생활 속의 함수

여러 가지 함수와 좌표계 및 행렬과 컴퓨터의 관련성과 응용에 대해 살펴보고 함수들이 생활가운데 어떻게 사용되고 있는지 살펴본다.

- 함수, 퍼지함수, 선형함수, 좌표계, 행렬, 컴퓨터

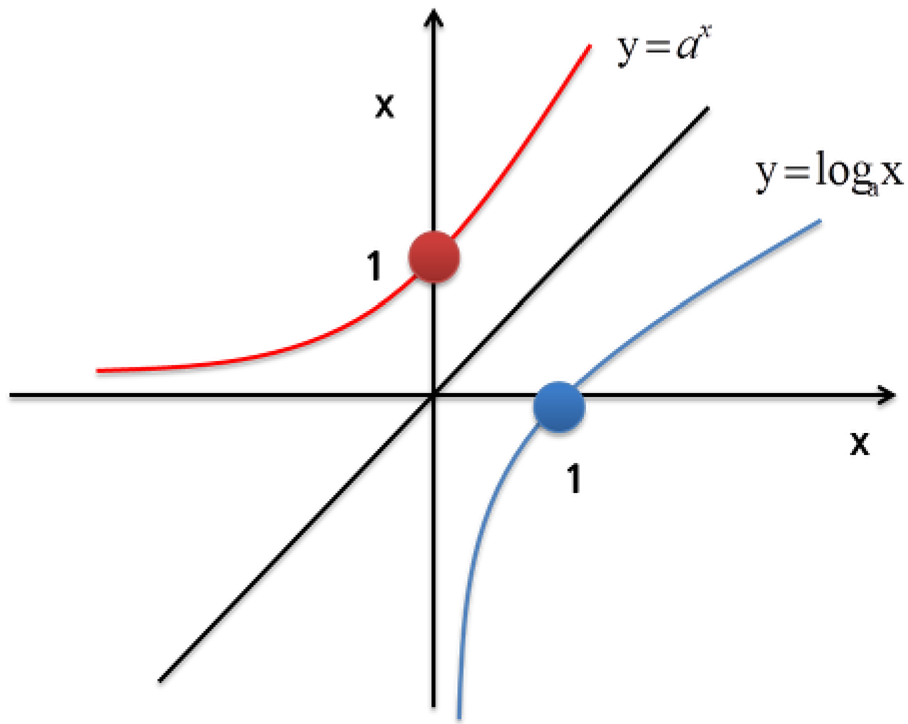
여러가지 함수

- 단사 전사 전단사함수, 역함수, 합성함수

- 정함수
- 유리함수(분수함수) 무리함수
- 초월함수 (삼각함수, 지수함수, 로그함수,쌍곡선 함수,
- 실함수 해석함수(Analytic, Smooth function)
- 복소함수
- 연속함수, 선형(비선형)함수, 미분가능한 함수,

Log 함수

역함수: 단순형 그래프



상용로그는 log, Log, Log10, $\log_{10}$, Log_{10} 등으로 표현하고,

자연로그는 ln (LN의 소문자) 이라는 기호로 나타내는 경우가 많습니다. 책에 따라, log 또는 Log 가 자연로그를 의미할 때도 있습니다.

소리의 세기를 측정하는 척도 dB (데시벨)

사람의 귀가 들을 수 있는 음파의 세기의 상한값과 하한 값이 너무 차이가 나기 때문에 로그를 써서 다루고 그 방법 중 하나가 데시벨(dB)입니다.

[정의] 음파의 세기의 척도인 데시빌은

dB=10 log($\frac{A}{A_0}$) (밑이 10인 상용로그),

단 A 는 나중의 소리의 크기,

A_0 = 10^{-12} W/ m^2 는 사람이 들을 수 있는 가장 작은 소리의 크기(기준소리의 크기)

$$\mathbf{dB=10\ log(}\frac{A}{A_0}\mathbf{)}$$

예) $\boldsymbol{A}$ =100$\boldsymbol{A_0}$이면 나중의 소리 크기가 처음보다 100 배 늘어난 것이고

위의 dB 정의 식에 대입하면,

결국 dB=20 이 된다.

따라서 dB 은 실제 소리의 크기가

10배 차이가 나면 10 dB 차이가 나고

100배 차이가 나면 20 dB ...

이런 식으로 **소리의 크기차이를 표시** 한다.

1. 0 dB 이란?

어떤 소리의 크기 A 가 사람이 들을 수 있는 최소 세기인 A_0와 같으면,

즉 A =A_0이면 $\frac{A}{A_0}$= 1, 즉 0 dB 이 됩니다.

따라서 <u>0 dB 은 청각 최소준위를 말한다</u>.

2. 음수값의 dB 는 ?

소리의 크기가 기준세기보다 작으면 log 값이 음수가 되어 데시벨의 값이 음수가 된다.

3. 소음의 정의와 기준?

환경부 소음 환경 기준 :

주택가에선 50 dB 데시벨 이상을 소음으로 보고 처벌 규정을 마련하고 있음.

일반적으로 대화를 나눌 때 => 60 dB ,

조용한 방 => 30 dB ,

자동차 내부에서 느끼는 소음 정도 => 80 dB (표준음의 10^8 배)

전기톱 소리 => 100dB (표준음의 100억 배)

4. dB의 응용

dB은 음의 세기에만 사용되는 것이 아니라 통신공학/제어공학 등 여러 분야에서 사용한다.

10 log($\frac{p}{p_0}$) 나 20 log($\frac{p}{p_0}$) 의 꼴을 흔히 사용하며 앞의 숫자 10이나 20은 편의를 위해 붙인 숫자이다.

실제로 사람의 청각은 같은 세기라도 중음(1000 Hz)을 가장 잘 듣고 고음과 저음을 상대적으로 덜 느낀다.

지진 측정에 사용되는 log 함수

1999년 이즈미트에서 발생한 리히터규모 7.8의 강진

지진학자들은 지진의 규모가 지진으로 방출된 파동 에너지에 비례한다는 사실을 밝혔다.
지진파 에너지 E와 지진의 규모 M 과의 관계는 다음과 같다.

$$\log E = 11.8 + 1.5M$$

log E1 = 11.8 + 1.5 x 6.0
=> E1 = 10^{11.8 + 1.5x 6.0} = E2 x 10^{3.0} : E3의 1000배

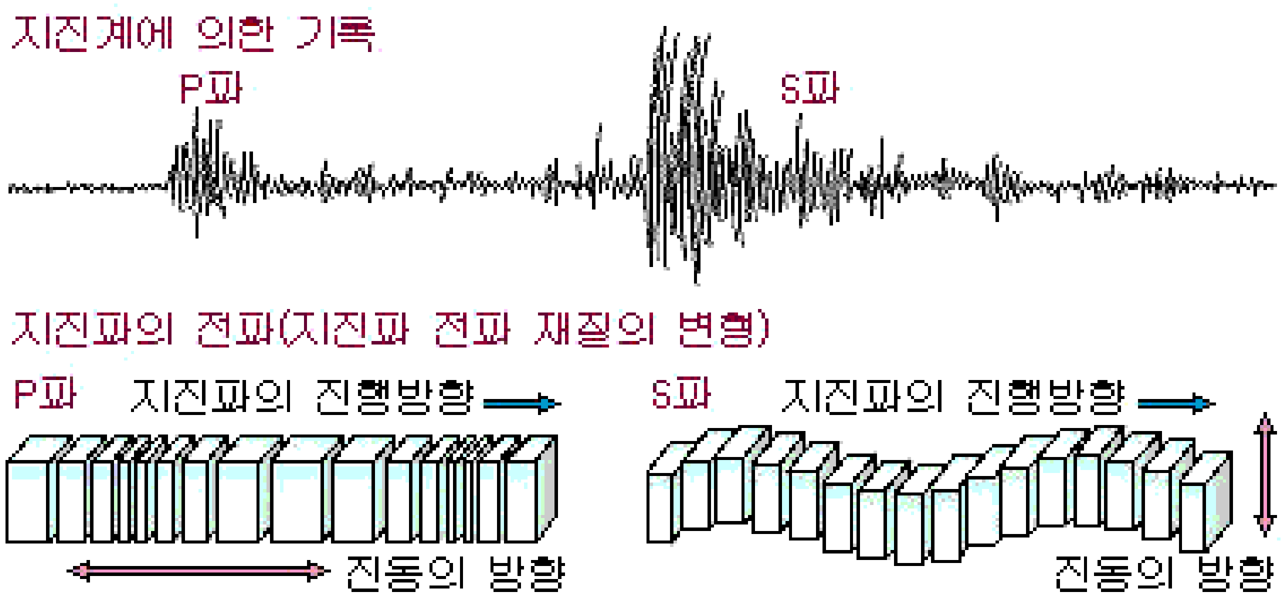
log E2 = 11.8 + 1.5 x 5.0
=> E2 = 10^{11.8 + 1.5x 5.0} = E3 x 10^{1.5} : E3의 32배

log E3 = 11.8 + 1.5 x 4.0
=> E3 = 10^{11.8+ 1.5 x 4.0}

그밖에 지진계에 쓰이는 P파와 S파는 삼각함수로 표현되기도 한다.

P파 : 체적의 변화를 전달하면서 전파하며,
각각의 입자들은 파의 진행 방향으로 진동함

S파 : 물체의 모양을 변형시키면서 전파하며,
입자들은 파의 진행 방향에 직각으로 상하진동함



산성, 염기성을 알려주는 수소이온 지수 pH 에 사용되는 log

대기 오염의 결과로 인한 산성비

토양의 산성화, 비누 선전에 나타나는 pH 수치는 ?

pH 란 용액의 산성 및 염기성 정도를 나타내는 측정 단위로 pH 는 0 부터 14 까지 측정된다.

pH 의 공식적인 정의는 수소이온 활동도 에 대한 음의 상용지수이다.

$$pH = -\log[H^+],$$

단 H+는 1L 의 용액속에 있는 수소이온 농도(활동도), pH는 수소이온 지수

0 <------------> 7 <---------> 14

(산성) (중성) (알카리성)

수용액 중에 수소이온이 1.0 x10^{-7} g 있다면 pH 7 이고 우리에게 적합한 PH는 5.8 에서 8.5 입니다.

공간의 차원을 구할 때 사용하는 log

3차원의 공간 :우리가 살고 있는 세계는 높이, 넓이, 깊이와 3개의 변수 x, y, z로 나타낸다.
물리의 4 차원 = 3차원 + 시간
또 직선이나 선분은 1차원 , 평면은 2차원이라고 부른다.

$$\text{차원} = \frac{\log(\text{측도})}{\log(\text{확대율})}$$

차원이 다른 도형을 확대할 때 그 크기, 즉 **측도**가 달라진다.

가령 일정한 길이의 1차원 도형인 선분을 3배로 확대하면 **그 길이는 그대로 3배가되고**,
2차원 도형인 정사각형을 3배로 확대하면 **그 길이는 그대로 3배가 됩니다**.

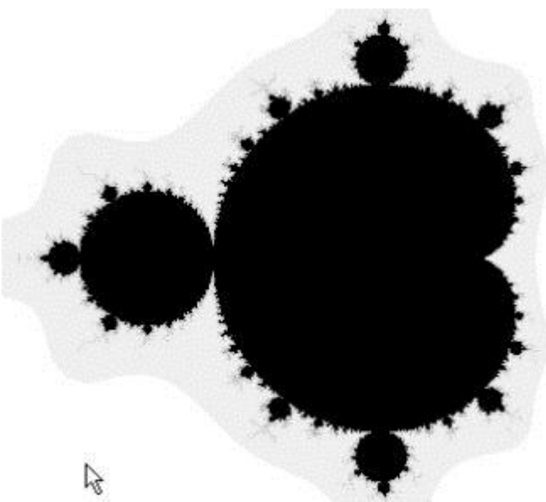
그러나, 2차원 도형인 정사각형을 3배로 확대=> **넓이는 9배**,
3차원 도형인 정육면체의 경우: 3배로 확대=> **부피는 27배**

따라서, 차원은 복잡성의 정도를 나타내고 이를 이용하여 *프랙탈의 차원을 구할 수 있

*프랙탈(Fractal) 이란 ?

프랙탈은 자기닮음과 소수차원을 그 특성으로 갖는 1975년 Mandelbrot가 소개한 기하학이다.

프랑스의 만델브로트가 만든 말로 라틴어의 fractus (부서진)에서 유래한다.



만델브로트의 집합

고사리의 잎

브로콜리

만델브로트의 해안선 문제는 측정하는 자에 따라서 길이가 달라질 수 있다는 것을 말한다.

“ 즉 1m 잣대 보다 1km 잣대로 해안선이 길이를 측정하면 대부분의 굴곡을 생략한 근사치 길이가 나오고

1km의 잣대로 측정한 후

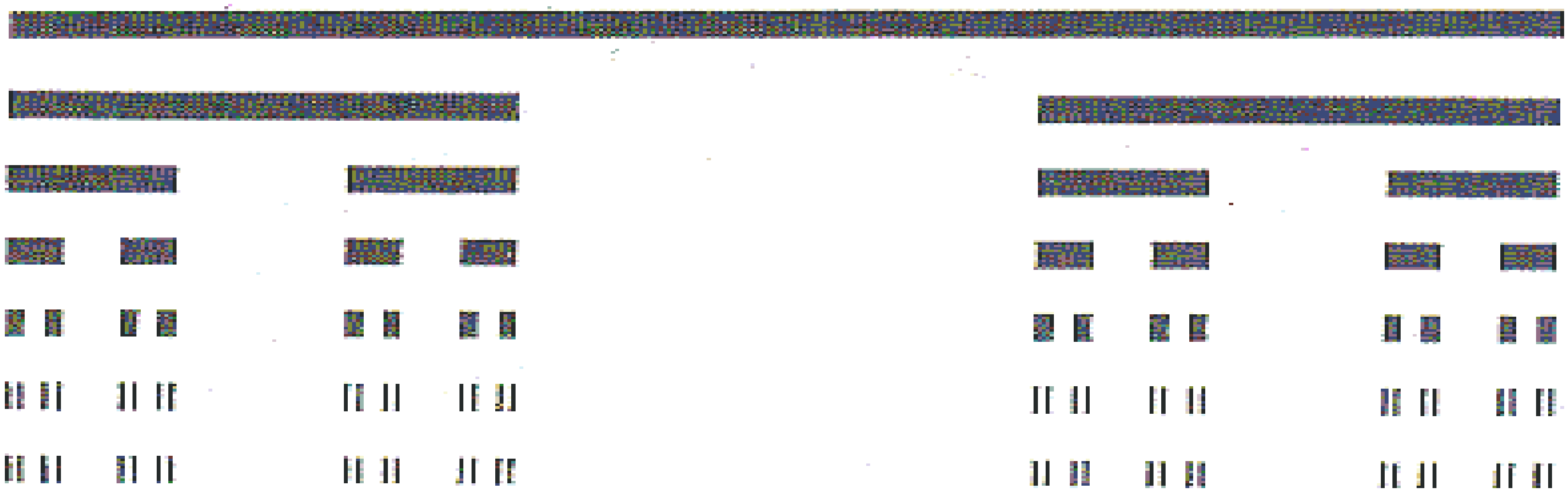
10m 잣대로 측정하면 좀 더 세밀한 길이를 측정하므로 더 길게 나오고

1m의 잣대일 경우는 더 길게

1cm는 더 길게…

이런 식으로 한없이 밀고 나가게 된다면 결국 길이는 무한한 값이 나올 수 있다” (만델브로트)

칸토르의 먼지(Cantor dust)



칸토르의 먼지는 모든 점들이 따로따로 떨어져 고립되어 있기 때문에 위상차원은 0 이지만 그러면서도 프랙탈 차원은 0 이 아니다. 칸토르의 먼지 T를 3배 확대한 3T에는 원래의 칸토르의 먼지 두 개가 생긴다. 따라서, 프랙탈 차원 D는 $\frac{log\,2}{log\,3}$ = 0.6309... 이다. 선분의 차원은 1이고, 점이 하나일 때는 0차원인데 , 칸토르의 먼지는 선분에 많은 구멍이 뚫어서 만들어낸 것이므로 그 차원은 0과 1사이에 있다.

사실 프랙탈 이라는 것은 카오스(Chaos) 이론과 맥락을 같이 한다.

즉, 겉으로는 불규칙해 보이는 현상에서도 자세히 관찰해보면 어떤 규칙성을 찾을 수 있다는 것이 카오스 이론 이고,

그 혼돈된 상태의 공간적 구조로, 기하학적 이고 규칙적으로 표현한 것이 프랙탈 이다.

1975년 Mandelbrot 는

점, 선, 삼각형, 평면, 원, 구 등의 도형을 사용하는 고전적인 유클리드 기하학은 규칙적, 불규칙적인 자연현상을 설명하는 데에는 한계가 있다는 것을 인식하고 자연을 모델링하는 새로운 도구로서 프랙탈을 소개하며

"구름은 구가 아니고, 산은 원뿔이 아니며,

해안선은 원이 아니다. 여러 가지 자연의 패

턴은 불규칙적이다. 자연은 고도로 복잡하고,

복잡한 정도는 모두 다르다" 라고 했다.

프랙탈이 고전적인 유클리드 기하보다 자연현상을 더 잘 표현할 수 있는 이유는 **자기닮음**이다.

자연에는 자기유사성의 특징이 많다. 일정기간의 날씨 패턴은 긴 주기의 날씨 패턴과 닮았다.

우리의 신체 구조에서 혈관의 분포나 기관지의 분포, 콩팥의 배뇨관 분포, 신경계의 분포는 프랙탈의 좋은 예이다. 나뭇가지는 나무와 닮았고, 바위는 산과 닮았다.

프랙탈은 과학 의학, 컴퓨터 등의 응용분야가 많다.

자기 닮음(self-similar, 자기유사성)은 무엇인가?

　자기 닮음, 즉 자기 유사성은 작은 조각이 전체의 모양과 닮음을 이야기 한다. 하지만 꼭 닮았다고 해서 프랙탈은 아니다.

자기닮음의 수학적 정의

실수 R 에 대하여 R^n(n=1, 2 또는 3) 의 부분집합을 S 라 하고, S의 두 원소 a, b에 대하여 **a, b 사이의 거리를 d(a, b) = |a-b|** 로 나타내기로 하자.

[정의] 닮음

함수 f: S-->S 와 모든 x, y ∈S 에 대하여 |f(x)-f(y)| = r |x-y|

을 만족하는 상수 r(0<r<1) 이 존재할 때

f: S-->S 를 **S의 닮음(similarity)** 이라고 한다.

또한 이 때, r을 f 의 **닮음 상수 (similar constant)**라고 한다.

프랙탈 차원

프랙탈 도형의 특징은 자기 닮음과 프랙탈 차원을 갖는다는 것이다.

도형의 양에는 길이, 면적, 부피 등이 있다. 이러한 여러 가지 양의 크기를 '측도' 라고 한다. 1차원 도형의 측도는 '길이' 이며, 2차원 도형의 측도는 '넓이' 이다. 이처럼 도형은 그 차원에 따라 측도가 달라진다. 차원이 다른 도형을 확대할 때 그 크기, 즉 측도가 달라진다. 따라서 차원이란 다음과 같이 말할 수 있다.

도형의 차원 D= $\frac{\log N}{\log(1/r)}$,

N : 조각의 개수(측도),
D : 프랙탈 차원
r : 축소율

N= $(1/r)^D$

즉 D= $\frac{\log N}{\log(1/r)}$ 임을 알 수 있다.

도형	조각의 개수(N)	축소율(r)	차원(D)
선분	3 (길이 1인 선분을 3등분 했을때의 개수)	1/3 (길이 1인 선분을 3등했을때의 길이	log3/log3 =1
	6	1/6	log6/log6 =1
	9	1/9	log9/log9 =1
정사각형	9 = 3^2 (각변을 3등분)	1/3	log9/log3 =2
	36 = 6^2 (각변을 6 등분)	1/6	log36/log6 =2
정육면체	27 = 3^3	1/3	log27/log3 =3
	216 = 6^3	1/6	log216/log6 =3
코흐곡선	4	1/3	log4/log3=1.26
	16	1/9	log16/log9=1.26
	4^k	1/ 3^k	Log 4^k/log3^k =1.26

위에서 보듯이 **프랙탈의 차원은 점, 선, 면, 큐빅처럼 정수의 차원이 아니라 소수점의 차원을 갖는다.** 이것이 의미 하는 바는 크다.

이것은 우리 **자연은** 우리 생각처럼 1차원부터 3차원까지의 물체로만 이루어진 것이 아니라 **프랙탈적 차원으로 채워져 있다는 것과 프렉탈을 모르고는 물체의 길이, 면적, 부피등을 구할 수 없음을 뜻한다.**

프랙탈 도형 그리기

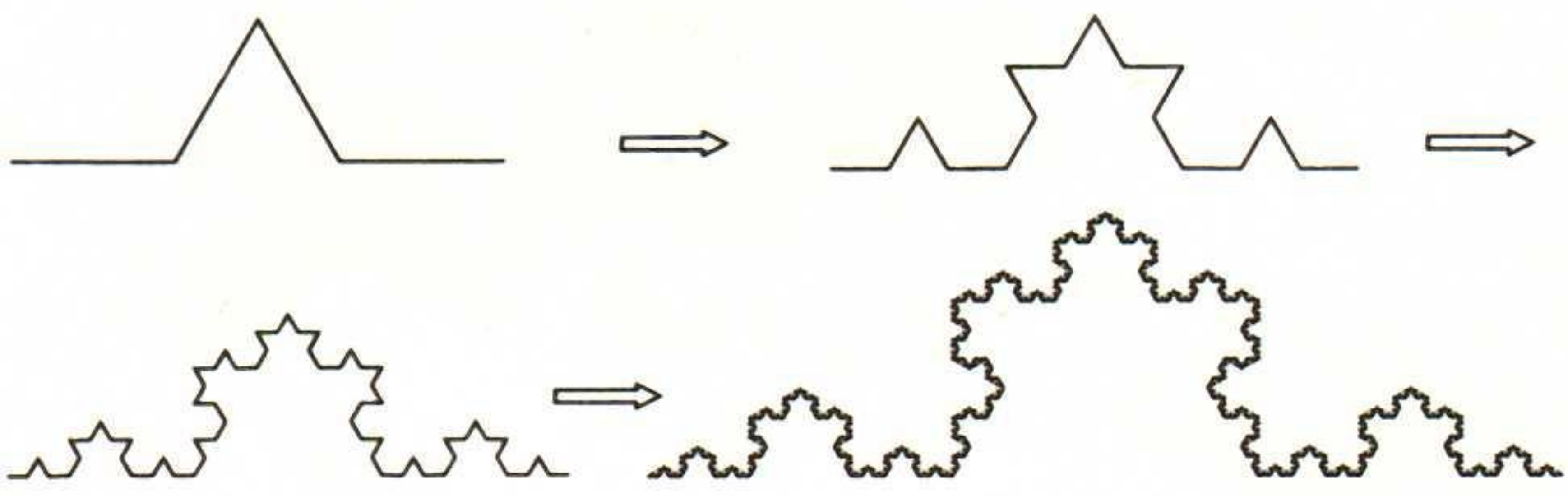
프랙탈 도형의 특징은

첫째, 정수차원이 아닌 프랙탈 차원을 갖는다

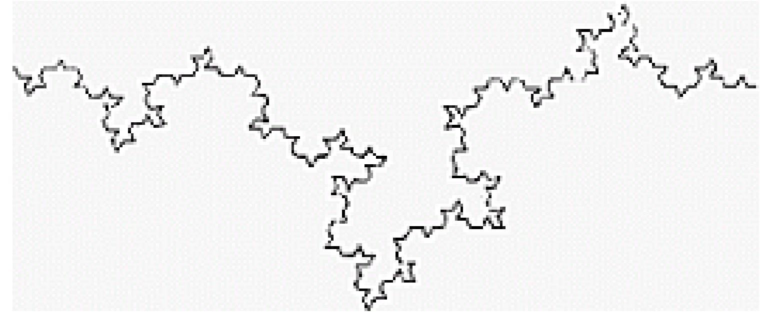
둘째, 도형의 어느 부분을 확대하여도 전체의 모습을 볼 수 있는 자기닮음 구조

세 번째는 자기닮음 구조에서 유추하면 그 길이가 무한대

코흐곡선은 프랙탈을 설명하는데 없어서는 안 되는 아주 중요한 것 중에 하나이다. 코흐 곡선에서는 프랙탈도형의 기본적인 특징이 잘 나타난다. 먼저 코흐라인의 생성자는 선분이다. 이 선분을 3등분해서 가운데의 선분을 위로 구부려 올려 만든다. 이렇게 해서 생성자는 길이가 원래 선분의 1/3인 선분 네 개로 이루어진다. 이 생성자를 축소해 가면서 새로 생긴 네 개의 선분과 바꾸어 간다. 이 과정을 무한히 반복하면 코흐곡선을 얻을 수 있다.



*랜덤 코흐라인 (Random Koch)

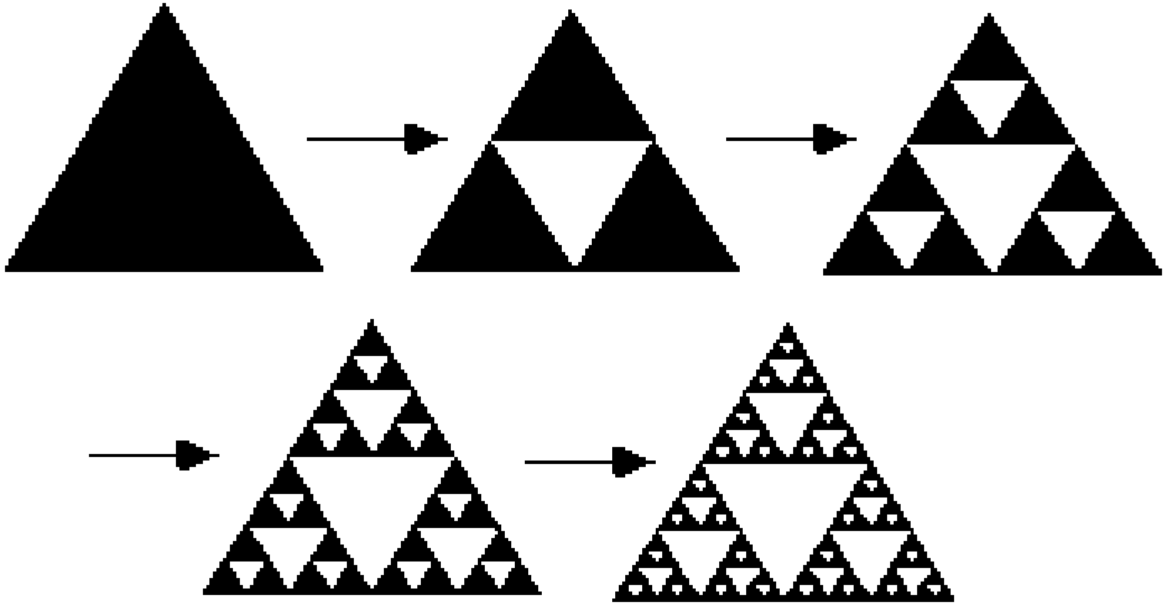


[프랙탈 도형의 조작의 변화]

코흐곡선을 만들 때 선분을 3등분하여 가운데 부분을 꺾어서 위로 솟아오르게 하였다. 그런데 가운데 부분을 꺾어서 위로만 솟아오르게 하지 않고 위와 아래로 번갈아 가며 해보면 남해안의 해안선의 모습과 유사한 아주 판이한 모습이 나타난다. 이러한 곡선을 램덤(random) 코흐곡선이라고 부른다. 랜덤 코흐곡선과 보통의 코흐곡선의 차원과 똑같다.

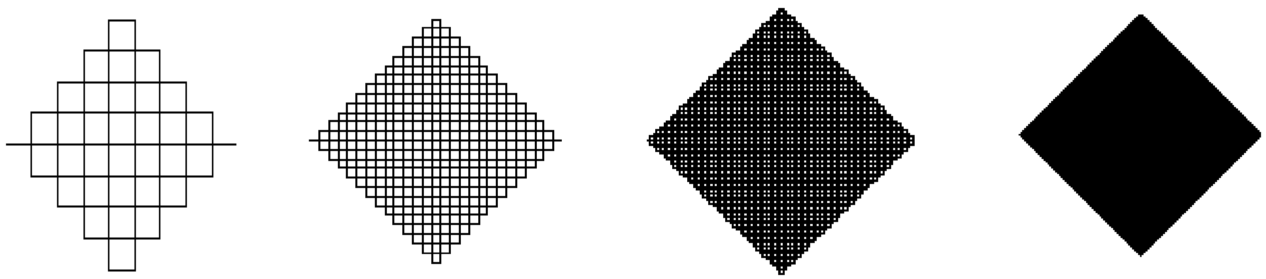
복잡하고 정교한 프랙탈 도형의 특징은 아주 작은 기하학적 변화의 반복에 의하여 생성된다.

변수의 약간의 오차가 반복되는 알고리즘이 누적되면 전혀 다른 모습의 프랙탈 도형이 만들어진다.



시에르핀스키 삼각형이란 정삼각형의 변의 중점을 이어 다른 삼각형을 만들고 또 그 삼각형의 변을 이어 다른 삼각형을 만들기를 반복한 삼각형을 이야기 한다.

페아노 곡선



유클리드평면 E^2 위의 연속곡선, 즉 선분 $I = [0,1]$에 E^2에로의 연속사상 f에 의한 상 f(I)로서, 정사각형 전체를 메우는 것과 같은 연속곡선을 말한다.

G.페아노가 처음으로 발견하였으며, D.힐베르트는 그것을 다음과 같이 간략화 하여 설명하였다.

정사각형 및 선분을 4등분하여 Di와 Ti를 대응시킨다.
다음 각 Di를 4등분하고
Dij를 Tij에 대응시켜$(j = 0,1,2,3)$
같은 조작을 되풀이 한다.

자연은 멀티 프랙탈 구조

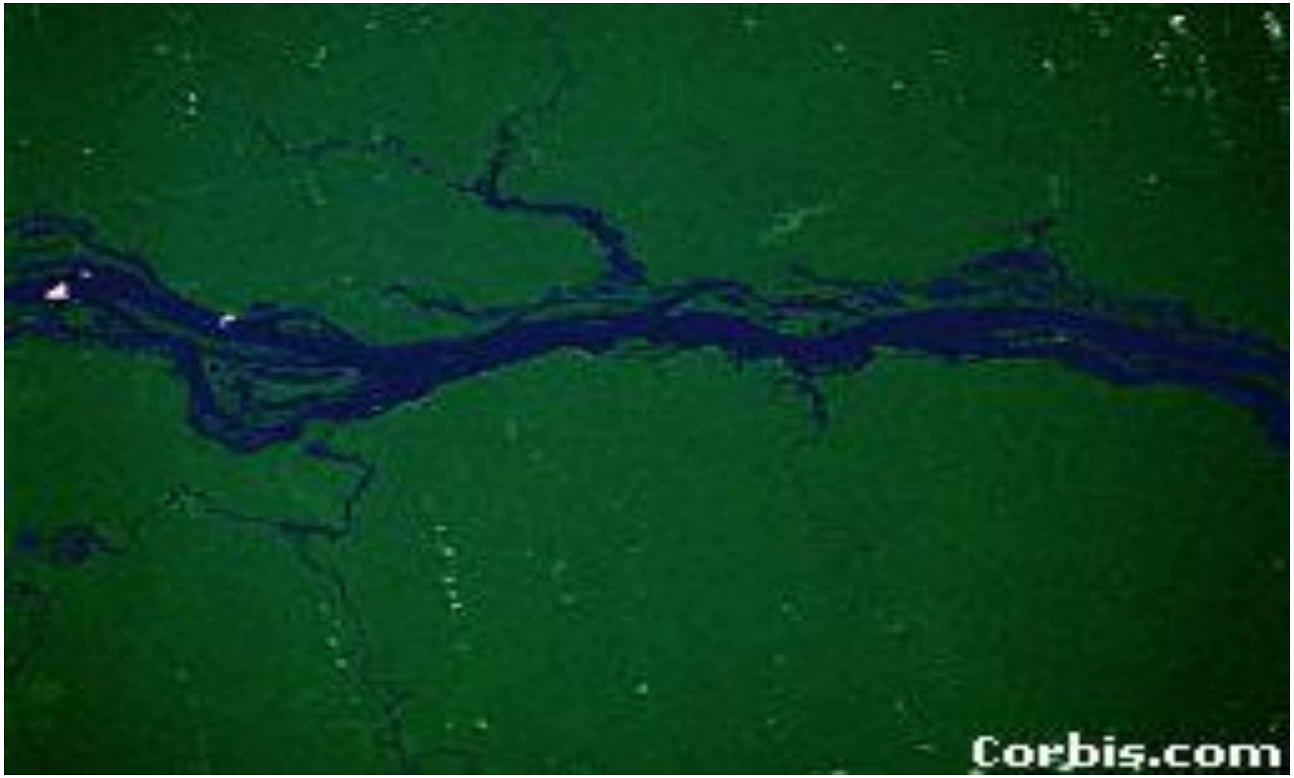
자연의 환경은 우리에게 무한이 많은 상상력과 예술적, 과학적, 수학적, 공학적인 영감을 갖고 있다. 인간은 이러한 자연의 무한히 많은 재원으로부터 자연을 관찰하여 패턴 및 형태의 가능성을 발견하고 이것을 합리화시켜 이상적인 기하학 형태로 만들어 왔다.

일반적인 프랙탈 도형들은 전체를 보아도 그 일부분을 보아도 프랙탈 차원은 똑같다. 코흐곡선 전체의 차원은 약 1.26 이고 그 일부분의 차원도 역시 약 1.26 이다. **이처럼 보통의 프랙탈 도형은 대역적인 차원과 국소적인 차원이 일치한다.** 그것은 생성자가 하나였으므로 당연한 일이다. **그러나 만델브로트 집합은 대역적인 차원과 국소적인 차원이 다르다.** 국소적으로 1.5 차원인 것들을 모아서 만들 전체의 차원은 1.3 이 되는 것이다. **이러한 프랙탈을 멀티프랙탈이라고 한다.** 자연의 형태는 대부분 이러한 멀티 프랙탈 구조를 가지고 있다.

* 프렉탈의 예

번개의 전파 는 습도, 기압, 온도, 이온화의 경향 등 여러 조건이 복잡하게 얽혀서 그 경로가 결정되기 때문에 일직선이 아니고 구불구불 진행하며 가지치기를 한다. 그 모습은 불규칙하지만 전체와 가지의 비슷한 구조를 하고 있다.

강은 프랙탈 적이다. 큰 강줄기나 그 지류는 서로 비슷한 분기상태를 하고 있다. 한강의 일부 지류를 큰 강줄기와 비교하면 금방 닮음의 관계을 알 수 있다.

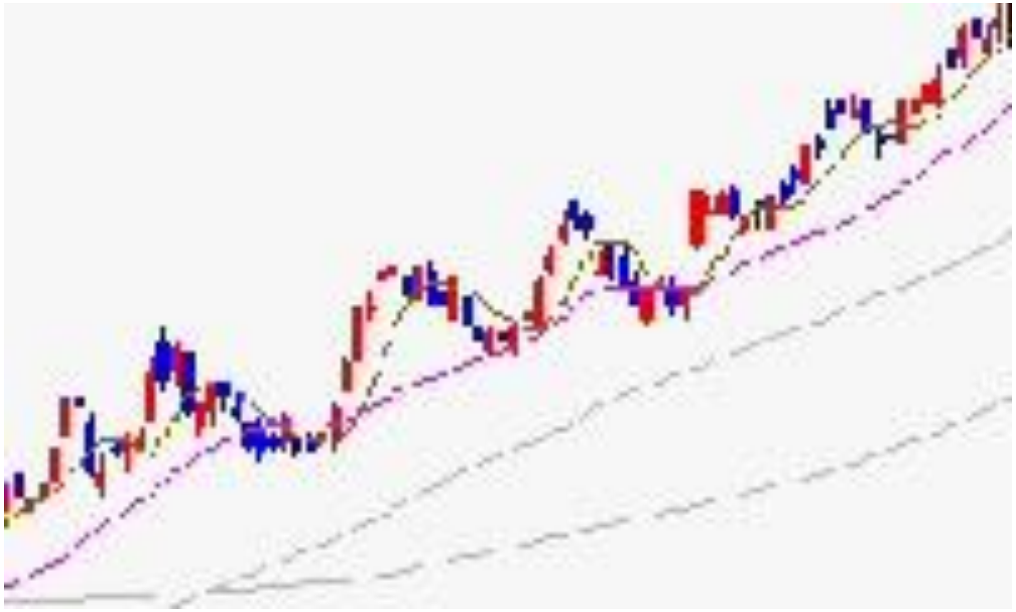


구름의 모양은 다양하지만 공통적으로 통계적인 프랙탈 구조를 갖는다. 뭉게구름도 마찬가지로 프랙탈의 입장에서 볼 수 있으며 실제로 그 차원은 대략 1.35 정도가 된다.

뇌에는 커달란 주름을 자세히 들여다보면 다시 더 작은 주름이 계속되어 간다. 뇌가 프랙탈 구조를 갖는 이유는 좁은 공간안에 되도록 많은 뇌세포를 배치하기 위해서이다. 뇌의 구조는 2.72~2.79의 차원을 갖는다.

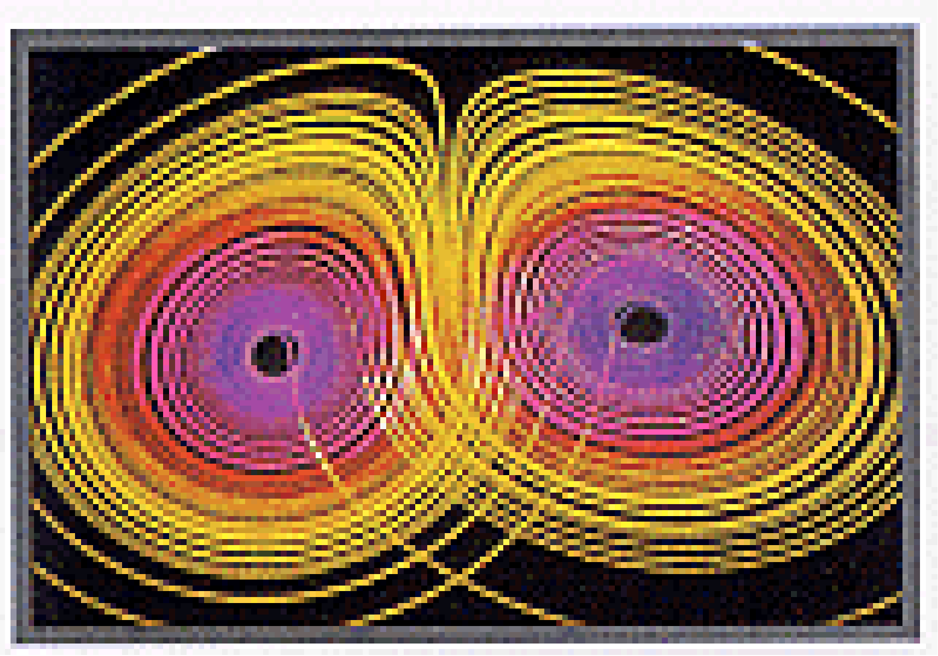
의학에서 폐포를 기본으로 한 프랙탈 구조로 폐를 모델화 하는데도 쓰이고 있다.

주가의 그래프를 하루 단위 또는 1개월 단위로 그려도 그래프는 같은 정도의 복잡한 모양으로 변화한다. 이것은 시간을 확대 또는 축소해 보아도 변화의 상태가 같다는 것인데 이것은 주가의 변동이 시간에 관해서 프랙탈 적임을 의미한다. 하룻 동안의 주가 변동이 1개월 후의 주가 변동과 통계적으로 갊은 꼴이라는 것은 내일의 주가를 예상하는 일이 1개월 후의 주가를 예상하는 것 만큼이다 어려운 일임을 뜻한다.



밤하늘에 있는 별들의 수는 거의 무한대에 가깝다. 따라서 밤하늘은 대낮보다 밝아야 한다. 그런대 왜 밤하늘은 칠흙 처럼 어두운가? 이문제가 바로 '올버스의 역설' 이다. 그 해답은 별의 분포가 프랙탈 구조이기 때문이다. 별군은 여기저기 산재되어 있고 그 별군을 확대해 보면 그와 유사한 구조로 별군이 나타난다. 그리고 확대를 계속하여도 그 유사구조는 한없이 나타난다.

초기 점을 정하고, 주어진 함수에 의해서 재귀적으로 변환된 점을 찍어서 만들어진다. 유명한 것으로 선형 변환에 의한 IFS(Iterated function systems)가 있다.



로렌츠 끌개(공기의 대류 모델을 세 변수만을 고려해 푼 비선형 동력방정식을 위상공간에 표시한 그림)

수학자였던 로렌츠는 2차 대전 중 기상예보관으로 일하면서 기후는 천체의 움직임보다 훨씬 더 복잡한 현상이지만 어떤 법칙은 존재할 것이라 믿었다. 그는 우선 하루 이틀 후의 일기예보조차 불확실하고 1주일 후의 상황은 전혀 종잡을 수 없는 이유가 나비효과임을 발견했다.

그는 여기서 그치지 않았고 1963년 대류에 관한 방정식을 철저하게 분석해서 핵심적인 요소만 남겨 단순한 형태로 만들었다. 물론 이 방정식은 비선형 요소를 포함하고 있었다. 그는 이 방정식을 컴퓨터로 풀어가던 중 그 속에 내재돼 있는 정교한 기하학적 구조를 발견했다. 도저히 규칙성이 보일 것 같지 않은 기상모델에서 그림 하나를 찾아냈다. 똑같은 자리로 되돌아오지 않지만 거의 비슷하게 반복되는 로렌츠 끌개(공기의 대류 모델을 세 변수만을 고려해 푼 비선형 동력방정식을 위상공간에 표시한 그림)가 모습을 드러낸 것이다.

프랙탈이 쓰이는 기상학

프랙탈을 이용한 예는 여러 곳에서 찾아 볼 수 있는데, 우선 자연재해의 발생규모, 위치, 시점 등을 예측하려는 연구에 활발하게 이뤄지고 있는 것을 알 수 있다. 프랙탈로 통계적 방법으로는 볼 수 없었던 수준까지의 정보를 얻어낼 수 있기 때문이다. 로렌츠 끌개가 만들어 진 계기가 기상예보와 관련된 공기의 대류 현상을 기상모델하면서 얻을 수 있었던 것을 봐도 기상학에서 프랙탈의 역할은 크다는 것을 알 수 있다.

경제학에서 주가를 예상

주가의 주기(cycles)와 추세(trends)가 프랙탈 분포를 갖는 경향이 있다

- ‘요셉효과(Joseph effect)’와

- ‘노아효과(Noah effect)’

하천의 지형형태학적인 특성을 규명하고 연구하는 프렉탈 기하학

하천의 유출자료를 프랙탈 이론을 이용하여 분석

강우-유출 모형에서 강우 입자의 하도 체류시간 분포를 나타내는 폭함수(width function)가 프랙탈 특성을 가지고 있다

하천 유량 자료에 대한 프랙탈 분석을 시도하기도 하였다.

하천 지형학에 있어서 프랙탈 이론은 위성 사진의 해석, GIS와의 접목 등 거의 모든 분야에서 그 응용 가능성이 제기되고 있으며, 수문 자료의 분석에까지 그 응용 분야가 넓어지고 있다.

그 외에도 앞서 앨범 표지에서처럼 미술에서도 이용되고 있다.

이상으로 설명한 정리하여 보면

프랙탈은 크게 네 가지 종류로 나눌 수 있다.

첫 번째, 기하학적인 법칙에 의해서 만들어진 프랙탈 이다. 칸토어 집합과 시어핀스키 삼각형, 페아노 곡선, 코흐 곡선 등이 이에 해당된다.

두 번째 기이한 끌개는 초기 점을 정하고, 주어진 함수에 의해서 재귀적으로 변환된 점을 찍어서 만들어진다. 유명한 것으로 선형 변환에 의한 IFS(Iterated function systems)가 있다.

세 번째는 Escape-time fractals이다. 주어진 맵이 이미지에 해당하는 각각의 점에 대해 얼마나 빨리 발산하는지를 색채로 나타낸 것으로 만델브로 집합과 줄리아 집합 등이 있다.

네 번째는 random fractal로 완벽한 규칙으로 정해지지 않고, 통계적인 방법으로 만들어진 것이다.

프렉탈의 성질

우리는 무한히 반복된 코흐 곡선을 현미경으로 들여다보면 원래 모양과 유사함을 발견할 것이다.
맨델브로트는 **자연의 불규칙한 패턴에 관한 연구와**
무한히 복잡한 형상에 대한 탐구에서
어떤 지적 교차점을 발견했는데 그것은 바로 코흐 곡선에서 보여주는 바와 같은

(1) 자기 유사성(self-similarity) 이다.

또 하나의 프랙탈의 성질은 프랙탈 이전의 고전기하학으로는 설명할 수 없는

(2) 비정규성을 가지고, 재귀적(기이한 끌개)으로 정의된다 는 것이다.

마지막으로

(3)실제 차원이 프랙탈 차원보다 크다는 것이다.

수학교육의 현주소

대입수능 수리 가·나형 가운데 수리 가형을 선택하는 수험생 비율이 20% 이하로 떨어져 수리가형 시험을 보지 않고 이공계진출 학생이 늘어났다.

그 결과
세계적인 과학전문지 사이언스의 '세계의 대학 교육'이라는 특집기사:

"(서울대의) 이공계 신입생 5명 중 1명은 정규 대학과정을 시작하기 전에 수학 보충수업이 필요하다“ (서울대 자연대 학장)

"선생님 ! 수학은 사회에 나가면 실생활에 거의 활용이 안 되는데 왜 이렇게 열심히 공부해야 합니까 ? "

수학을 포기하는 중고등학생이 많다.

수학에서 공부한 것들이 미래직업생활과 어떤 관련이 있을까 ?

수학은 모든 일, 또는 직업 세계의 밑바탕이 된다. 우리가 어떠한 직업이나 일을 선택한다 하더라도 **논리적인 사고력, 의사결정 능력, 형식적인 표현능력, 문제해결 능력 등 수학적인 능력**을 갖지 않고서는 제대로 과제를 수행하기 어렵기 때문이다. 따라서 **수학 실력은 과학,행정, 산업,무역,교육 등 다양한 분야에 대부분 큰 영향**을 미치고 있다.

예를 들어 **항공 분야의 관제사는**
수학의 벡터 원리를 활용하는 것이고,
보험계리사는 확률,통계 등 수리적 방법을 적용하며,
신문 편집자는 통계 그래프의 분석원리를 활용한다.

한국직업능력개발원이 조사한 결과에 의한 수학이 업무수행에 필수적인 직업

이공학계열 교수,
보험계리인,
산업공학 기술자,
외환 딜러,
자연과학 연구원,
에너지공학 기술자
등의 순이었다.

* 해당 분야 종사자들에게 현재의 직업에 수학이 얼마나 필요한가를 "전혀 필요 없다" 1점, "필요 없다" 2점, "보통이다" 3점, "필요하다" 4점, "매우 필요하다" 5점 등으로 매겨 조사했다.

수학 전공자의 진출 분야

- 보험계리사,수학 및 통계 연구원,수학교사,자연계열 교수
- 중앙정부 및 지방자치단체의 공무원,
- 중·고등학교 교원,
- 은행·보험·증권회사,
- 정보통신기술업체,
- 소프트웨어 개발업체,
- 정보처리업체,
- 정보보안 관련 업체,
- 통계조사기관,
- 일반 기업체의 관련분야(전산실,통계실,자료처리실 등) 등과
- 여론조사연구소,국방과학연구소, 기초과학지원연구소
- 등에 이르기까지 다양하다.

생활속에서 수학하는 자세

첫째,생활 현장의 다양한 곳에서 수학적 사고를 적용하는 습관을 갖자.

<u>수학적 사고를 하면 **인생의 여러 문제**들을 쉽게 분류하고,그 **해법**을 찾게 된다.</u>

학교에서 배운 수학의 원리를 활용하면 어려운 문제들에 대한 지구력과 인내심이 생겨 삶의 문제 해결이 보다 쉽고 편안해진다.

둘째, 미래 사회는 디지털사회, 유비쿼터스사회이고 최첨단 산업이 유망 직업이 될 것이다.

그만큼 수학을 공부하는 것이 중요하다.
미국의 경우도 이공계 계통이 인문사회계열보다 졸업 후 연봉이 더 높게 나타나고 있다.

지금은 힘들고 어렵더라도 수학을 공부하면 고소득을 올릴 가능성이 훨씬 높아지는 셈이다.

셋째, 미래 직업세계의 변화에 적응하기 위해서는 수학적 능력을 가져야 한다.

중·고교 시절 공부하기 힘들다고 수학을 포기하면 단순하고 수입도 적은 직업에 머물 수밖에 없다.

나중에 **유망 직업**으로 전직하려는데 그 직업이 수학적인 지식을 요구한다면 그때 가서 공부하는 것은 매우 힘들기 때문이다. 수학은 논리적이고 단계적인 과목이기 때문에 어느 과정의 앞 단계에서 제대로 학습을 하지 못했다면 다음 단계를 학습하는 것이 매우 어렵다.

넷째, 우리나라 여학생들의 수학능력 향상을 위한 노력이 필요하다.

학업성취도 국제비교연구(PISA)에서

우리나라의 수학 성취 수준은 3위였지만, 수학의 성취도의 남녀간 성별 차이는 세계적으로 가장 컸다. (경제협력개발기구(OECD) 주관)

세계 최대 부호인 미국 마이크로소프트(MS)의 빌 게이츠 회장

- 처음엔 하버드대 법대로 입학하였지만 수학의 중요성을 깨닫고 수학과로 전과

게이츠는 수학적 사고력을 발휘하여 MS를 설립했다.

그가 집필한 저서 '미래로 가는 길','생각의 속도' 등에선 수학적 사고력·상상력의 중요성이 잘 드러나고 있다. 또 게이츠는 지난 3월 미국 상원 청문회에서 앞으로 더욱 가속화될 혁신시대에 살아남기 위하여 수학교육을 더욱 강조하여야 한다고 주장했다.

국가의 경제력 규모와 기초과학 순위는 비례한다.

수학분야가 튼튼해야
기초과학이 튼튼해진다.

- 감사원 조사에 따르면 2002년부터 실시된 수요자 중심의 고교 7차 교육과정으로 전국 4년제 대학 이공계 입학생 가운데 약 30%가 과학이 아닌 사회과목을 선택하고 55%는 수리에서 미적분과 확률, 통계를 배우지 않은 것으로 나타났다. 이는 수학·과학 교육에 열을 올리는 미국·영국·프랑스·일본은 물론 중국·인도와도 정반대의 모습이다.

세계각국의 과학기술 진흥책

2007년 세계 GDP순 경제 규모는 미국·일본·독일·중국·영국·프랑스·이탈리아·캐나다·스페인·인도·대한민국(11위)·멕시코·러시아·호주·브라질 순이고, 2006년 과학기술 논문색인(SCI) 등재 논문 수는 미국·영국·독일·일본·중국·프랑스·캐나다·이탈리아·스페인·호주·인도·네덜란드·한국(13위)·러시아·브라질 순이다. **대한민국의 경제력은 11위이고 SCI 등재논문 수는 13위이다.**

세계 총 GDP의 약 28%를 차지하는 경제대국 **미국은 2007년** 8월 과학기술을 획기적으로 지원하는 **'미국경쟁법 2007 (America COMPETES Act 2007)'**을 상·하 양원을 거쳐 부시 대통령의 사인으로 발효하였다. 이 법의 핵심은 미국이 국가경쟁력 1위를 항구히 하기 위해 **수학·과학 진흥에 3년간 32조원의 정책지원금을 새로 배정**한 것이다.

2006년 **'미국경쟁력 제고 구상(American Competitiveness Initiative)'**으로 수학·과학 육성 예산을 향후 10년간 1360억달러(약 130조원)로 늘리기로 한 부시 대통령의 약속에 이은 또 하나의 **수학·과학 진흥책**이다. (2008년도 우리나라 총예산이258조원)

스위스 국제경영개발원의 2007년도 국가경쟁력평가

우리나라는 55개 평가대상국 중 **국가경쟁력은 29위지만 과학경쟁력과 기술경쟁력은 7위와 6위이다.** 사실 우리나라의 2006년도 **국민총생산 대비 총 연구개발비는 3%**이니 크게 미흡하지는 않다.

수학 교육, 수학 사랑

수학에 대한 관점이 중요하다.

수학이란 틀 속에 갇혀 **수학적 지식만 전달**할 것인가,

지식과 함께 **수학적 창문을 통해 삶의 지혜**를 깨닫도록 지도할 것인가.

도구로서의 수학지식 전달을 지양하고
수학을 통해 생활의 지혜를…

수학을 가르치면서, 수학만 지도하는 것과 수학적 창문으로 삶의 지혜를 지도하는 것의 차이는 크다. 바람직한 교수법은 수학을 통하여 현실세계를 바라보게 하는 것이다..

[Activity] 손목의 포승줄 벗어나기

1) 실험 목표

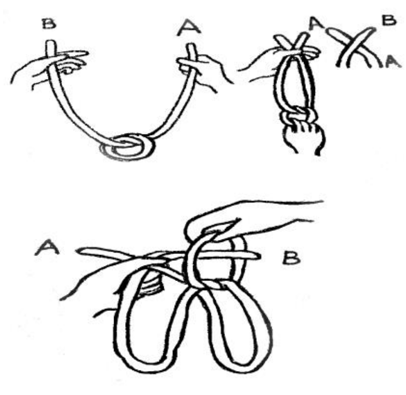
연속의 성질을 이용한 마술놀이에서 연속성이 어떻게 보존되고 있는가를 이해하고 여러 가지 변환에 대해서 이해한다.

2) 준비물

구두끈 또는 긴 줄 2 개

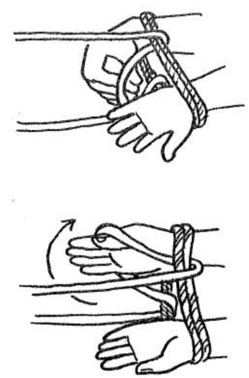
3) 놀이 방법

그림과 같이 손목의 줄을 끊지 말고 빠져나가보자.



손목 묶은 끈 푸는 마술

손목을 줄로 묶은 다음 다른 줄로 양손목 사이에 걸고 상대방에게 잡게 하고 살짝 당기라고 한 다음 손바닥으로상대방이 잡은 줄 중간을 손가락 쪽으로 밀어서 손을 넘기면 줄이 빠지게 된다.



매듭을 푸는 마술속의 수학적 원리와 이유를 설명한다.

[Activity] 바스킨로빈스 31 게임의 승리의 비결

1) 실험 목표
진법과 잉여류(Module)을 이해하고 어떻게 응용되고 있는가를 탐색한다.

2) 준비물 : 바둑돌 31 개

3) 놀이 방법
놀이에 참가한 사람들이 차례로 1 에서 31까지의 숫자를 차례로 말하였을 때 제일 마지막 31 숫자를 말한 사람이 벌칙을 받게 된다. 그런데 자신의 차례가 되었을 때 이전 사람이 말한 제일 마지막 숫자에서 최대한 3개 이하의 숫자를 연이어 말 할 수 있다. 이 때 벌칙을 받지 않으려면 어떻게 하여야 할까?
이 놀이는 바둑돌 31개를 두고 1~3개 이하로 가져가기로 규칙(Game Rule)을 정하고 맨 나중에 남은 것을 가져가는 사람이 벌칙을 받게 하는 것과 같다.

31=28(mod4)+2+1

토의할 점

두 사람이 경기를 하였을 때 이기기 위한 필승의 방법은? 먼저하는 사람과 나중하는 사람 중 누가 유리할까? 이기기 위한 필승의 방법은 없을까? 선수가 2개의 숫자를 부른 후에 후수가 부르는 숫자의 수효와 자신이 말하는 숫자를 합하여 4개의 숫자가 되도록 하면 이긴다. 31=28(mod4)+2+1

더 나아가기

2개 3개 5 개의 세 그룹의 돌무더기에서 자기가 원하는 수효의 돌을 순서대로 가져 갈 때, 맨 나중에 가져가는 사람이 진다. 이 게임의 필승의 방법은 선수가 1, 2, 3 이 되도록 돌을 가져가면 항상 이긴다.

[Activity] 다면체의 분해

1) 실험 목표

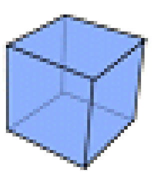
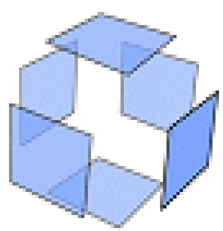
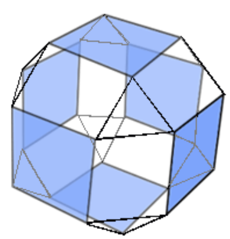
정다면체의 면과 (모서리)선과 꼭지점 사이의 관계를 이해하고 여러 방법으로 분할하였을 때 얻을 수 있는 입체의 모양을 탐구한다.

2) 준비물

종이 가위 풀 자

3) 실습 방법

정육면체의 각 면을 떼어내어 적당한 간격을 두고 떨어지게 한 후 정사각형의 꼭지점을 서로 연결하면 절에서 사용하는 연등처럼 된다.


4) 토의할 점

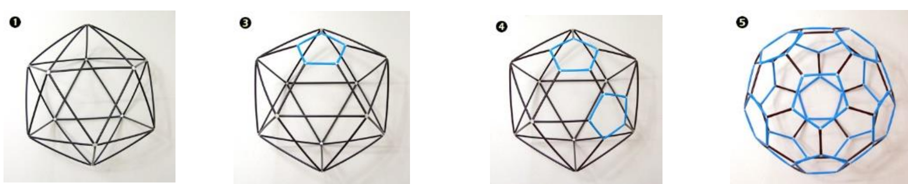
다면체를 부풀려서 꼭지점들을 연결하여 입체를 만드는 법에 대해 생각해보자.

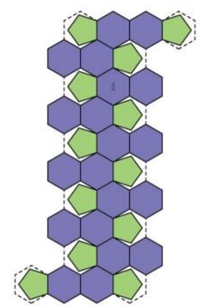
[Activity] 다면체의 꼭지점 절단을 통한 변형

1) 실험 목표
정다면체의 꼭지점을 평면으로 절단하여 구해지는 입체에 대해서 이해한다.

2) 준비물
축구공의 펼친 그림이 프린트된 용지, 풀, 가위

3) 실습 방법
정이십면체의 각 꼭지점으로부터 모서리의 1/3을 지나는 평면으로 잘라내면 깍은 정이십면체를 만들 수 있다. 깍은 정이십면체는 축구공 모양으로 정육면체 20개, 정십이면체 12개로 이루어져 32면체로 되어 있다.





정육면체 20 + 정12면체 12 = 32면체

깍은 정이십면체 (runcated Icsahedron) (V = 60 , E = 90 , F = 32)

4) 토의할 점
다른 정다면체의 꼭지점을 평면으로 잘라내면 어떻게 변환될까?

[Activity] 다면체의 면의 변형

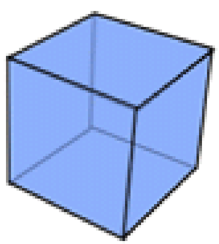
1) 실험 목표

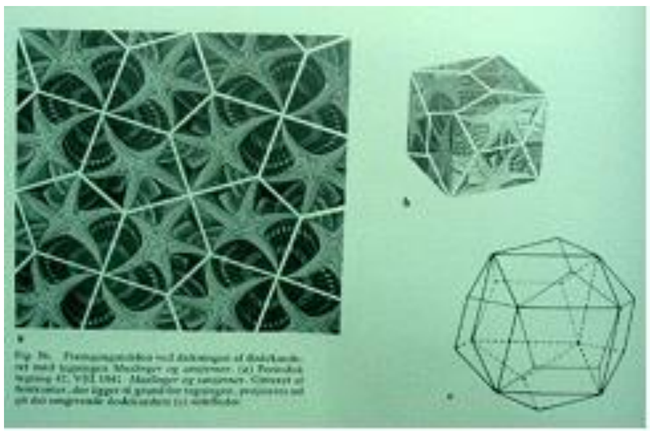
정다면체의 면과 (모서리)선과 꼭지점 사이의 관계를 이해하고 여러 방법으로 분할하였을 때 얻을 수 있는 입체의 모양을 탐구한다.

2) 준비물

종이 가위 풀 자

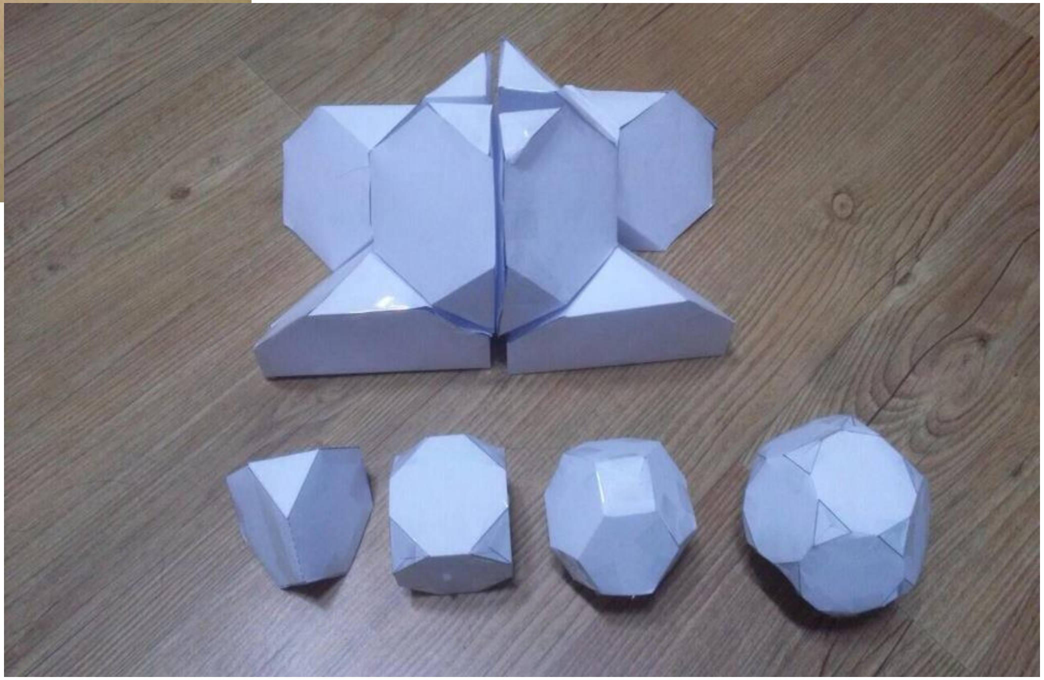
3) 실습 방법





정육면체의 각 면을 지붕처럼 부풀려서 모서리를 없애고 그림과 같이 이웃면과 연결하여 오각형을 만들면 12면체가 만들어진다.

정 12면체와 정 6 면체의 상호 변환



깍은 정 8 면체를 분리하여 정 6 면체를 만들기

Activity) 정다면체를 응용한 통신위성 모형 제작

1) 실습목표

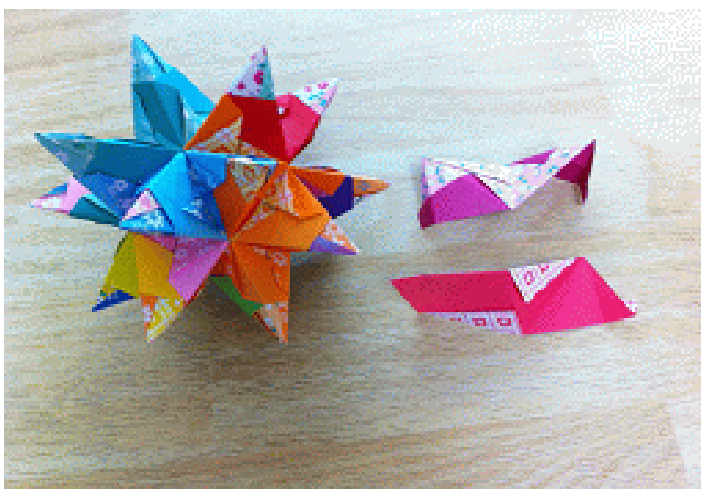
통신위성 모형에서 정다면체를 어떻게 응용하였는지 이해하고 정다면체를 응용하여 또 다른 기하 모형을 제작한다.

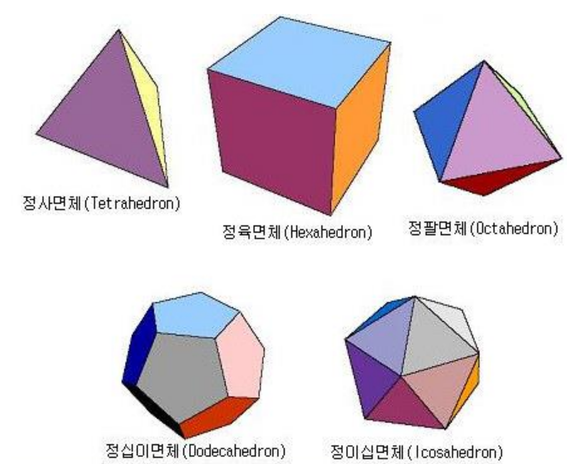
2) 준비물

(제작된) Satellite 모형, 색종이 30장

3) 실습방법

주어진 입체모형을 보고 형태를 분석하여 동일한 모형을 만든다.





[Activity]정다면체를 응용한 등갓 제작

1) 실습목표

기하 모형을 하고 있는 등 갓에서 정다면체를 어떻게 응용하였는지 이해하고 정다면체를 응용하여 기하 모형을 제작한다.

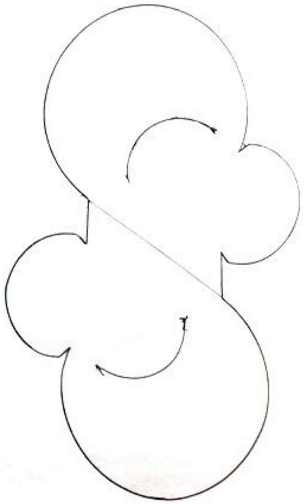
2) 준비물

(제작된) 베니스의 등 갓, 색종이 30장, 가위

3) 실습방법

베니스의 등 갓을 보고 동일한 전등 갓을 만든다.

일러의 정리를 살펴 보자 ! (꼭지점 v – 모서리 e + 면 f =2)



[Activity]새팍타크로 공 만들기

1) 실습 목표
매듭과 오각형을 응용하여 공을 만든다.
2) 준비물
6장의 띠와 접착테이프
3) 실습방법
1. 5장의 띠를 그림과 같이 5각형 별모양으로 교차 배열한다.
2. 마지막 한 장으로 원모양 띠를 만들어
3. 그 띠 속에 5장의 별의 바깥쪽의 꼭지점을 넣은 후에
4. 띠를 교차배열하여 끝을 연결하면 공이 된다.
4) 토의 할 점
띠를 교차배열하여 공을 만드는 방법을 알아보자.
5) 더 나아가기
생활속에서 교차배열을 이용하여 만든 것들을 찾아보자.