제 13장. 비모수적 방법(**Distribution-free Method**)

모수적 방법(parametric method): 관측 값이 어느 특정한 확률분포, 예를 들면 정규분포, 이항분포 등을 따른다고 전제한 후 그 분포의 모수(parameter)에 대한 검정을 실시하는 방법이다.

비모수적 방법(nonparametric method): 관측 값이 어느 특정한 확률분포를 따른다고 전제할 수 없거나 또는 모집단에 대한 아무런 정보가 없는 경우에 실시하는 검정방법으로 모수에 대한 언급이 없으며 분포무관 방법이라고도 한다. 요약하면 자료가 정규분포가 아니거나 표본의 크기가 작으면 분포에 대한 기본가정을 필요로 하지 않는 통계적 기법이다.

비모수적 방법은 주로 모집단의 분포가 대칭이라든가 또는 중앙값이 어디라든가 하는 정도의 가정을 하는 것이 보통이며, 자료의 관측 값은 확률변수의 실제 값을 이용하기 보다는 부호나 순위 등의 형태를 이용하는 경우가 많다. 즉 자료가 관측치 자체보다 부호나 순위만이 의미가 있는 경우에 자주 이용된다. 약점으로는 검정력이 약하다.

비모수적 방법의 특성

비모수적 통계 추론(nonparametric statistical inference)은 1945년 Wilcoxon 검정이 효시.

현재는 추정, 분산분석(Analysis of Variance: ANOVAR), 회귀분석, 시계열분석 등에 응용된다.

다음 표는 주로 사용되는 비모수 검정방법이다.

표 [13-1] 비모수적 검정

표본		검정방법	
		서열척도	명목척도
단일표본		−Kolmogorov-Smirnov 검정	− χ^2 검정 − Run 검정
종속표본	2개	−부호검정 −Wilcoxon의 부호 순위검정	− Mcnemar 검정
	k개	− Friedman 검정	− Cochran의 Q검정
독립표본	2개	− Wilcoxon의 순위합 검정 − Mann-Whitney U 검정 − Kolmogorov-Smirnov 검정 − Moses의 극단반응 검정	− χ^2 검정 − Fisher의 정확확률 검정
	k개	− 중위수 검정 − Kruskai-Wallis 검정	− χ^2 검정

(1) 분포의 가정이 완화되어 있으므로 어떠한 형태의 모집단에 대한 비교도 가능.

(2) 실제의 양적 관측치에 의존하지 않고 이들의 상대적 평가(순위: rank)에 의존하므로 이상 값의 영향을 감소시킴.

(3) 추론에서 계산이 모수적 방법보다 훨씬 단순.

(4) 사용자가 이의 논리를 스스로 발견하게 하며 이해하기 쉬움.

(5) 표본이 정규분포를 따를 때에도 검정력에 큰 손실이 없으며, 정규분포와 상이한 경우에 이의 검정력은 정규분포에 의한 방법보다 크다.

13.1 부호검정(**Sign test**)

모집단의 중앙값에 대한 검정으로 관찰된 표본 중에서 중앙값을 초과하는 값이 몇 개인지를 파악하며, 모평균과 모중앙 값은 분포의 위치를 나타내는 모수로써 분포의 형태가 대칭이면 두 모수는 일치한다.

확률변수 Y 의 중앙값이 M 이라 하면 다음의 관계를 만족한다.

$$P(Y \geq M) = P(Y \leq M) = \frac{1}{2}$$

즉, 전체 n 개의 표본 중 $n/2$ 개는 중앙값 초과, $n/2$ 개는 중앙값 미달이며 따라서 중앙값을 초과하는 수 또는 미달된 수가 검정통계량이다.

모집단의 중앙값이 M 인 연속확률분포에서 추출한 n 인 표본을 Y_1, Y_2, $\cdots$, Y_n 이라 하면, 이때 중앙값 M 에 관한 귀무가설(영가설)과 이에 대한 대립가설(연구가설)은

H_0: $M = M_0$

H_1: (1) $M > M_0$ (2) $M < M_0$ (3) $M \neq M_0$

이 가설들에 대한 비모수적 검정통계량: $(Y_i - M)$ 의 부호(sign).

이때 각 i 에 대해서 부호를 나타내는 확률변수 S_i 를

$$S_i = \begin{cases} 1 & Y_i - M_0 > 0 \\ 0 & Y_i - M_0 < 0 \end{cases}$$

단 $Y_i - M_0 = 0$ 는 제외시킨다.

검정통계량: $B = \sum_{i=1}^{n} S_i$

검정통계량 B 는 중앙값 M_0 보다 큰 Y_i 들의 개수가 된다.

귀무가설 H_0 하에서 M_0 가 중앙값이므로 각 S_i 가 1이 될 확률은 $1/2$ 이고 S_i 는 서로 독립이므로 B 의 분포는 모수가 (n, $1/2$)인 이항분포를 따르게 된다. 여기서 n 은 $Y_i - M_0 = 0$ 를 제외시킨 자료의 개수다.

만일 표본의 수가 $n \geq 10$ 인 경우는 이항분포를 이용할 수 없고, 정규분포에 근사하므로 표준화된 부호 검정통계량을 이용할 수 있다.

귀무가설 H_0: $M = M_0$ 하에서 부호통계량 B 의 평균과 분산은

$$B = \sum_{i=1}^{n} Y_i \qquad Var(B) = \frac{n}{4}$$

표준화된 통계량: $Z_B = \frac{B-(n/2)}{\sqrt{n/4}}$

H_0에서 n이 클 때 Z_B의 분포는 근사적으로 표준정규분포 $N(0,1)$을 따른다.

[보기 13_1] 우리나라 대학생의 IQ 중앙값은 $M_0 = 115$이다. J대학 학생의 IQ 중앙값이 115이상이라고 주장한다. 이 주장이 옳은지를 확인하기 위해서 임의로 20명을 추출하여 IQ를 조사한 자료는 다음과 같다. 유의수준 $\alpha = 0.05$에서 비모수 방법으로 검정하여라.

128	125	119	110	108	130	116	115	105	118
115	112	137	106	120	117	119	111	106	121

(풀이) (1) 가설 H_0: $M = 115$, 가설 H_1: $M > 115$

(2) 중앙값: 크기 순으로 나열하고 중앙값 M을 찾아 보면

105	106	106	108	110	111	112	115	115	116
117	118	119	119	120	121	125	128	130	137

(3) 중앙값보다 큰, 즉 116부터 137까지의 자료 수: $B = 11$

(4) $M_0 = 115$를 제외한 표본 수: $n = 18$

(5) 표준화 값: $Z_B = \frac{11-(18/2)}{\sqrt{18/4}} = 0.9428$

(6) 확률: $P(B \geq 11) = 0.2403$

※ 부호검정표에서 $B = 11$, $n = 18$이 교차하는 값을 찾아 보면 그 값은 0.2403이다.

(7) 결론: 이것은 유의수준 $\alpha = 0.05$보다 값이 크므로 H_0가 채택된다. 즉 J대학의 IQ의 중앙값은 115이상이라는 가설은 맞지 않다.

13.2 Wilcoxon의 부호순위 검정

부호 검정은 두 자료를 비교하고자 할 때 관측치의 크기는 무시하고 B는 M_0를 중심으로 크고 작은 것만을 고려하는 것이었다. 여기에 얼마나 크고 작은지도 고려할 때 Wilcoxon 부호순위 검정을 한다.

모집단의 중앙값 M을 중심으로 대칭인 연속분포에서 추출한 크기 n인 표본을 Y_1, Y_2, $\cdots$, Y_n이라 하자. 이때 중앙값 M에 관한 귀무가설과 이에 대한 대립가설은

H_0: $M = M_0$

H_1: (1) $M > M_0$ (2) $M < M_0$ (3) $M \neq M_0$

이 가설들에 대한 비모수적 검정통계량(부호순위 검정): $(Y_i - M_0)$의 부호와 $|Y_i - M_0|$에서의 순위를 이용하며 이때 S_i와 R_i를 다음과 같이 정의한다.

$$S_i = \begin{cases} 1 & (Y_i - M_0) > 0 \\ 0 & (Y_i - M_0) < 0 \end{cases}$$

여기서 $Y_i - M_0 = 0$ 는 자료로부터 제외시킨다.

$R_i =|Y_i - M_0|$ 의 $\{|Y_1 - M_0|, (Y_2 - M_0), \cdots, |Y_n - M_0|\}$에서의 순위

단 동점인 경우에는 해당 순위들의 평균을 사용한다.

부호순위 검정통계량: $W^+ = \sum_{i=1}^{n} S_i R_i^+$

단 R_i^+ 는 Y_i 가 M_0 보다 큰 경우 $|Y_i - M_0|$ 의 순위이며, 동일한 관측값이 있는 경우에는 평균순위를 사용한다. 귀무가설 H_0 하에서 W^+ 분포는 n 에 따라 다르며 일반적인 형태는 존재하지 않는다. 그러나 그 특징을 살펴보면

(1) W^+ 의 최소값은 S_i 들이 모두 0인 경우에 0 그리고 최대 값은 S_i 들이 모두 1인 경우에 1부터 n 까지의 순위의 합인 $n(n+1)/2$.

(2) H_0 하에서 $Y_i - M_0$ 는 0을 중심으로 대칭이므로 W^+ 분포도 대칭인 분포이며 그 중심은 최대값과 최소값의 중간지점인 $n(n+1)/4$

그러므로 $n(n+1)/4$ 로부처 거리가 같은 양쪽의 두 점 $x, x^*(x > x^*)$ 에 대해 W^+ 의 양끝의 확률은 $P(W^+ \ge x) = P(W^+ \le x^*) = p$ 이다.

[보기13_2] 앞의 [보기문제 1]에서 주어진 자료가 비대칭이므로 다시 15명을 임의로 추출한 자료가 다음과 같다. 유의수준 $\alpha = 0.05$ 에서 부호순위를 검정하라.

116 123 112 118 108 130 116 115 105 111

115 117 135 106 120

(풀이) 중앙값: 크기 순으로 나열하여 표를 만들면 다음과 같다. 단 $M_o = 115$ 인 자료는 제외하라.

105 106 108 111 112 115 115 116 116 117 118 120 123 130 135

표 [13-2] 중앙값 순위

$Y_i - 115$	$\|Y_i - 115\|$	S_i	R_i
−10	10	0	11
−9	9	0	10
−7	7	0	8
−4	4	0	6
−3	3	0	4.5
1	1	1	1.5
1	1	1	1.5
2	2	1	3
3	3	1	4.5
5	5	1	7
8	8	1	9
15	15	1	12
20	20	1	13
$W^+ = \sum_{i=1}^{n} S_i R_i^+ = 1.5 + 1.5 + 3 + 4.5 + 7 + 9 + 12 + 13 = 51.5$			

중앙값: $M_0 = 115$

(1) 영가설 H_0: $M = M_o$, 연구가설 H_1: $M > M_o$

(2) 부호순위 통계량(W^+) 분포표 $P(W^+ \geq x)$에서 $x = 51.5$와 $n = 13$이 만나는 점의 값은 $P(W^+ \geq 51.5) = 0.354$이다.

이 값은 유의수준 $\alpha = 0.05$보다 크므로 영가설 H_0가 채택된다. 즉 이 학교의 학생 IQ는 중앙값이 115이상이라고 말할 수 없다.

13.3 독립 두 표본의 비모수 검정(Mann-Whitney 검정)

두 모집단간의 중심위치를 비교하기 위한 비모수적 검정법으로 Mann-Whitney-Wilcoxon 순위합 검정 또는 단순히 Mann-Whitney U 검정이라 한다. 연속이며 동일한 분포형태를 갖는 두 개의 독립인 모집단 1과 2로부터 확률표본 $X_1, X_2, \cdots, X_m$과 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ ($m \geq n$)을 각각 추출하였다고 하자. 이때 두 모집단간 중앙값의 차 δ에 대한 귀무(영)가설과 대립(연구)가설은 각각 다음과 같다.

귀무(영)가설 H_0: $\delta = 0$

대립(연구)가설 H_1: $\delta > 0$ 또는 $\delta < 0$ 또는 $\delta \neq 0$

이때 두 모집단의 혼합표본에서 Mann-Whitney 순위합 검정통계량 U는

$$U = W - \frac{n(n+1)}{2}$$

여기서 $W = \sum_{j=1}^{n} R_j$, R_j는 두 모집단의 혼합표본 { $X_1, X_2, \cdots X_i \cdots, X_m$, $Y_1, Y_2, \cdots Y_j \cdots, Y_n$ }에서 Y_j의 순위를 나타낸다.

U의 값은 혼합표본에 동점이 없는 경우 두 표본을 합해서 가장 작은 값부터 크기 순으로 배열하여 표본 Y의 값보다 작은 표본 X의 값을 구하고, 이 값을 표본 Y의 모든 관측 값에 대하여 합한 값을 나타낸다.

<u>SPSS 통계처리 문제</u> (독립표본 비모수 검정)

[보기13_3] 두 TV방송국에서 같은 시간대에 방영하는 유사한 두 연속극 X, Y에 대해 X 연속극이 Y 연속극보다 시청률이 낮다고 주장한다. 이 주장이 타당한지 확인하기 위하여 시청자의 시청률을 각각 9회, 8회에 걸쳐서 조사한 결과가 다음과 같다. 유의수준 $\alpha = 0.05$에서 검정하라. 여기서 숫자는 시청률로 단위가 %이다.

표 [13-3] 두 방송국 TV 시청률

X	6.3	6.8	5.7	8.4	7.1	5.6	4.3	6.6	3.8
Y	7.8	6.3	5.7	8.6	9.8	6.4	10.2	6.5	

(풀이) X 와 Y 를 크기 순으로 나열하면

표 [13-4] 시청률 순위

X	3.8	4.3	5.6	5.7	6.3	6.6	6.8	7.1	8.4
Y	5.7	6.3	6.4	6.5	7.8	8.6	9.8	10.2	

(a) X 의 중앙값: 6.3 (1)

Y 의 중앙 값: $\dfrac{6.5+7.8}{2}=7.15$ (2)

중앙 값의 차: $\delta=6.3-7.15=-0.85$ (3)

(b) 가설 H_0: $\delta=0$, 가설 H_1: $\delta<0$ (4)

(c) 혼합표본을 크기 순으로 나열하여 순위(rank)를 나타내자.

표[13-5] 혼합순위

1	**2**	**3**	**4.5**	4.5	**6.5**	6.5	8	9	**10**	**11**	**12**	13	**14**	15	16	17
3.8	4.3	5.6	5.7	5.7	6.3	6.3	6.4	6.5	6.6	6.8	7.1	7.8	8.4	8.6	9.8	10.2
X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	X_5	Y_2	Y_3	Y_4	X_6	X_7	X_8	Y_5	X_9	Y_6	Y_7	Y_8

여기서 bold face의 숫자는 R_i (X 의 rank), 이것을 제외한 것은 R_j (Y 의 rank)를 나타낸다.

값이 같은 것은 두 순위의 합을 2로 나누어 나타낸다.

이것을 X 와 Y 가 분리된 [X_i 의 순위 R_i]와 [Y_j 의 순위 R_j]를 표로 요약하면 다음과 같다.

표 [13-6] X 와 Y 의 순위 합 및 순위 평균

번호	Y	R_i	X	R_j
1	5.7	**4.5**	3.8	**1**
2	6.3	**6.5**	4.3	**2**
3	6.4	**8**	5.6	**3**
4	6.5	**9**	5.7	**4.5**
5	7.8	**13**	6.3	**6.5**
6	8.6	**15**	6.6	**10**
7	9.8	**16**	6.8	**11**
8	10.2	**17**	7.1	**12**
9			8.4	**14**
	순위 합계	$V=89$		$W=64$
	순위 평균	11.125		7.111

(d) 자료 개수: $m=9$, $n=8$. (5)

Mann-Whitney 순위 합 검정통계량 U : $U=W-\dfrac{m(m+1)}{2}$ (6)

$$U = 64 - \frac{9(9+1)}{2} = 19 \tag{7}$$

(e) Mann-Whitney U 통계량 분포표에서 $P(U \le u)$를 얻으려면 $m=9$인 표에서 $n=8$, $u=19$가 만나는 곳의 값이다. 즉

$$P(U \le 19) = 0.0570 \tag{8}$$

6) 결론: 확률이 유의수준 $\alpha = 0.05$보다 크므로 H_0를 기각할 수 없다. 즉 유의수준 5% 내에서 X 연속극이 Y 연속극 보다 시청률이 낮다고 할 수 없다. 즉 H_0 (시청률은 차이가 없다)는 영가설을 채택한다고 해도 5%의 오차 밖에 지나지 않는다는 의미이다.

SPSS 통계처리 [13_3_TVsoap.sav]

SPSS로 얻은 결과를 위에서 계산한 값들과 비교하여 비모수 독립표본 통계를 이해하도록 하자.

분석>비모수 검정>독립 2-표본

보조 창이 뜨면 [시청률]을 **검정변수**로 이동

[연속극]을 **집단변수**로 이동하고 **집단정의**를 클릭하여 집단 1에 1, 집단 2에 2를 입력.

여기서 집단 1은 X 연속극, 집단 2는 Y 연속극을 대표하는 수이다.

검정유형에 Mann-Whitney(U)를 선택 후 **확인**

비모수 검정 결과

Mann-Whitney 검정

순위

	연속극	N	평균순위	순위합
시청률	X 연속극	9	7.11	64.00
	Y 연속극	8	11.13	89.00
	합계	17		

검정 통계량[b]

	시청률
Mann-Whitney의 U	19.000
Wilcoxon의 W	64.000
Z	-1.638
근사 유의확률(양측)	.101
정확한 유의확률 [2*(단측 유의확률)]	.114[a]

a. 동률에 대해 수정된 사항이 없습니다.

b. 집단변수: 연속극

결과 분석

1. 순위 분석

(1) N은 측정수로 X 연속극은 9, Y 연속극은 8.

(2) 평균순위: 표 2의 순위(rank) 합인 $W = 64$와 $V = 89$를 측정수로 나누면

X 의 평균순위: $\frac{64}{9} = 7.11$, Y 의 평균순위: $\frac{89}{8} = 11.13$

(3) 위의 이론계산에서 순위 합인 $W = 64$와 $V = 89$를 얻는 방법을 참조할 것.

2. 검정통계량 분석

(1) 이론계산에서 Mann-Whitney U를 계산하는 방법 (6)과 결과 (7)을 참조할 것.

2) 이론계산에서 Wilcoxon의 W를 계산하는 방법을 참조할 것.

(3) X 의 순위(rank)가 정규분포라고 보면 $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

여기서 μ 는 순위의 평균으로 $\mu = 7.11$, σ 는 표준편차이다.

4) $P(z \le -1.638) = 1 - P(z \ge 1.638) = 1 - 0.9492 = 0.0508$

근사유의확률 양측: 2 $P(z \le -1.638) = 1 - P(z \ge 1.638) = 1 - 0.9493 = 2 \times (0.0507) = 0.0101$

(5) 2*(단측 유의확률)의 0.114는 보기문제 (8)에서 계산한 $P(U \le 19) = 0.0570$에 2배를 한 값이다. 이 유의 확률 때문에 영가설 즉 X 연속극이 Y 연속극 보다 시청률이 낮다고 할 수 없다.

[보기 13_4] 흡연이 운전기술에 미치는 영향을 평가하기 위하여 경력 5년 이상의 모범운전자를 무작위로 추출하여 이들의 운전습관, 주의력, 속도감등을 점수한 결과가 다음과 같다. 두 집단 사이의 운전기술에 대한 차이가 있는지 비모수 검정 독립 2-표본으로 검정하고 그 결과 값들을 이론으로 계산하여 맞았는지 확인하라. 채택된 가설검정은 무엇인가?

표 [13-7] 비흡연자 흡연자의 운전기술 점수

비흡연자(X)	32	35	61	43	82	44	78	38	85	63	46	30	47	57
흡연자(Y)	28	53	39	27	41	68	27	28	45	48	65	78		

[비모수 독립 2-표본 예제(p374)]

SPSS 통계처리 [regsur.sav]

성별에 따라 이웃으로부터 생활용품을 빌리는 차이를 검증한다.

분석>비모수 검정>독립 2-표본

용품빌리기[032]-→검정변수로 이동

성별-→집단변수로 이동

집단정의 단추를 누르고 집단 1에 1, 집단 2에 2를 쳐 넣고 계속

정확X 단추를 눌러 점근적 검정 선택

검정유형에서 Mann-Whitney U를 선택하고 확인.

비모수 검정

Mann-Whitney 검정

순위

	성	N	평균순위	순위합
용품빌리기	남자	175	311.62	54533.00
	여자	410	285.05	116872.00
	합계	585		

검정 통계량[a]

	용품빌리기
Mann-Whitney의 U	32617.000
Wilcoxon의 W	116872.000
Z	-1.900
근사 유의확률(양측)	.057

a. 집단변수: 성

해석은 위의 보기문제와 동일하다.

11.4 대응표본의 비모수 검정

일명 Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test

표본이 쌍으로 관측된 경우 모집단 간의 비교를 대응비교(paired comparison)라 한다.

분포가 연속이고 중앙값이 M 과 $M+\delta$ 인 두 모집단으로부터 n 개를 쌍으로 추출한 대응표본을

(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), $\cdots$, (X_n, Y_n)

이라 하자. 이때 $D_i = Y_i - X_i$ 라 정의하면 $D_1, D_2, \cdots, D_n$ 은 분포가 연속이고 중앙 값이 δ 인 1개의 모집단으로 추출한 크기 n 인 표본으로 간주할 수 있다. 이 경우에 두 모집단 간의 위치를 비교하는 문제는 1개의 모집단에서 그의 중앙값 δ 에 대한 검정문제로 바꾸어 생각할 수 있다.

따라서 앞에서 다루었던 단일 표본인 경우에 부호검정과 부호순위 검정을 대응비교의 비 모수적 검정법으로 사용할 수 있다.

방법은 $|D_i|$ 에 순위를 매기고 $|D_i| = 0$ 는 제외한다. 그리고 원래 D_i 가 가지고 있던 부호를 부여하여 이들 중에서 + 부호를 가진 순위 합인 검정통계량 W^+ 를 구한다.

SPSS 통계처리 문제 (대응표본 비모수 검정)

[보기 13_5] 새로운 A, B 두 가지 음료를 개발하여 시음을 실시한다. 임의로 10명을 추출하여 맛을 보고 점수를 나타낸 자료는 다음과 같다.

표 [13-8] 음료의 점수

시음자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	55	75	58	65	90	68	50	55	90	70
B	63	80	65	65	80	75	45	63	87	75

두 청량음료의 맛에 차이가 있다고 볼 수 있는지 유의수준 $\alpha = 0.05$ 에서 검정하여라.

(풀이) (1) 부호검정: $D_i = B_i - A_i$ 는 다음과 같다.

표 [13-9] 음료의 부호 검정표

시음자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	55	75	58	65	90	68	50	55	90	70
B	63	80	65	65	80	75	45	63	87	75
D_i	8	5	7	0	−10	7	−5	8	−3	5

(2) 귀무가설과 대립가설은 다음과 같이 설정한다.

$$H_0: \ \delta = 0, \qquad H_1: \ \delta < 0 \tag{1}$$

(3) D_i 자료 중 0인 것을 제외하면 $n = 9$ 이고 9개중 양의 값을 갖는 수는 6개이다. 따라서 부호 통계량은 $B = 6$ 이므로 통계표에서 이것의 확률은

$$P(B \geq 6) = 0.2539 \tag{2}$$

유의확률: $2 \times P(B \geq 6) = 2(0.2539) = 0.5078$ (3)

(4) 결론: 유의확률이 유의수준보다 크므로 H_0 가 채택된다. 즉 두 음료의 맛의 차이는 없다.

Wilcoxon 부호 순위 검정: D_i 를 크기 순으로 나열하고 순위를 부여하면

표 [13-10] Wilcoxon 부호 순위 검정표

D_i	$\lvert D_i \rvert$	S_i	R_i
−10	10	0	9
−5	5	0	3
−3	3	0	1
5	5	1	3
5	5	1	3
7	7	1	5.5
7	7	1	5.5
8	8	1	7.5
8	8	1	7.5
$W^+ = \sum_{i=1}^{n} S_i R_i^+ = 3+3+5.5+5.5+7.5+7.5 = 32$			

※ $\lvert D_i \rvert$ 에서 5는 3개가 있다. 따라서 순위는 2, 3, 4가 이들에 해당되며 이 순위의 평균은 3으로 R_i 에서 모든 5는 3이 되었다.

음의 순위 합: $W^- = \sum_{i=1}^{3} R_i^- = 1 + 3 + 9 = 13$ (4)

평균순위: $\dfrac{13}{3} = 4.33$ (5)

양의 순위 합: $W^+ = \sum_{i=1}^{6} R_i^+ = 3+3+5.5+5.5+7.5+7.5 = 32$ (6)

평균순위: $\dfrac{32}{6} = 5.33$ (7)

검정통계량: $Z_B = \dfrac{B-(n/2)}{\sqrt{n/4}}$

SPSS 통계처리 [13_5_drink.sav]

분석>비모수 검정>대응 2표본

[시음자A]와 [시음자B]를 **검정 대응변수**로 이동

검정유형에서 Wilcoxon과 부호를 check 후 **확인**

비모수 검정

Wilcoxon 부호순위 검정

순위

		N	평균순위	순위합
시음자B - 시음자A	음의 순위	3[a]	4.33	13.00
	양의 순위	6[b]	5.33	32.00
	동률	1[c]		
	합계	10		

a. 시음자B < 시음자A

b. 시음자B > 시음자A

c. 시음자B = 시음자A

검정 통계량[b]

	시음자B - 시음자A
Z	-1.131[a]
근사 유의확률(양측)	.258

a. 음의 순위를 기준으로.

b. Wilcoxon 부호순위 검정

부호검정

빈도 분석

		N
시음자B - 시음자A	음수차[a]	3
	양수차[b]	6
	동률[c]	1
	합계	10

a. 시음자B < 시음자A

b. 시음자B > 시음자A

c. 시음자B = 시음자A

검정 통계량[b]

	시음자B – 시음자A
정확한 유의확률(양측)	.508[a]

a. 이항분포를 사용함.
b. 부호검정

해석: $P(Z \le -1.131) = 1 - P(Z \ge 1.131) = 1 - 0.8707 = 0.1293$

양측의 확률: $2(0.1293) = 0.2586$

정확한 유의확률(양측)은 이론계산의 수식 (2)와 (3)을 참고하라.

[보기 13_6]두 생산라인에서 생산된 전구를 10일 동안 관측한 결과 각 생산라인의 일별 불량품의 수가 다음 표와 같이 관측되었다. 두 생산 라인의 일별 생산량이 동일하다고 할 때 아래 자료를 이용하여 두 라인에서 생산된 제품 중에서 불량품 수의 분포가 동일한가를 비모수 검정의 대응 2-표본으로 검정하고 SPSS 프로그램 검정하고 나온 값을 공부한 이론으로 맞추어 보아라.

표 [13-11] 일별 두 생산라인의 전구 불량품

일자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Line1	170	179	140	184	174	142	191	169	161	200
Line2	201	164	159	195	177	170	183	179	170	212

[비모수 대응2-표본, 교과서 예제(p377)]

SPSS 통계처리 [regsur.**sav**]

용품빌리기[v032]-경조사참석[v033]을 대응 비교하여 결과를 분석한다.

분석>비모수 검정>대응 2-표본

용품빌리기[032]-경조사참석[v033] 두 개를 highlight하여→**검정 대응변수**로 이동

검정유형에서 Wilcoxon과 부호를 check 한 후 확인.

비모수 검정

Wilcoxon 부호순위 검정

순위

		N	평균순위	순위합
경조사참석 - 용품빌리기	음의 순위	142[a]	120.67	17135.00
	양의 순위	84[b]	101.38	8516.00
	동률	349[c]		
	합계	575		

a. 경조사참석 < 용품빌리기
b. 경조사참석 > 용품빌리기
c. 경조사참석 = 용품빌리기

검정 통계량[b]

	경조사참석 - 용품빌리기
Z	-4.752[a]
근사 유의확률(양측)	.000

a. 양의 순위를 기준으로.

b. Wilcoxon 부호순위 검정

부호검정

빈도 분석

		N
경조사참석 - 용품빌리기	음수차[a]	142
	양수차[b]	84
	동률[c]	349
	합계	575

a. 경조사참석 < 용품빌리기

b. 경조사참석 > 용품빌리기

c. 경조사참석 = 용품빌리기

검정 통계량[a]

	경조사참석 - 용품빌리기
Z	-3.792
근사 유의확률(양측)	.000

a. 부호검정

검정 결론: 위의 모든 값은 앞에서 이론으로 공부한 방법으로 모두 얻을 수 있다.

검정통계량의 0.000이기 때문에 영가설이 기각되고 대립가설 즉 경조사참석과 용품 빌리기는 아무련 관련이 없으며 경조사 참석을 생활용품 빌리는 것보다 더 많이 하고 있음을 알 수 있다.