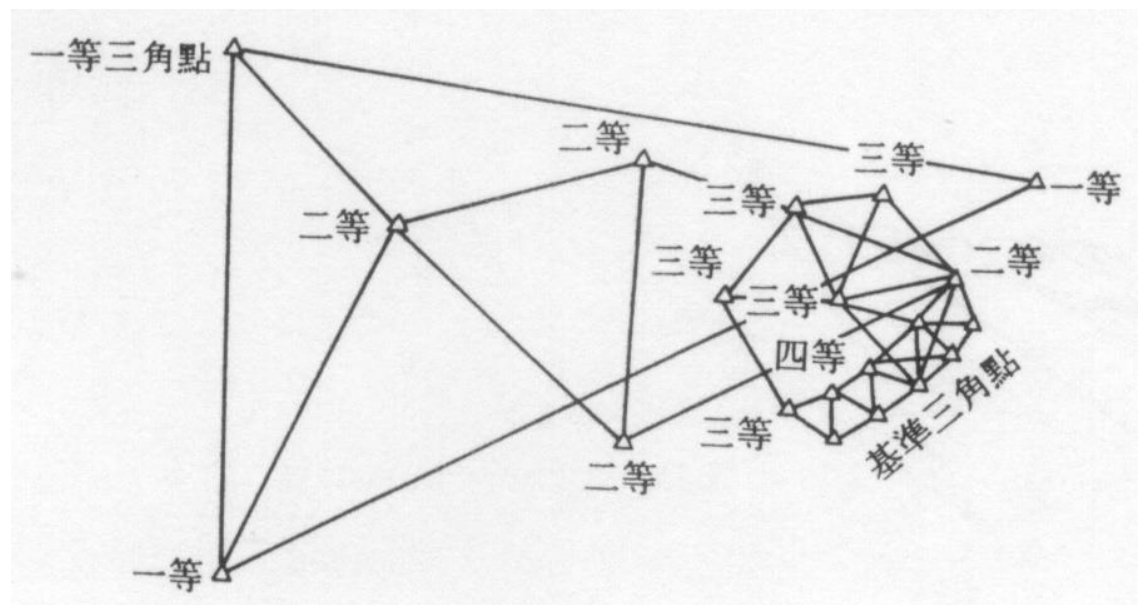
(유심망)

한일 삼각망도



삼각측량의 등급

- ▶ 각관측 정밀도에 따라 1등삼각점, 2등삼각점, 3등삼각점, 4등삼각점으로 구분.
- ▶ 1등, 2등 삼각측량에서는 지구의 곡률 고려하고 구면 삼각법에 의해 계산.
- ▶ 3등, 4등 삼각측량은 지구 표면을 평면으로 간주 평면삼각법에 의해 계산.



구분		대삼각		소삼각	
		1등 삼각점	2등 삼각점	3등 삼각점	4등 삼각점
평균변의길이		30km	10km	5km	2.5km
교각(交角)		약 60°	30 ~ 120°	25 ~ 130°	15°이상
최소읽음값		0.1″	0.1″	1″	1″
관측법		각관측	각관측	각관측	각관측
수 평 각 의 제 한	대횡수	12	6	3	2
	배각차			15″	20″
	관측차	1.5″	2.0″	8″	10″
	삼각형의 폐합차	1.0″	5.0″	15.0″	20.0″
조정법		조건식에의 한 망조정	좌표조정 (3차까지)	좌표조정 (6차까지)	간략좌표 조정(5차)
변길이의계산단위		대수 8 자리	대수 7 자리	대수 6 자리	대수 6 자리
각의계산단위		0.01″	0.01″	0.1″	1.0″
수평각의 평균 제공근오차		1 방향 ± 0.5″	1 방향 ± 1.0″	1 방향 ± 2.0″	수평위치 ± 5 cm



삼각측량의 순서

1) 기지 삼각점을 이용한 삼각측량의 순서

- ① 도상계획 ② 조사.선점 ③ 조표
- ④ 삼각성과표의 전기 및 신좌표 계산 ⑤ 각관측(수평각 및 연직각)
- ⑥ 계산 및 성과표 작성 ⑦ 삼각점 전개

2) 기지 삼각점을 이용하지 않은 독립삼각측량 순서

- ① 도상계획 ② 조사 및 선점 ③ 조표
- ④ 기선 및 검기선측량 ⑤ 각관측 ⑥ 천문측량
- ⑦ 계산 및 성과표작성 ⑧ 삼각점 전개



선점

1) 기선 위치 선정에 고려할 사항

- ① 되도록 평탄할 것
- ② 기선의 양 끝이 서로 잘 보이는 것은 물론이고 주변 삼각점도 시준이 용이하여야 한다.
- ③ 부근의 삼각점 연결에 편리할 것
- ④ 기선의 길이는 삼각망의 변장과 거의 같아야 하므로 만일 이러한 길이를 쉽게 얻을 수 없는 경우는 기선을 증대시키는데 용이하여야 한다.

2) 삼각점 선정에 고려할 사항

- ① 삼각형의 내각은 60° 에 가깝게 하는 것이 좋으며 불가피할 경우는 $30^\circ \sim 60^\circ$ 범위로 선정되어야 한다.
- ② 각 점이 서로 잘 보일 것
- ③ 계속해서 연결되는 작업에 편리할 것
- ④ 표지와 기계가 움직이지 않을 견고한 지점일 것
- ⑤ 사용하는 기계의 망원경으로 충분히 정확하게 시준할 수 있는 거리일 것
- ⑥ 벌목을 많이 하거나 높은 시준탑을 세우지 않아도 관측할 수 있는 점일 것

표

1) 표지(station mark)

- 영구표지, 일시표지, 가설표지

① 영구표지

- 그 위치를 영구히 보존할 필요가 있을 때 땅에 매설
- 삼각점표석, 도근점표석, 방위표석, 수준점표석, 자기점표석, 기선검정표석, 기선표석 등
- 표석은 화강암으로 만들며 표주의 머릿 부분은 정사각형 형태.
- 크기는 1등 삼각점 15cm×15cm(길이 73cm), 2등 삼각점 12cm×12cm(길이 67cm), 3.4등 삼각점 9cm×9cm(길이 60cm)

② 일시표지

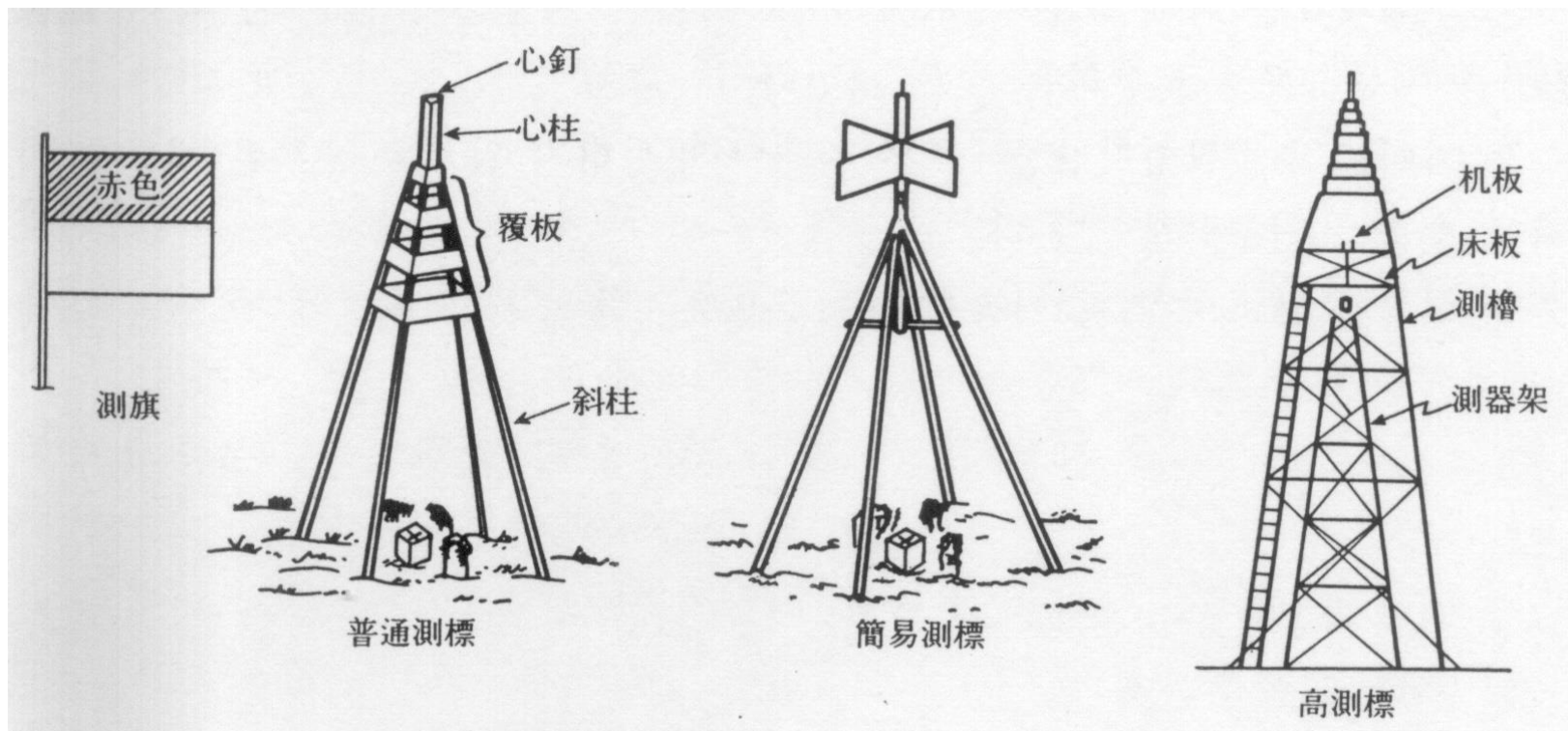
측표 및 말뚝.

③ 가설표지

측량에 사용되는 표기 및 말뚝

2) 측표(signal)

그 주위의 물체보다 높고 주변의 색조와 대조적인 것으로서 잘 보이도록 하여야 함. 삼각점에 연직으로 세워야 한다.

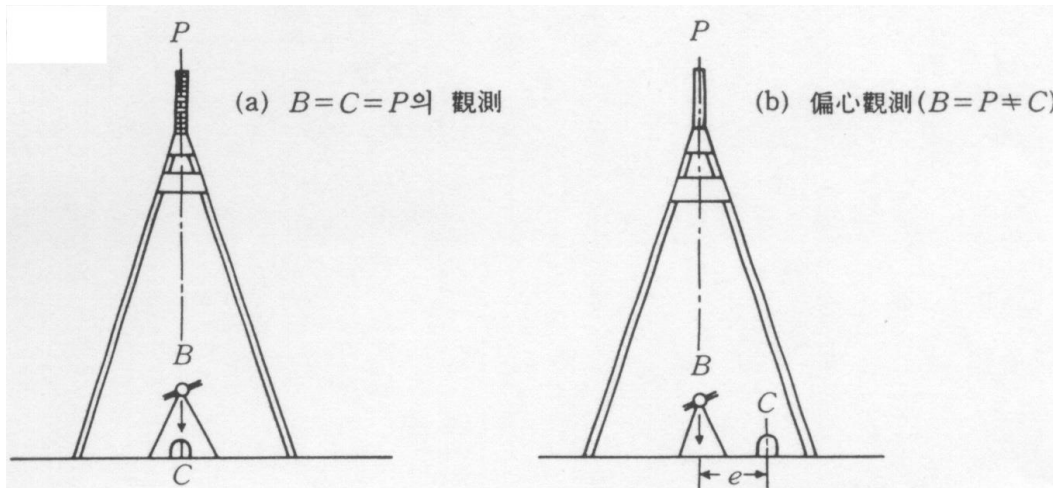




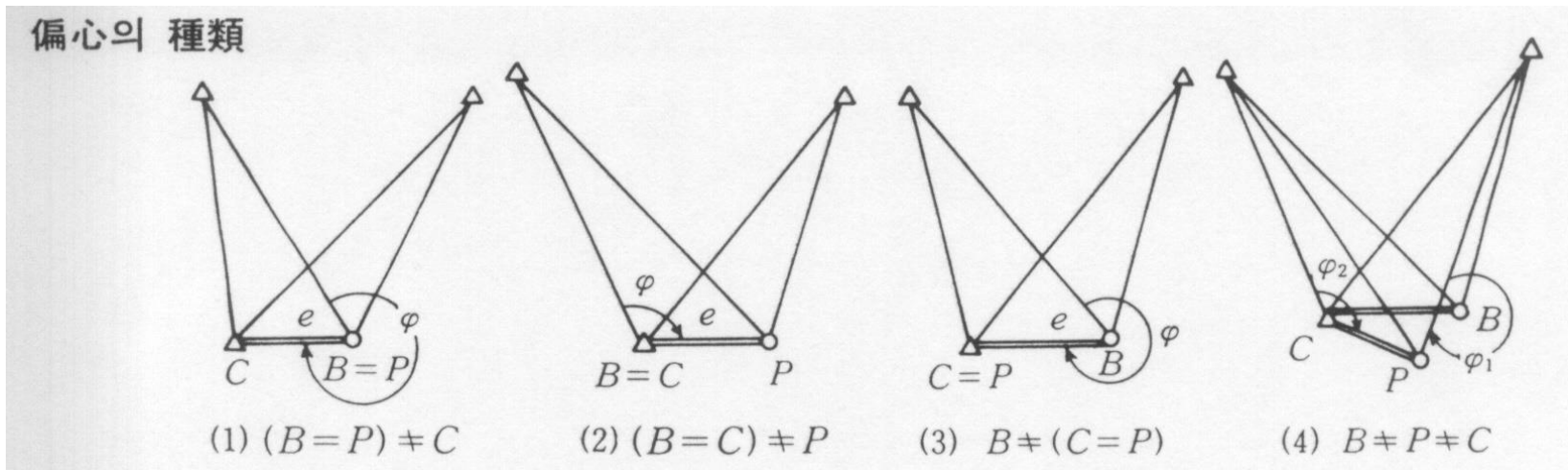
기선 관측

- 각도만을 관측하면, 삼각망의 모양만 결정될 뿐, 크기, 위치, 자세는 결정되지 않는다. 따라서, 반드시 한 번 이상의 측선에 대한 거리 관측이 있어야 하며, 기준점 한 점과 방위각 관측도 있어야 한다.
- 이 최소한의 거리관측을 위한 측선을 ‘기선(Base Line)’이라고 하고, 삼각망의 크기 검사를 위한 검사용 잉여 기선을 ‘검기선(Check Base Line)’이라고 한다.
- 한 두변의 측선 거리로 삼각망의 크기를 결정하게 되므로, 기선관측의 정밀도는 곧 삼각망 전체의 정밀도의 기본이 된다. 즉, 삼각측량에서는 기선관측의 정밀도가 가장 중요한 요소이기 때문에 “거리 측량”의 주요 부분은 본 기선관측에 적용되었다. 그러나, EDM의 출현으로 거리관측이 정밀하면서도 쉽게 수행할 수 있게 되어, 삼각망 결정에 다수의 EDM 관측을 포함시킬 수 있게 되면서, 기선관측의 의미는 거의 없어졌다고 할 수 있다.

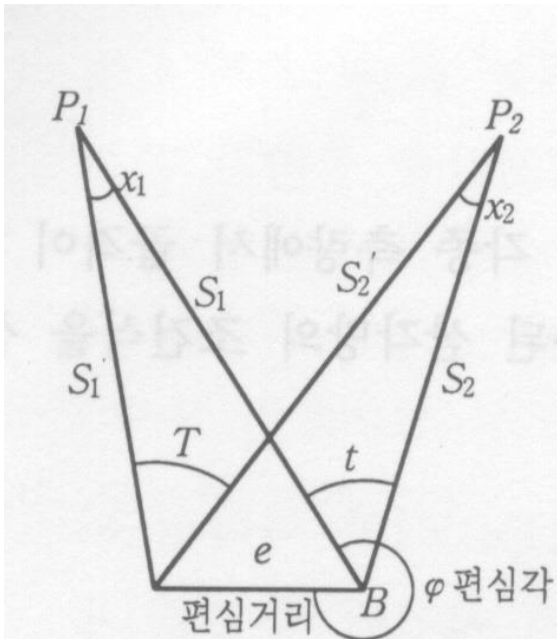
편심관측과 귀심계산



편심의 種類



편심조정



$$\frac{e}{\sin x_1} = \frac{S_1'}{\sin(360^\circ - \phi)}$$

$$\Rightarrow x_1'' \doteq \frac{e \sin(360^\circ - \phi)}{S_1'} \rho''$$

$$\frac{e}{\sin x_2} = \frac{S_2'}{\sin(360^\circ - \phi + t)}$$

$$\Rightarrow x_2'' \doteq \frac{e \sin(360^\circ - \phi + t)}{S_2'} \rho''$$

$$\therefore T = t + x_2'' - x_1''$$

조정계산

▶ 조건식 계산

① 각조건식 수 : $K_1 = \ell - P + 1$

② 변조건식 수 : $K_2 = \ell - 2P + B + 2$

③ 점조건식 수 : $K_3 = \alpha + P - 2\ell$

④ 조건식 총수 : $K_4 = \alpha + B - 2P + 3$

여기서, ℓ : 변의 수

P : 삼각점의 수

B : 기선의 수

α : 관측각의 수



관측각 조정방법

① 엄밀조정법

- 일반최소제곱법에 의한 방법으로서 이론적으로 가장 타당
- 최소제곱법은 기하학적 조건을 만족하도록 조정하기 때문에 계산이 복잡하고 많은 노력이 필요
- 고정밀 삼각측량의 조정에 주로 사용

② 간편조정법

- 기하학적 조건들을 순서에 따라 독립적으로 택하여 계산
- 조정된 각은 다른 조건들을 조정하는데 사용
- 계산이 간편하고 4 등 삼각 측량 이하의 저등급 삼각측량의 조정에 많이 이용
- 최소제곱법에서는 주로 관측방정식을 형성하여 컴퓨터에 의한 계산됨
- 간편조정법에서는 관측방정식 대신에 조건방정식에 의해 계산됨

사변형 조정계산

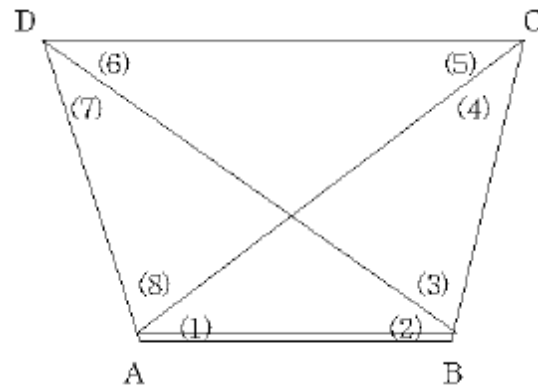
➤ 근사법에 의한 조정법

1) 각조건에 의한 조정(제 1조정)

$$\{(1)+(2)+(3)+(4)+(5)+(6)+(7)+(8)\}-360^\circ=\varepsilon_3$$

$$\{(1)+(2)\}-\{(5)+(6)\}=\varepsilon_1$$

$$\{(3)+(4)\}-\{(7)+(8)\}=\varepsilon_2$$



2) 변조건에 의한 조정(제 2조정)

- $\log \sin 1''$ 의 표차의 합으로 ε_4 를 소거하여 홀수각과 짝수각에 동등하게 증감하는 법

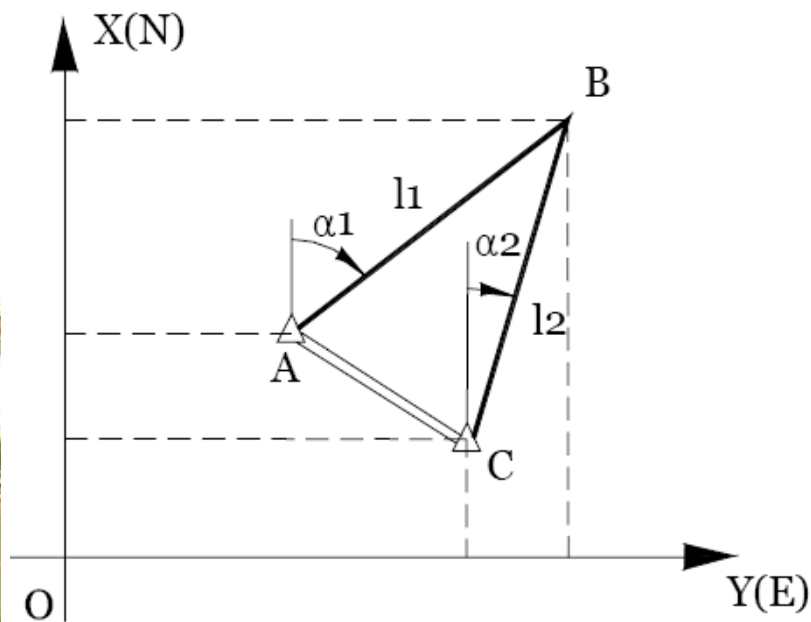
$$\frac{\sin(2)\sin(4)\sin(6)\sin(8)}{\sin(1)\sin(3)\sin(5)\sin(7)}=1$$

$$\sum \log \sin(\text{홀수}) - \sum \log \sin(\text{짝수}) = 0$$

$$E_4 = \log \sin(1) + \log \sin(3) + \log \sin(5) + \log \sin(7) \\ - [\log \sin(2) + \log \sin(4) + \log \sin(6) + \log \sin(8)]$$

좌표 계산

- ▶ 좌표가 알려진 측점을 측선 시작점으로 하여, 측선의 변장과 방위각으로 위거와 경거를 구하고 앞 측점의 좌표에 구한 위거와 경거를 더하여 측선 다른 쪽 측점의 좌표로 한다. 이 측점을 시작점으로 하여 다시 동일 과정을 반복하여, 모든 측점의 좌표를 계산한다.



B 점의 좌표 x_B, y_B 는

$$\text{A 로 부터, } x_B = x_A + l_1 \cos \alpha_1$$

$$y_B = y_A + l_1 \sin \alpha_1$$

$$\text{C 로 부터, } x_B = x_C + l_2 \cos \alpha_2$$

$$y_B = y_C + l_2 \sin \alpha_2$$

이와 같이 A 와 C 로 부터 구한 좌표의 평균값을 최종 좌표값으로 한다.

표고계산 (삼각수준측량)

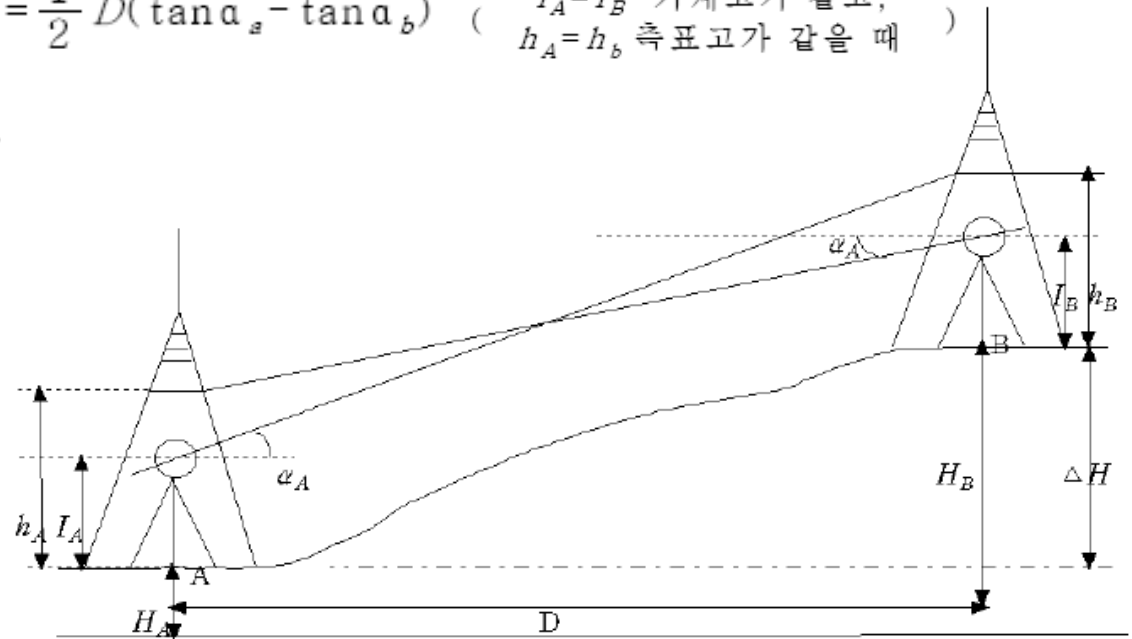
정방향(A→B): $\Delta H = D \tan \alpha_A + I_A - h_B + \Delta E$

+ 반방향(B→A): $\Delta H = D \tan \alpha_B - I_B + h_A - \Delta E$

양방향관측 $\Delta H = \frac{1}{2} D (\tan \alpha_A + \tan \alpha_B) + \frac{1}{2} (I_A - I_B) + \frac{1}{2} (h_A - h_B)$

$= \frac{1}{2} D (\tan \alpha_A + \tan \alpha_B)$ ($I_A = I_B$ 기계고가 같고,
 $h_A = h_B$ 측표고가 같을 때)

$\therefore \Delta H_B = H_A + \Delta H$



지구곡률 및 대기굴절에 의한 오차

(1) 지구곡률에 의한 오차 = 구차

지구가 회전타원체인 것에 기인된 오차를 말하며, 이 오차만큼 크게 조정.

$$E_c = + \frac{S^2}{2R}$$

(2) 대기굴절(빛의 굴절)에 의한 오차 = 기차

지구공간에서 대기가 지표면에 가까울수록 밀도가 커지므로 생기는 오차를 말하며, 이 오차만큼 작게 조정.

$$E_r = - \frac{KS^2}{2R}$$

(3) 양차 : 구차와 기차의 합

$$\Delta E = \frac{(1-K)S^2}{2R}$$

여기서, E_c : 구차

E_r : 기차

ΔE : 양차

R : 지구반경

S : 수평거리

K : 빛의 굴절계수



The End