10-4 자기인덕턴스의 계산의 예

인덕턴스 계산방법: 자계의 세기(H), 자속밀도(B), 자속(ϕ)으로부터 쇄교자속(λ)을 구함 → 인덕턴스(L) 계산

(1) 환상 솔레노이드

- 그림 10-4와 같이 권수가 N[회], 단면적 S[m^2], 평균자로의 길이 l[m]인 환상 솔레노이드에 전류 I[A]가 흘렀을 때,

$$\phi = \frac{F}{R_m} = \frac{NI}{R_m} = \frac{NI}{\frac{l}{\mu S}} = \frac{\mu SNI}{l}\,[\mathrm{Wb}]$$

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{N\phi}{I} = \frac{\mu SN^2}{l} = \boxed{\frac{\mu_0 \mu_s N^2 S}{l}} = \frac{4\pi \mu_s N^2 S}{l} \times 10^{-7}\,[\mathrm{H}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-19)}$$

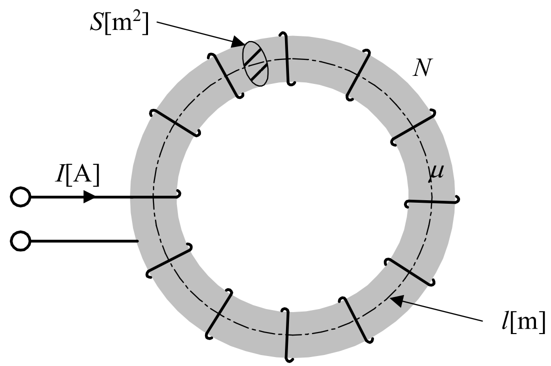

그림 10.4 환상 솔레노이드

예제 10.4 단면적이 5[cm^2], 자로의 평균 길이가 2π[cm], 비투자율 μ_s=100인 환상철심에 500회의 코일을 감았을 때 자기인덕턴스를 구하라.

[풀이] 식(10-19)를 이용하여

$$L = \frac{\mu_0 \mu_s N^2 S}{l} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 500^2 \times 5 \times 10^{-4}}{2\pi \times 10^{-2}} = 250[\mathrm{mH}] \qquad ■$$

(2) 무한장 솔레노이드

- 그림 10-5와 같이 권수가 N[회], 단면적 S[m^2], 평균자로의 길이 l[m]인 환상 솔레노이드에 전류 I[A]가 흘렀을 때,

$$H = NI[AT/m],\ B = \mu H = \mu NI[Wb/m^2],\ \lambda = N\phi = NBS = \mu N^2 IS[\mathrm{Wb/m}]$$

- 단위길이 당 자기인덕턴스

$$L_0 = \frac{\lambda}{I} = \mu N^2 S = \boxed{4\pi \mu_S N^2 S \times 10^{-7}[\mathrm{H/m}]} \qquad \cdots\cdots \text{(10-20)}$$

- 단면의 지름이 D[m] (면적 $S = \dfrac{\pi D^2}{4}$)이고, 길이가 l[m]인 범위의 인덕턴스

$$L = \pi^2 \mu_s n^2 D^2 l \times 10^{-7}[\mathrm{H}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-21)}$$

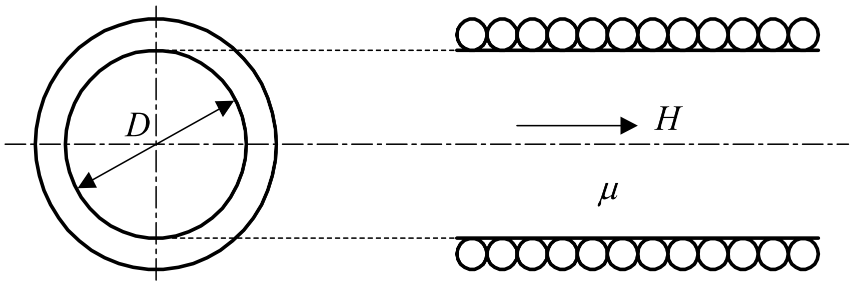

그림 10-5 무한장 솔레노이드

예제 10.5 반지름 a=10[cm], 단위.길이당 권수 200[회]인 무한장 솔레노이드에 전류 2[A]를 흘릴 때의 단위길이당의 자기 인덕턴스를 구하시오.

[풀이] 식(10-20)로부터

$$L_0 = 4\pi \mu_s N^2 S \times 10^{-7}$$

$$= 4\pi \times 1 \times 200^2 \times \pi \times 0.1^2 \times 10^{-7} \fallingdotseq 1.58\,[\mathrm{mH/m}]$$

(3) 유한장 솔레노이드

- 솔레노이드 길이가 한정된 경우, 자속의 일부가 누설되어 쇄교 자속수는 무한 솔레노이드에 비해 작아지므로 인덕턴스는 작아짐

- 단면의 지름이 D[m] 이고, 길이가 l[m]인 범위의 인덕턴스는 식 (10-21)로부터

$$L = k\pi^2 \mu_s N^2 D^2 l \times 10^{-7}[\mathrm{H}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-22)}$$

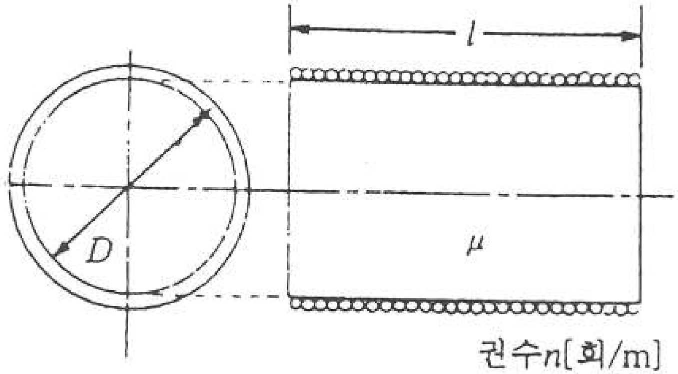

그림 10-6 유한장 원통 솔레노이드

- 나가오카 계수(k): D/l에 의해서 결정 됨

- 표 10-1은 공심철심 일 때 나가오카 계수를 나타냄

- D/l=0(D<<L)일 때, k=1 (무한장 솔레노이드)

표 10-1 나가오카계수

D/l	k	D/l	k	D/l	k
0	1.000	0.8	0.735	8	0.237
0.1	0.954	1	0.688	10	0.203
0.2	0.920	2	0.526	50	0.0611
0.4	0.850	4	0.365	100	0.0350
0.6	0.789	6	0.285		

예제 10.6 지름 3[cm], 길이 6[cm], 권수 60회인 공심 솔레노이드의 자기 인덕턴스를 구하라.
(단, 이 때의 Nakaoka계수는 0.538이다.)

[풀이] 지름, $D=3\times10^{-2}$, 솔레노이드의 길이 $l=6\times10^{-2}$, 단위길이에 대한 권수 $n=60/0.06=1000$이므로

자기 인덕턴스를 L이라 하면 식(10-22)를 이용하여

$$L = k\pi^2 \mu_s N^2 D^2 l \times 10^{-7}$$

$$= 0.538 \times \pi^2 \times 1 \times 1000^2 \times (3 \times 10^{-2})^2 \times 6 \times 10^{-2} \times 10^{-7}$$

$$= 2.86 \times 10^{-5} = 28.6\,[\mu\mathrm{H}]$$

(4) 두 개의 평행 왕복도체

- 안테나의 급전선이나 송배전선의 자기 인덕턴스를 계산하는데 사용

- 반지름 a[m]인 반지름을 가지고 중심 간격이 d[m]인 평행왕복 도선의 단위길이당 자기인덕턴스 계산 (d>>a)

- 한 쪽 도체로부터 x[m] 거리에 도체 1, 2를 잇는 직선상에 미소길이 dx를 취하면 자계 Hx

$$H_x = \frac{I}{2\pi x} + \frac{I}{2\pi(d-x)}\ [\mathrm{AT/m}]$$

$$d\phi = \mu_0 H_x dx$$

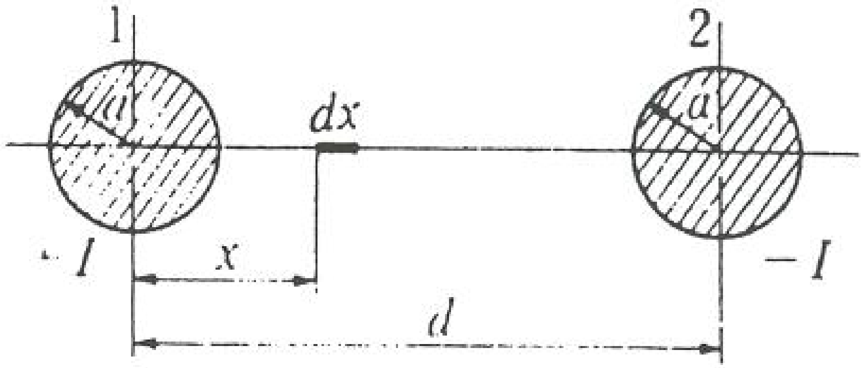

그림 10-7 평행 왕복도체

$$\lambda = \int_a^{d-a} d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_a^{d-a} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) dx = \frac{\mu_0 I}{\pi} ln \frac{d-a}{a}$$

- 단위길이당 외부 자기 인덕턴스 (d>>a)

$$L_0 = \frac{\lambda}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} ln \frac{d}{a} \, [\mathrm{H/m}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-23)}$$

- 단위길이당 내부 자기 인덕턴스

$$L_i = 2 \times \frac{\mu}{8\pi} = \frac{\mu}{4\pi} \, [\mathrm{H/m}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-24)}$$

$$L = L_0 + L_i = \frac{\mu_0}{\pi} ln \frac{d}{a} + \frac{\mu}{4\pi} \, [\mathrm{H/m}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-25)}$$

- 표피효과에 의해서 전류가 도선의 표면에만 흐른다면 외부 자기 인덕턴스만 고려해주면 됨

예제 10.7 동선으로 만든 저압 배전선의 지름이 5[mm]이며 선간 거리 40[cm]일 때 길이 25[m]의 자기 인덕턴스를 구하라.

[풀이] 식(10-23)에서 μ≒μ_0이고 길이 l [m]인 경우이므로

$$L_0 = \frac{\mu_0 l}{\pi} ln \frac{d}{a} = 4 \times 10^{-7} \times 25 \times \ln \frac{400}{2.5} = 0.0508\,[\mathrm{mH}]$$

$$L_i = \frac{\mu_0 l}{8\pi} \times 2 = 25 \times 10^{-7} = 0.0025\,[\mathrm{mH}]$$

$$\therefore \; L = L_0 + L_i = 0.0508 + 0.0025 = 0.0533\,[\mathrm{mH}]$$

(5) 동축케이블(coaxial cable)

- 그림 10-8과 같이 반지름 a, b인 동축케이블의 단위길이당 자기 인덕턴스 계산

$$H_x = \frac{I}{2\pi x}\,[\mathrm{AT/m}]$$

$$d\phi = B_x dx = \mu_0 H_x dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx$$

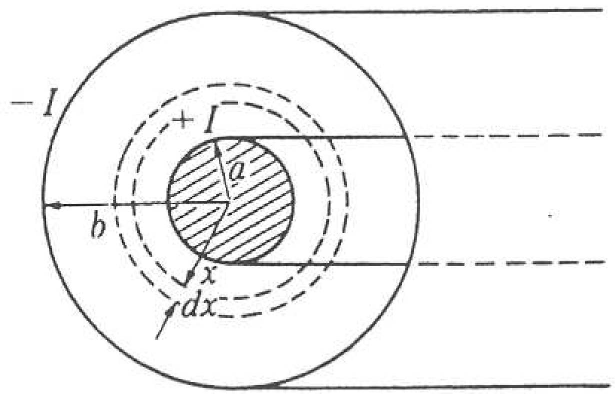

그림 10-8 동축케이블

$$\lambda = \int_a^b d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_a^b \frac{1}{x}dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi}[\ln x]_a^b = \frac{\mu_0 I}{2\pi} ln\frac{b}{a}\,[\mathrm{Wb/m}]$$

- 단위길이당 외부 자기 인덕턴스

$$L_0 = \frac{\lambda}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} ln\frac{b}{a}\,[\mathrm{H/m}] \quad \cdots\cdots \text{(10-26)}$$

$$L = L_0 + L_i = \frac{\mu_0}{2\pi} ln\frac{b}{a} + \frac{\mu}{8\pi}\,[\mathrm{H/m}] \quad \cdots\cdots \text{(10-27)}$$

예제 10.8 내경 0.5[mm], 외경 3[mm], 길이 1[km]인 동축케이블에 내경과 외경 사이를 비자성체로 채운 경우의 자기 인덕턴스를 구하시오.

[풀이] 내경과 외경 사이를 비자성자체로 채운 경우이므로 식(10-27)은

$$L=\frac{\mu_0 l}{2\pi} ln \frac{b}{a}+\frac{\mu_0 l}{8\pi} = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\left(\ln\frac{b}{a}+\frac{1}{4}\right)[\mathrm{H}]$$

로 된다. 따라서, 동축케이블의 자기 인덕턴스 L은

$$L=\frac{\mu_0 l}{2\pi}\left(\ln\frac{b}{a}+\frac{1}{4}\right)=\frac{4\pi\times 10^{-7}\times 10^3}{2\pi}\left(\ln\frac{3}{0.5}+\frac{1}{4}\right)$$

$$\fallingdotseq 0.41\,[\mathrm{mH}]$$

10-5 상호 인덕턴스의 계산 예

(1) 환상 솔레노이드

- 1차 코일에 I_1[A]의 전류를 통하면, 철심에서의 자속

$$\phi_1 = \frac{N_1 I_1}{R_m} = \frac{N_1 I_1}{\dfrac{l}{\mu S}} = \frac{\mu S N_1 I_1}{l}\,[\mathrm{Wb}]$$

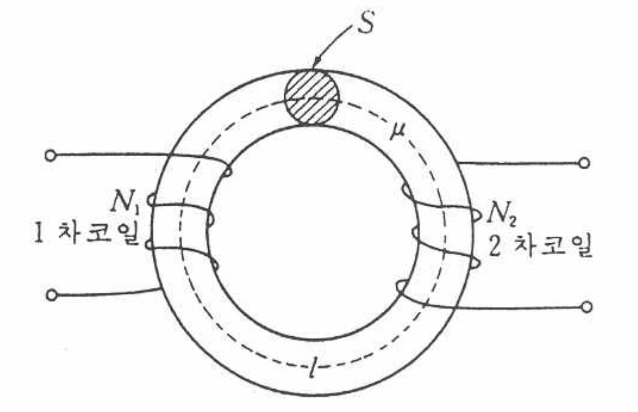

그림 10-9 환상 솔레노이드의 상호 인덕턴스

- 2차 코일과의 쇄교자속수는

$$\lambda_{21} = N_2 \phi_1 = \frac{\mu S N_1 N_2 I_1}{l}$$

$$\therefore\ M_{21} = \frac{N_2 \phi_1}{I_1} = \frac{\mu S N_1 N_2}{l} = \frac{4\pi \mu_s N_1 N_2 S}{l} \times 10^{-7} \quad \cdots\cdots \text{(10-28)}$$

- 이 경우, 1, 2차 코일의 자기 인덕턴스

$$L_1 = \frac{4\pi \mu_s N_1{}^2 S}{l} \times 10^{-7}\,[\mathrm{H}],\ L_2 = \frac{4\pi \mu_s N_2{}^2 S}{l} \times 10^{-7}\,[\mathrm{H}]$$

(2) 유한장 솔레노이드

- 코일이 N_1회 감긴 반지름 a_1인 공심 동축 솔레노이드를 코일이 N_2회 감긴 반지름 a_2인 솔레노이드에 삽입

- 코일 1에 발생된 자속 중에서 코일 2에 쇄교하는 자속은

$$\phi_{21} = B_1 S_2 = \frac{\mu N_1 S_2}{l_1} I_1 \,[\mathrm{Wb}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-29)}$$

- 두 코일 사이의 상호 인덕턴스는

$$M_{12} = \frac{\lambda_{21}}{I_1} = \frac{N_2 \phi_{21}}{I_1} = \frac{\mu N_1 N_2 S_2}{l_1} \,[\mathrm{H}] = \frac{4\pi \mu_S N_1 N_2 S_2}{l_1} \times 10^{-7} \,[\mathrm{H}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-30)}$$

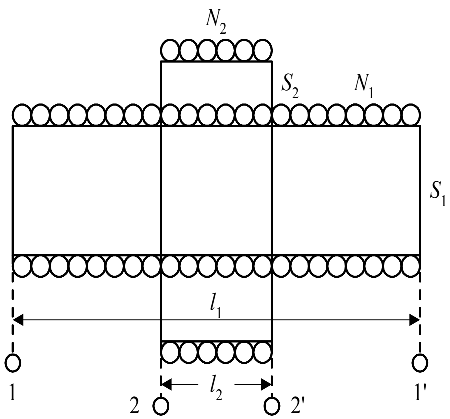

그림 10-10 유한장 코일의 상호 인덕턴스

- 코일 2에 발생된 자속 중에서 코일 1에 쇄교하는 자속에 의한 상호 인덕턴스는

$$M_{12} = \frac{N_2 \phi_{12}}{I_2} = \frac{\mu N_1 N_2 S_1}{l_2} [\mathrm{H}]$$

$$= \frac{4\pi \mu_S N_1 N_2 S_1}{l_2} \times 10^{-7} [\mathrm{H}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-31)}$$

- 단위길이당 코일의 감긴 횟수와 단면적이 같다면, $M_{12} = M_{21}$

예제 10.9 그림 10-11과 같이 길이 l=20[cm], 단면 반지름 a=3[cm], 권수 N_1=500[회]인 단층 원통형 1차 솔레노이드의 중앙 부근에 권수 N_2=100[회]인 2차 코일을 밀착시켜 감았을 경우의 상호 인덕턴스를 구하시오. (단, μ_s=2)

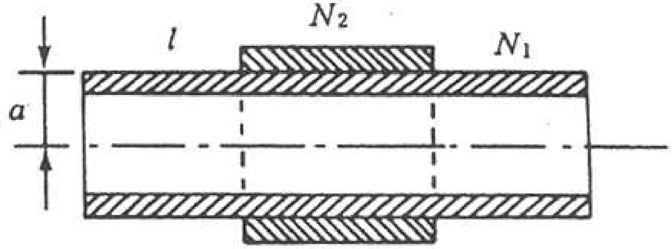

그림 10-11

[풀이] 식(10-31)으로부터

$$M = \frac{4\pi \mu_s N_1 N_2 S}{l} \times 10^{-7} = \frac{4\pi \times 2 \times 500 \times 100 \times \pi \times (3 \times 10^{-2})^2}{20 \times 10^{-2}} \times 10^{-7}$$

$$\fallingdotseq 1.77\,[\mathrm{mH}]$$

(3) 2조의 왕복배전선

- 왕복도선 A_1, A_2와 B_1, B_2 인 2조의 배전선에서, A_1, A_2 의 전류 $\pm I_1[A]$에 의한 B_1, B_2 사이의 점 P의 자계

$$H_+ = \frac{I_1}{2\pi r}[\mathrm{AT/m}]\,(d_1 < r < d_2)$$

$$H_- = \frac{-I_1}{2\pi r}[\mathrm{AT/m}]\,(d_3 < r < d_4)$$

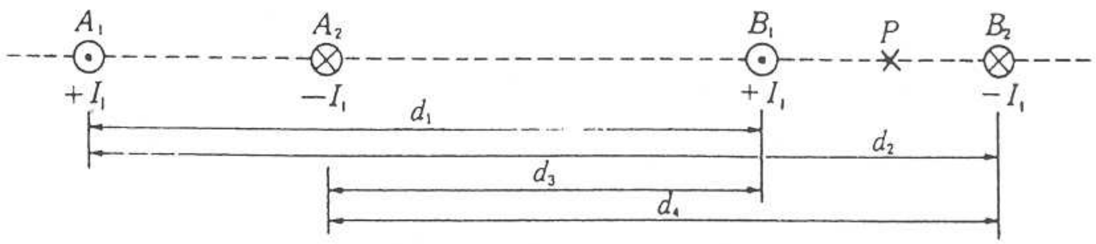

그림 10-12 2조의 왕복 배전선

- B_1, B_2 사이의 길이 1[m]의 구간에 쇄교하는 자속

$$\phi_+ = \mu_0 \int_{d_1}^{d_2} \frac{I_1}{2\pi r} dr \times 1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} ln \frac{d_2}{d_1} [\mathrm{Wb/m}]$$

$$\phi_- = -\mu_0 \int_{d_3}^{d_4} \frac{I_1}{2\pi r} dr \times 1 = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi} ln \frac{d_4}{d_3} [\mathrm{Wb/m}]$$

$$\phi_B = \phi_+ + \phi_- = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} ln \frac{d_2}{d_1} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} ln \frac{d_4}{d_3} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} ln \frac{d_2 d_3}{d_1 d_4} [\mathrm{Wb/m}]$$

$$M = \frac{\psi_B}{I_1} = \frac{\mu_0}{2\pi} ln \frac{d_2 d_3}{d_1 d_4} [\mathrm{H/m}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-32)}$$

예제 10.10

그림 10-12에서 선간 거리 A_1A_2=B_1B_2=30[cm], A_2B_1=40[cm]일 때 상호 인덕턴스를 구하라.

[풀이] 식(10-32)에서 d_1=d_4=70[cm], d_2=100[cm], d_3=40[cm]이므로

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi} ln \frac{d_2 d_3}{d_1 d_4} = 4\pi \times \frac{10_{-7}}{2\pi} \cdot \ln \frac{100 \times 40}{70 \times 70} \, [\mu\mathrm{H/m}]$$
$$= -0.0406 \, [\mu\mathrm{H/m}]$$

가 되는데, 여기서 부(負)의 부호가 됨은 -I_1[A]의 영향이 크다는 것을 의미한다.