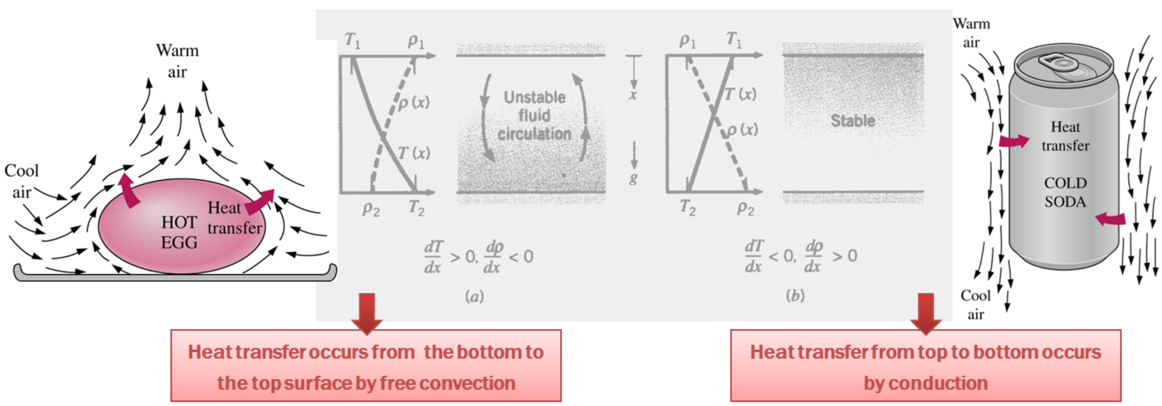
Chapter 7: Natural convection heat transfer

■ 서론

유체를 구동하는 외부의 힘은 없이 발생하는 대류를 자연대류라 한다. 자연대류는 표면과 유체 사이의 온도차가 있을 때 발생하며, 자연대류에서 유체의 이동은 밀도구배에 의한 것으로서, 중력과 같은 체적력에 의해 부력을 발생시켜 대류가 유도된다 (가열에 의한 결과로서 열전달 표면 근처에서 밀도가 감소할 때 유체에 미치는 부력에 의해 발생). 일반적으로 강제대류에 비해서 자유대류 유속은 더 작기 때문에 열전달계수도 더 작다. 그러므로, 측정하기가 더 어렵기 때문에 강제대류 문제보다 더 어렵다.

그림에서 보듯이, 위쪽의 온도가 아래쪽 보다 낮을 경우 유체의 순환에 의해 대류가 발생하지만, 위쪽의 온도가 더 높은 경우는 위에서 아래로 내부 전도가 발생한다라 할 수 있다.



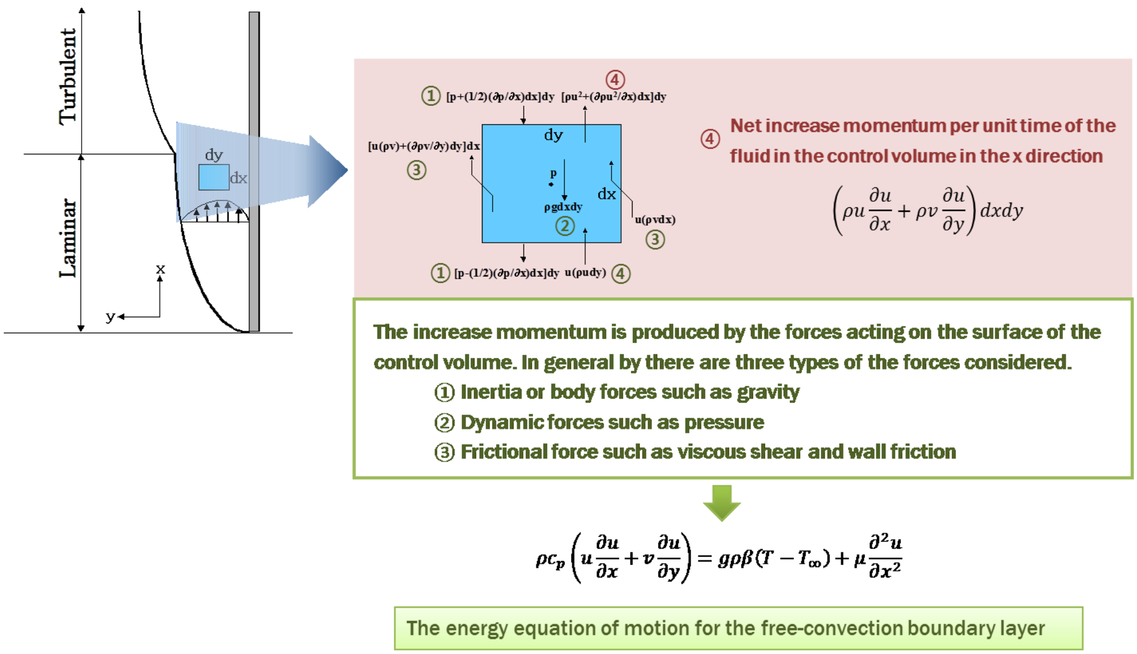
■ 수직평판에서의 자연대류 열전달

간단한 자연대류의 예로서 수직평판을 생각해보자. 판을 가열하면, 그림처럼 자연대류 경계층이 형성되는데, 이는 강제대류와는 매우 다르다. 자연대류의 **<u>자유흐름은 정지상태</u>**이므로, 속도가 증가하다가 최대값 이후 줄어들어 **<u>경계층의 끝부분에서 0</u>**이 된다. 선단으로부터 멀어질수록 난류가 형성되기 시작하여 천이과정이 나타나고, 판을 따라 더 멀리가면 완전한 난류가 발달하게 된다.

앞선 경우와 마찬가지로 경계층에 대한 운동 미분 방정식을 세우면, 전체 모멘텀의 증가는 검사체적내의 표면에 작용하는 힘에 의해 생성된다. 검사체적내의 유체의 단위 시간당 총 모멘텀의 증가는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left(\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial u}\right) dxdy$$

일반적으로 3 가지의 힘이 고려되는데, 1) 중력과 같은 체적힘, 2) 압력과 같은 동적힘, 3) 점성에 의한 전단응력이나 마찰력과 같은 힘이다. 이 세힘의 평형에 의한 모델을 설계하면, 최종적으로 다음과 같은 경계층에서 자연대류 운동에 대한 에너지 방정식을 얻을 수 있다.



$$\rho c_p\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=g(\rho-\rho_\infty)+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

밀도차이는 체적 팽창계수를 이용할 수 있으므로, 위의 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=g\rho\beta(T-T_\infty)+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

여기서 β가 체적팽창계수이며 유체성질표에서 구할 수 있다. 체적팽창계수는 열역학적 성질중 하나로써, 정압하에서 온도변화에 대한 밀도변화의 비율이다.

$$\beta=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=\frac{1}{V}\cdot\frac{V-V_\infty}{T-T_\infty}=\frac{\rho-\rho_\infty}{\rho(T-T_\infty)}$$

이상기체일 때, 체적 팽창게수는 다음과 같다.

$$\beta=\frac{1}{T}$$

(참고) 이상기체상태방정식(혹은 보일-샤를의 법칙)에서 체적과 온도가 반비례하는 것을 생각하면 알 수 있다.

주어진 에너지식을 경계조건을 이용하여 풀면 다음과 같은 식들을 구할 수 있다.

온도분포

$$\frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2$$

경계층 두께에 대한 최종식

$$\frac{\delta}{x} = 3.93\, Pr^{-1/2}(0.952 + Pr)^{1/4} Gr_x^{-1/4}$$

가상적인 유체의 속도 (수직 평판에서 수직방향이 x 축임을 유의)

$$u_x \frac{x}{\nu} = 5.17(0.952 + Pr)^{-1/2} Gr_x^{1/2}$$

경계층을 통한 질량유량

$$\dot{m} = \frac{1}{12}\rho u_x \delta = \frac{9}{16}\rho u_{max}\delta$$

여기서, 중요한 무차원 수인 Grashof 수 Gr_x가 도입된다. x는 특성길이로서 표면의 기하학적 구조와 배향에 의해 정의된다(추후 살펴봄).

$$\mathrm{Gr}_x = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)x^3}{\nu^2}$$

Grashof number

$$\mathrm{Gr}_x = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)x^3}{\nu^2}$$

x is characteristic dimension determined by the geometrical structure and direction of surface

- The ratio of the buoyancy forces to the viscous forces in the free-convection flow system
  - ✓ The role is similar to Re in forced-convection system – a criterion for transition from larminar to turbulent boundary-layer flow
  - ✓ Critical value of Gr for air = 4×10^8
  - ✓ Critical value of Gr for other fluids = 10^8~10^9

$$\frac{\delta}{x} = 3.93\, Pr^{-1/2}(0.952 + Pr)^{1/4} Gr_x^{-1/4} \Rightarrow \boxed{\mathrm{Nu}_x = 0.508\, Pr^{1/2}(0.952 + \mathrm{Pr})^{-1/4}\, \mathrm{Gr}_x^{1/4}}$$

Dimensionless equation for the heat-transfer coefficient

Average coefficient $\bar{h} = \frac{4}{3} h_{x=L}$

▶ **그래스호프 수**

그래스호프 수의 물리적 의미는 경계층에서 부력대 점성력의 비율로서, 강제대류에 있어서 Re 와 같은 역할을 한다 - Re 는 강제대류에서 경계층에서 관성력 대 점성력의 비율이다 = 층류에서 난류경계층으로 바뀌는 천이를 결정하는 기준이다. 자연대류가 일어나는 수직평판에서 공기의 경우 임계 그래스호프 수는 약 $4X10^8$ 이고, 다른 유체에 대해서도 임계값은 10^8 에서 10^9 사이로 관찰되었다.

열전달계수에 있어서 무차원 식은 다음과 같다.

$$\mathrm{Nu}_x = 0.508\, Pr^{\frac{1}{2}}(0.952 + \mathrm{Pr})^{-\frac{1}{4}}\, \mathrm{Gr}_x^{\frac{1}{4}}$$

평균열전달계수는 국소 열전달 계수의 적분값을 전체 수직평판의 길이로 나누어 준 것이 되므로, 계산하면 다음과 같이 구할 수 있다. 즉, 평균열전달계수는 $x = L$인 지점의 열전달게수의 4/3 이다.

$$\bar{h} = \frac{4}{3} h_{x=L}$$

Free convection on a vertical flat plate

➢ We can get following equations by solving energy equation of motion using boundary conditions

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \boxed{g(\rho - \rho_\infty)} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = g\rho\beta(T - T_\infty) + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Temperature distribution	$\frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2$
Boundary layer thickness	$\boxed{\frac{\delta}{x} = 3.93\, Pr^{-1/2}(0.952 + Pr)^{1/4} Gr_x^{-1/4}}$
Fictitious velocity u_x	$u_x \frac{x}{v} = 5.17(0.952 + Pr)^{-1/2} Gr_x^{1/2}$
The mass flow through the boundary layer at any x position	$\dot{m} = \frac{1}{12}\rho u_x \delta = \frac{9}{16}\rho u_{max}\delta$

■ 자연대류의 실험적 관계

평균 자연대류 열전달계수는 여러경우에 대해 다음과 같은 함수 형태로 나타낼 수 있다고 알려졌다 (일반적으로 다양한 조건에서 이 식은 만족한다).

$$\overline{\mathrm{Nu}}_f = C(Gr_f\, Pr_f)^m$$

여기서의 하첨자 f는 유체의 성질을 막온도에서 구한다는 뜻이다. 다향한 기하하적에 형태에 따른 C 와 m 은 교재의 표 7.1 에 잘 나와 있다. 교재의 그림 7.5 및 7.6 에 등온수직평판 및 등온수평원통에 대한 열전달 계수의 관계를 그래프로 나타내었다. 이 그림들은 열전달 성능을 급히 구하고자 할 때 관계식 대신 사용될 수 있다.

위의 식에서 나오는 무차원 수가 그래스호퍼 수와 프란틀 수의 곱으로 정의되는 레일리 수이다.

$$\mathrm{Ra} = \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr}$$

레일리 수는 경계조건을 결정하는 수이다 - 그래스호퍼 수가 포함되어 있으므로, 마찬가지로 경계조건의 결정에 이용할 수 있다. **레일리 수가 임계값보다 작으면 열전달의 형태는 주로 전도의 형태가 되고, 임계값보다 크면 열전달은 주로 대류의 형태가 된다.**

▶ 특성길이

Nusselt 수와 Grashof 수에 사용되는 특성길이는 문제의 기하형태에 좌우된다. 수직평판의 경우 평판의 높이 L 을 수평원통의 경우 지름 d 를 사용한다.

■ 수직평판과 원통사이에서의 자연대류

▶ 등온표면

수직표면에 대해 누셀트 수와 그래스호퍼수는 특성길이로 표면의 높이 (판의 높이) L 을 사용하여 정의된다. 특정 경우에 있어서 수직 원통을 수직평판으로 취급할 수 있다. 경계층 두께가 원통의 지름과 비교해 크지 않다면, 열전달은 수직평판에 사용되는 상관식으로 계산될 수 있다. 수직원통을 수직평판으로 취급할 수 있는 일반적인 기준은 다음과 같다.

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{1/4}}$$

D 는 원통의 지름이다.

수직원통이 위의 조건을 만족시킬 수 없는 경우 평판에 대한 평균열전달계수에 곡률을 고려한 인자 F 를 곱해준다 (Pr=0.7 인 기체)

$$\mathrm{F} = 1.3[(\mathrm{L/D})/Gr_D]^{1/4} + 1.0$$

앞서 말한 교재의 표 7.1 의 값들은 등온표면에 대한 상수 값이다. **난류의 경우($\mathbf{Gr}_f\ \mathbf{Pr}_f > \mathbf{10^9}$)에 대해서 두가지의 상수값이 주어져 있다.**

배일리의 해석적 연구는 다음과 같은 관계식이 유용한 것을 보여준다.

$$\mathrm{Nu}_f = 0.1(\mathrm{Gr}_f\ \mathrm{Pr}_f)^{1/3}$$

Churchill 과 Chu 에 의해서 더 넓은 범위의 Ra 에 적용할 수 있는 관계식이 제시되었다.

$$\overline{\mathrm{Nu}} = 0.68 + \frac{0.670\ Ra^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \qquad \mathrm{Ra}_L < 10^9$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}^{1/2} = 0.825 + \frac{0.387\ Ra^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \qquad 10^{-1} < \mathrm{Ra}_L < 10^{12}$$

이 식은 (식 7.28) 일정한 열유속에서도 사용이 가능하며, 물성값은 막온도에서 구한다.

▶ 일정한 열유속 표면

일정한 열유속 조건에서 수직과 경사면으로부터 물로 전달되는 자연대류는 수정된 Grashof 수 Gr*의 항으로 주어진다.

$$\mathrm{Gr}^* = Gr_x Nu_x = \frac{g\beta q_w x^4}{k\nu^2}$$

$q_w = q/A$ (벽에서의 열유속으로 전체 평판에 걸쳐 일정하다고 가정)

1) 국소열전달계수는 층류에서 다음과 같이 구해진다.

$$\mathrm{Nu}_{xf} = \frac{hx}{k_f} = 0.60\left(\mathrm{Gr}_x^*\ \mathrm{Pr}_f\right)^{1/5} \qquad 10^5 < \mathrm{Gr}_x^*\ \mathrm{Pr} < 10^{11};\ \ q_w = constant$$

수정된 그래스호프수는 그래프호프수와 차이가 있다는 것에 유의해서, 이 식의 범위는 수정된 그래스호프수가 사용되었음에 주의할 것.

경계층의 천이는 $3 \times 10^{12} < \mathrm{Gr}_x^*\ \mathrm{Pr} < 4 \times 10^{13}$ 사이에서 시작하고, $2 \times 10^{13} < \mathrm{Gr}_x^*\ \mathrm{Pr} < 10^{14}$ 에서 끝난다. 완전히 발달된 난류유동은 $\mathrm{Gr}_x^*\ \mathrm{Pr} = 10^{14}$에서 존재하며 실험적으로는 $\mathrm{Gr}_x^*\ \mathrm{Pr} = 10^{16}$까지 확대된다.

2) 국소열전달계수는 난류에서 다음과 같이 구해진다.

$$\mathrm{Nu}_x = 0.17\left(\mathrm{Gr}_x^* \,\mathrm{Pr}_f\right)^{1/4} \qquad 2\times 10^{13} < \mathrm{Gr}_x^* \,\mathrm{Pr} < 10^{16};\ \ q_w = constant$$

모든 성질을 국소 막온도에서 구한다. 이 식들은 물과 공기에 대해서 적용이 가능하다.

3) 층류에서 평균 열전달계수는 다음과 같이 구할 수 있다.

평균열전달계수는 국소 열전달 계수의 적분값을 전체 수직평판의 길이로 나누어 준 것이 되므로, 계산하면 다음과 같이 구할 수 있다. 즉, 평균열전달계수는 $x = L$인 지점의 열전달게수의 5/4 이다.

$$\bar{h} = \frac{5}{4} h_{x=L}$$

Note: 난류 자연대류에서는 국소 열전달 계수가 x에 따라 변하지 않고 일정하다.

4) Churchill 과 Chu 는 평균 누셀트 수가 벽의 열유속과 판의 중심 $(x = L/2)$에서의 온도차에 기인하는 경우의 식을 제시하였다.

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L^{1/4}\left(\overline{\mathrm{Nu}}_L - 0.68\right) = \frac{0.67\left(\mathrm{Gr}_x^* \,\mathrm{Pr}_f\right)^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = \frac{q_w L}{k\overline{\Delta T}}$$

그리고 $L/2 - T_\infty$에서 $\overline{\Delta T} = T_w - T_\infty$이다.

■ 수평원통에서의 자연대류

일반적으로 등온표면에 대해서는 식 7.25 를 사용할 수 있고, 수평원통에 대해서도 C 와 m 값이 표 7.1 에 주어져 있다 - 식 7.25 는 실험을 통해서 얻은 평균열전달 계수에 대한 일반적인 식이다.

1) Churchill 과 Chu: 더 넓은 GrPr 에 대해 사용할 수 있는 더 복잡한 관계식

$$\overline{\mathrm{Nu}}^{1/2} = 0.60 + 0.387\left\{\frac{\mathrm{Gr\,Pr}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{16/9}}\right\}^{1/6} \qquad 10^{-5} < \mathrm{Gr\,Pr} < 10^{12}$$

유체의 성질은 막온도에서 구한다.

2) 좀더 간단한식 (하지만 $10^{-6} < \mathrm{Gr\,Pr} < 10^{9}$의 층류번위로 사용이 제한)

$$Nu_d = 0.36 + \frac{0.518\,(\mathrm{Gr}_d\,\mathrm{Pr})^{1/4}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$$

유체의 성질은 막온도에서 구한다

3) 수평원통으로부터 액체금속으로의 열전달

$$Nu_d = 0.53(\mathrm{Gr}_d\,\mathrm{Pr}^2)^{1/4}$$

■ 수평평판에서의 자연대류

▶ 등온표면

수평평판에서의 열전달계수는 식 7.25 와 표 7.1 에 주어진 상수를 이용해서 계산할 수 있다.

$$\overline{\mathrm{Nu}}_f = C(Gr_f\,Pr_f)^m$$

이때의 특성길이는

① 정사각형에서는 한변의 길이
② 직사각형 표면에서는 두변의 길이의 평균을
③ 원판에서는 0.9d
④ L = A/P로 계산하면 실험데이터와 더 잘맞고 이것은 대칭이 아닌 평판의 경우에도 사용 가능하다. (A는 단면적, P는 표면의 주변길이)

▶ 일정열유속

1) 가열된 표면이 위를 향하는 경우

열유속이 일정한 수평평판에 대해서는 다음의 식을 사용할 수 있다.

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.13(\mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr})^{1/3} \qquad \mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr} < 2\times10^{8}$$

그리고,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.16(\mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr})^{1/3} \qquad 2\times10^{8} < \mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr} < 10^{11}$$

2) 가열된 표면이 아래를 향하는 경우

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.58(\mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr})^{1/5} \qquad 10^6 < \mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr} < 10^{11}$$

위식에서 체적팽창계수를 제외한 모든 성질은 T_e에서 구하며, T_e는 다음과 같이 정의된다.

$$T_e = T_w - 0.25(T_w - T_\infty)$$

여기서 T_w는 평균벽온도로써, 다음과 같은 식으로 평균열전달계수와 관련지을 수 있다.

$$\bar{h} = \frac{q_w}{T_w - T_\infty}$$

이 경우 평균 누셀트 수는

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = \frac{q_w L}{(T_w - T_\infty)k}$$

만일 판의 양쪽면에서 자연대류가 일어나고 두께에 따른 온도차를 무시할 수 있다면, 총대류 열전달은 각면에 대하여 각각의 열전달계수를 모두 더함으로써 구할 수 있다. 이 경우 대류 열전달은

$$\dot{\mathrm{Q}} = h_{total}A(T_w - T_\infty)$$

이고, A 는 한쪽 면의 표면적이다.

■ 불규칙한 물체

불규칙한 물체에 적용할 수 있는 일반상관식은 존재하지 않는다. **대부분의 경우 식 7.25 를 수정된 C 와 m 값을 이용하여 사용한다.** 예를 들어, 지름과 길이가 동일한 수직 원통의 경우 C=0.775, m=0.208 를 사용하며, 특성길이는 원통의 **지름**을 이용하여 누셀트 수와 그래스호프 수를 얻는다.

■ 경사표면에서의 자연대류

물속의 가열평판이 여러가지의 경사각도를 갖는 경우에 대해 많은 실험을 수행하여, 평판이 수직면과 이루는 각도를 θ로 나타내고 가열표면이 아래를 향하고 있을 때를 양의 각으로 표시한다. 대략 일정한 열유속을 갖고 가열표면이 아래를 향한 경사평판에 대해, 다음과 같은 상관식을 얻을 수 있다.

$$\overline{\mathrm{Nu}}_e = 0.56(\mathrm{Gr}_e\,\mathrm{Pr}_e\cos\theta)^{1/4} \qquad \theta < 88°;\ 10^5 < \mathrm{Gr}_e\,\mathrm{Pr}_e\cos\theta < 10^{11}$$

위식에서 체적팽창계수를 제외한 모든 성질은 T_e에서 구하며, T_e는 다음과 같이 정의된다.

$$T_e = T_w - 0.25(T_w - T_\infty)$$

β는 $T_\infty + 0.50(T_w - T_\infty)$에서 계산한다.

가열표면이 아래를 향한 거의 수평인 평판, 즉 $88° < \theta < 90°$인 경우에는 다음과 같은 식을 이용할 수 있다.

$$\overline{\mathrm{Nu}}_e = 0.58(\mathrm{Gr}_e\,\mathrm{Pr}_e)^{1/5} \qquad 10^6 < \mathrm{Gr}_e\,\mathrm{Pr}_e < 10^{11}$$

가열표면이 위를 향하는 경사평판이 경우 실험 상관식은 더 복잡해진다. 각도가 $-15°$와 $-75°$ 사이의 경우 적절한 상관식은 다음관 같다.

$$\overline{\mathrm{Nu}}_e = 0.14\left[(\mathrm{Gr}_e\,\mathrm{Pr}_e)^{1/3} - (\mathrm{Gr}_c\,\mathrm{Pr}_e)^{1/3}\right] + 0.56(\mathrm{Gr}_e\,\mathrm{Pr}_e\cos\theta)^{1/4}$$

$$10^5 < \mathrm{Gr}_e\,\mathrm{Pr}_e\cos\theta < 10^{11}$$

Gr_c는 임계 Grashof 수로 Nusselt 수가 앞선 식의 층류관계로부터 이탈되기 시작하는 것을 나타내고 책에서이 표를 통해 주어진다. $\mathrm{Gr}_e < \mathrm{Gr}_c$인경우 앞식의 첫째항은 생략된다.

■ 공기에 대한 단순화된 방정식

대기압과 상온에서 여러표면으로부터 공기로의 열전달 계수에 대한 단순화된 방정식이 표 7.2 에 주어진다. 이 식은 특정 인자들을 곱하여 더 높거나 낮은 압력으로 확장할 수 있다.

$$\left(\frac{p}{101.32}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ 층류의 경우}$$

$$\left(\frac{p}{101.32}\right)^{\frac{2}{3}} \text{ 난류의 경우}$$

여기서 p 의 단위는 kPa 이다. 단순화된 식은 문제를 빨리 풀 수 있는 편리한 방법일 뿐이고, 표 7.1 의 내용을 대신할 수 없다.

■ 구에서의 자연대류

1) Yuge 는 **구에서 공기로 전달**되는 자연대류 열전달을 제안하였다.

$$\mathrm{Nu}_f = \frac{\bar{h}d}{k_f} = 2 + 0.392\,\mathrm{Gr}_f^{1/4} \qquad 1 < \mathrm{Gr}_f < 10^5$$

Pr 을 도입하면, 다음과 같은 식으로 수정이 가능하다.

$$\mathrm{Nu}_f = 2 + 0.43\left(\mathrm{Gr}_f\ \mathrm{Pr}_f\right)^{1/4}$$

이때 성질은 막온도에서 구한다. 원래 기체의 자연대류에서 사용하지만, 액체에서도 사용가능하다.

2) Ra 수가 큰 경우에 대해, Amato 와 Tien 이 물을 사용한 실험을 통해 다음의 상관식을 제안하였다.

$$\mathrm{Nu}_f = 2 + 0.5\left(\mathrm{Gr}_f\ \mathrm{Pr}_f\right)^{1/4} \qquad 3\times10^5 < \mathrm{Gr\,Pr} < 8\times10^8$$

3) Churchill 은 더 넓은 범위의 Ra 수에 대해 구에 적용할 수 있는 일반적인 공식을 제안하였다.

$$Nu = 2 + \frac{0.589\,\mathrm{Ra}_d^{1/4}}{[1+(0.559/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$$

$$Ra_d < 10^{11},\ \ Pr > 0.5$$

■ 밀폐된 공간에서의 자연대류

1) 밀폐된 수직공간에서의 Gr 은 공간의 간격 β를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathrm{Gr}_\delta = \frac{g\beta(T_1 - T_2)\delta^3}{v^2}$$

Gr 이 매우 작은 경우, 자연대류 흐름은 매우 작고 열전달은 주로 유체층을 가로질러 전도에 의해 일어난다 (그림 7.9). Gr 수가 증가함에 따라 유동영역에 이르고, 다음의 Nu 로 표시되는 열전달이 점차로 증가한다.

$$\mathrm{Nu}_\delta = \frac{h\delta}{k}$$

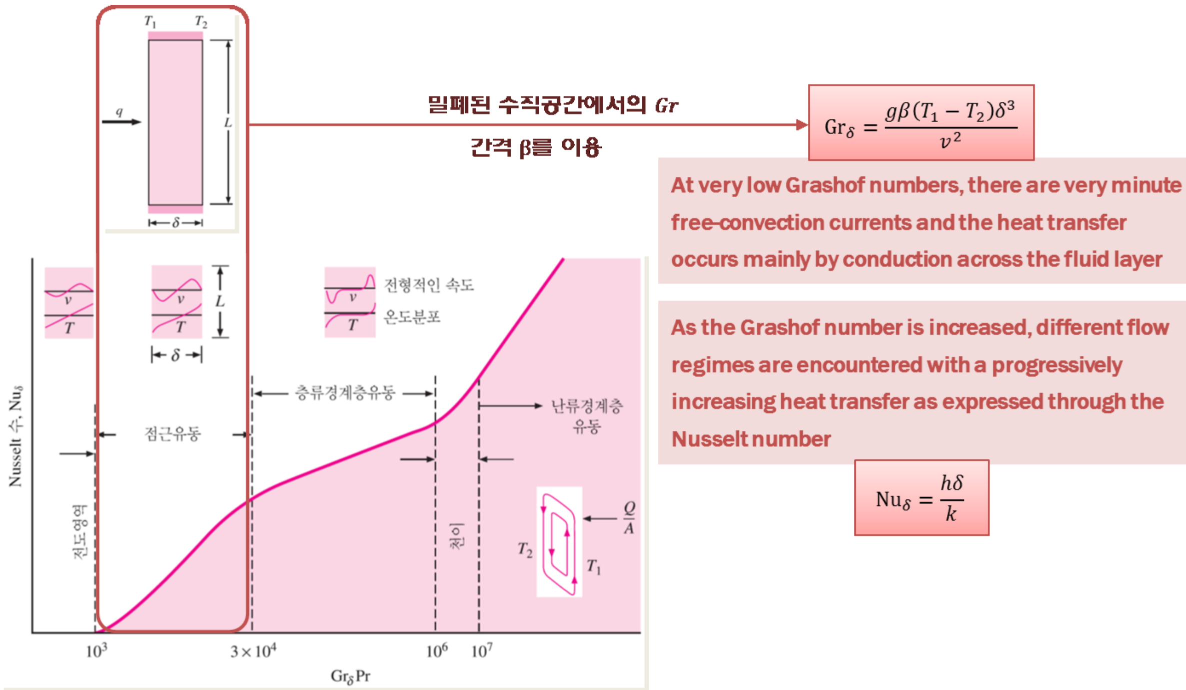


Figure 1. Schematic diagram and flow regimes for vertical convection layer (Holman 10th edition, 2011)

1) 일정 열유속 조건에서 여러 액체로의 열전달을 예측하는데 다음의 실험식이 주어졌다.

$\mathrm{Nu}_\delta = 0.42(\mathrm{Gr}_\delta \mathrm{Pr})^{1/4}\mathrm{Pr}^{0.012}\left(\frac{L}{\delta}\right)^{-0.3}$	$\mathrm{Nu}_\delta = 0.46(\mathrm{Gr}_\delta \mathrm{Pr})^{1/3}$
$q_w = constant$ $10^4 < \mathrm{Gr}_\delta \mathrm{Pr} < 10^7$ $1 < \mathrm{Pr} < 20000$ $10 < \frac{L}{\delta} < 40$	$q_w = constant$ $10^6 < \mathrm{Gr}_\delta \mathrm{Pr} < 10^9$ $1 < \mathrm{Pr} < 20$ $1 < \frac{L}{\delta} < 40$

열유속은 $\frac{q}{A} = q_w = h(T_1 - T_2) = Nu_\delta \frac{k}{\delta}(T_1 - T_2)$

유효 혹은 겉보기 열전도계수 k_e로 위식을 다시 나타낼 수 있다.

$$\frac{q}{A} = k_e \frac{(T_1 - T_2)}{\delta}$$

$$\mathrm{Nu}_\delta = \frac{k_e}{k}$$

건축업계에서는 공기틈새를 통한 열전달을 R 값을 통해서 표시한다.

$$\frac{q}{A} = \frac{\Delta T}{R}$$

$$R = \frac{\delta}{k_e}$$

2) 밀폐된 수평공간에서는 두가지의 경우를 생각할 수 있다.

1. 윗평판이 아랫평판보다 더 높은 온도로 유지되면 저밀도의 유체가 고밀도의 유체보다 위에 존재하므로 대류흐름은 일어나지 않는다. 이 경우, 전도에 의해서만 열이 전달되고 Nu는 1이다.
2. 아래평판이 윗평판보다 온도가 높은 경우로서, 그라스호프 수가 1700보다 작은 경우는 전도만 관찰되고, 누셀트 수는 1이다. 대류가 시작됨에 딸 육방체셀 모양이 형성되고(Benard cell) 그라스호프 수가 50000에서 난류가 시작되고 셀 형태는 파괴된다.

3) 수직 또는 수평으로 놓인 밀폐된 원통 공극에서의 자연대류에 의한 과도적 가열과 냉각

$$\mathrm{Nu}_f = 0.55(\mathrm{Gr}_f \mathrm{Pr}_f)^{1/4} \qquad 0.75 < \mathrm{L/d} < 2.0$$

그래스호프 수는 원통의 길이 L 로 계산한다.

4) 동심구 사이의 유체에 대한 유효열전도계수를 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$\frac{k_e}{k} = 0.228(\mathrm{Gr}_\delta \mathrm{Pr})^{0.226}$$

$$\delta = r_o - r_i$$

$$0.25 \le \delta/r_i \le 1.5$$

$$1.2 \times 10^2 < Gr\ Pr < 1.1 \times 10^9$$

$$0.7 < Pr < 4150$$

성질은 다음과 같이 정의 되는 체적온도에서 구한다.

$$\mathrm{T}_m = \frac{(r_m^3 - r_i^3)T_i + (r_o^3 - r_m^3)T_o}{r_o^3 - r_i^3}, \qquad \mathrm{r}_m = \frac{r_i + r_0}{2}$$

5) 밀폐된 공간에서 자연대류에 대한 실험 결과는 (항상 일치하지는 않지만) 일반형태로 표현할 수 있다.

$$\frac{k_e}{k} = C(\mathrm{Gr}_\delta \mathrm{Pr})^n \left(\frac{L}{\delta}\right)^m$$

교재의 표 7.3 은 여러가지 경우에 대한 C 와 m 값을 보여준다.

환형관 공간에 대한 열전달은

$$\mathrm{q} = \frac{2\pi k_e \Delta T}{\ln(r_o/r_i)}$$

L 은 환형관의 길이 이고, 공극 $\delta = r_0 - r_i$

■ 자연대류와 강제대류의 복합

교재의 그림 7.13 은 수직관 내에서 조합대류에 대한 영역을 나타내고, 7.14 는 수평관 내에서의 조합대류에 대한 영역을 나타낸다. Re 가 크면 (강제속도가 크다) 강제대류영역 이고, GrPr 이 크면 자연대류의 영역이라 할 수 있다. 두 그림의 적용 범위는

$$10^{-2} < \mathrm{Pr}\,\frac{d}{L} < 1$$

이고, 이때의 Graetz 수는 다음과 같이 정의 된다.

$$\mathrm{Gz} = \mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\,\frac{d}{L}$$

Brown 과 Gauvin 은 조합대류 및 층류유동 영역에 대해 더 잘맞는 식을 제안하였다.

$$\mathrm{Nu} = 1.75\left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.14}\left[Gz + 0.012(Gz\,Gr^{1/3})^{4/3}\right]^{1/3}$$

▶ 자연 또는 강제대류의 기준

$\frac{Gr}{Re^2} \ll 1$ 자연대류 무시

$\frac{Gr}{Re^2} \approx 1$ 강제/자연대류 비교

$\frac{Gr}{Re^2} \gg 1$ 강제대류 무시

■ 예제

1. 주거용 건물벽에는 대기압의 공기가 있는 수직 직육면체형 밀폐공간이 존재한다. 안쪽과 바깥쪽 판의 온도는 각각 34˚C, 20˚C 이고, 판의 길이는 2.5 m, 판 사이의 간격은 5 cm 이다. 열전달 계수를 구하여라.

(solution)

공기의 물성을 구하기 위해,

$$T_f = \frac{34+20}{2} = 27℃ = 300\text{K}$$

따라서, 공기의 물성은 $\nu = 15.69 \times 10^{-6}\ m^2/s,\ \ k = 0.02624\ W/s \cdot ℃,\ \ \text{Pr} = 0.708$

$$\beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{300} = 3.33 \times 10^{-3}\ /K$$

밀폐된 수직공간이라 할 수 있으므로,

$$\text{Gr}_\delta = \frac{g\beta(T_1 - T_2)\delta^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times 3.33 \times 10^{-3} \times (34-20) \times 0.05^3}{(15.69 \times 10^{-6})^2} = 231986$$

$$\text{Gr}_\delta Pr = 164246$$

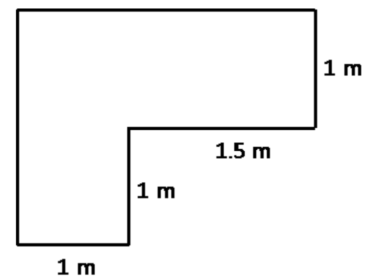
$$\frac{L}{\delta} = \frac{2.5}{0.05} = 50$$

등온조건이라 할 수 있으므로, 조건에 맞는 식을 이용하여 Nusselt 수를 구하면,

$$\text{Nu}_\delta = 0.197(\text{Gr}_\delta\text{Pr})^{1/4}\left(\frac{L}{\delta}\right)^{-1/9} = 0.197 \times (164246)^{1/4} \times (50)^{-1/9} = 2.57$$

$$\therefore \text{h} = \frac{\text{Nu}_\delta k}{\delta} = \frac{2.57 \times 0.02624}{0.05} = 1.35\ \ W/m^2 \cdot ℃$$

2. 다음과 같이 생긴 책상의 14˚C 의 대기에 노출되어 있다. 이 책상의 아랫면이 가열되어 윗면의 온도는 40˚C 가 되어 등온으로 유지된다고 한다. 이때 판의 윗면에서의 평균 대류열전달계수를 구하여라(단, 물성값은 막온도에서 구한다) (Hint: 판의 아랫면에서의 대류는 무시하고, 윗면을 가열된 평판이라 생각하시오)



(solution)

표면 온도와 유체의 온도차가 크기 때문에 막온도를 이용한다.

$$T_f = \frac{T_2 + T_\infty}{2} = \frac{40 + 14}{2} = 27℃ = 300\text{K}$$

따라서, 공기의 물성은 $\nu = 15.69 \times 10^{-6}\ m^2/s,\ \ k = 0.02624\ W/s \cdot ℃,\ \ \mathrm{Pr} = 0.708$

$$\beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{300} = 3.33 \times 10^{-3}\ /K$$

Gr 을 구하기 위해는 특성길이가 필요하고, 특성길이는 표면적과 둘레로부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\mathrm{A} = 1.5 \times 1 + 2 \times 1 = 3.5\ \mathrm{m}^2,\ \ \mathrm{P} = 1 + 1 + 1 + 1.5 + 2.5 + 2 = 9\ \mathrm{m}$$

$$L = \frac{A}{P} = \frac{3.5}{9} = 0.389\ \mathrm{m}$$

$$\therefore \mathrm{Gr}_L = \frac{g\beta(T_2 - T_\infty)L^3}{v^2} = \frac{9.81 \times 3.33 \times 10^{-3} \times (40 - 14) \times 0.389^3}{(15.69 \times 10^{-6})^2} = 2 \times 10^8$$

$\therefore \mathrm{Ra} = \mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr} = 2 \times 10^8 \times 0.708 = 1.42 \times 10^8$ 이고, 가열된 판의 윗면인 경우이므로,

$C = 0.15,\ \ m = 1/3$ 이다.

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.15(\mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr})^{1/3} = 0.15 \times (1.42 \times 10^8)^{1/3} = 78.3$$

$$\therefore \text{평균 열전달계수}\ \bar{h} = 78.3 \times \frac{0.02624}{0.389} = 5.28\ \mathrm{W/m^2 \cdot ℃}$$