

# 8장 관리도의 개념

김남형

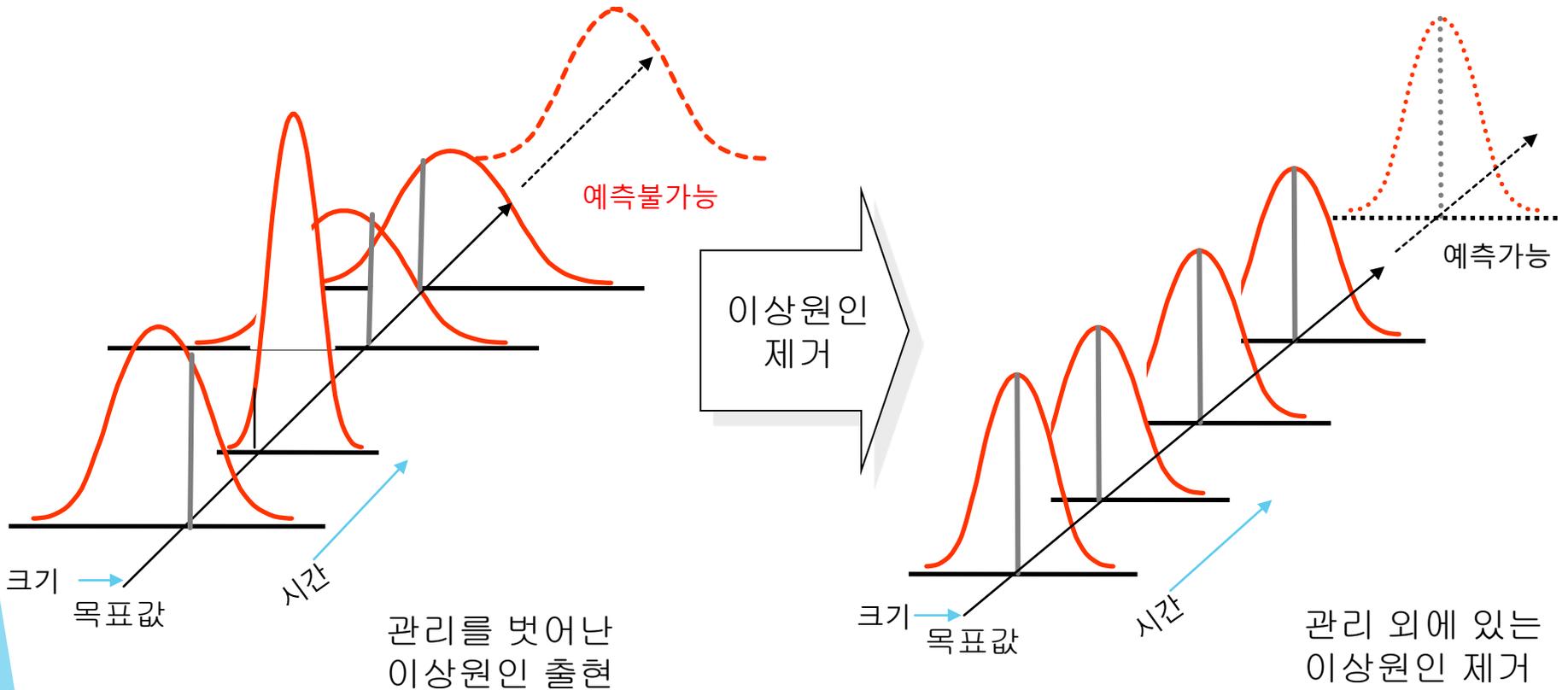
가천대학교 응용통계학과

[nhkim@gachon.ac.kr](mailto:nhkim@gachon.ac.kr)

# 공정관리(Statistical Process Control, SPC)

공정 불안정

공정 안정



# 변동의 원인

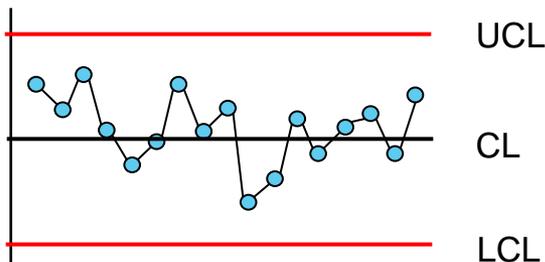
## ▶ 우연원인

엄격하게 관리된 상태에서도 발생하는 어느 정도 불가피한 변동  
우연원인만 존재하는 경우 : 관리상태(state of control)

## ▶ 이상원인

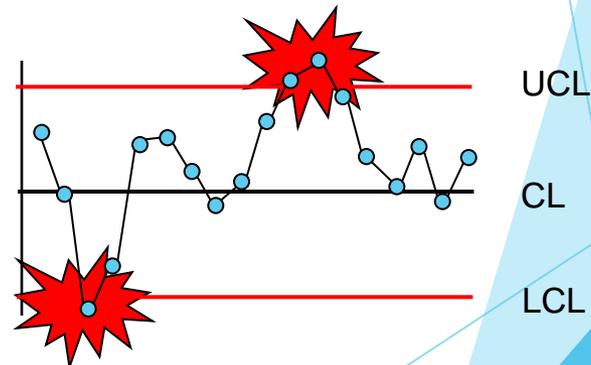
피할 수 있는 요인으로 통계적으로 관리상태가 아닌 경우 발생하는 변동  
Out of Control

변동	발생빈도	발생이유	책임
우연	연속적이며 무작위	시스템 설계	경영자
이상	비연속적	시스템 이외의 요소	작업자



우연원인에 의한 변동

→ 공정능력의 산출 및 평가



이상원인에 의한 변동

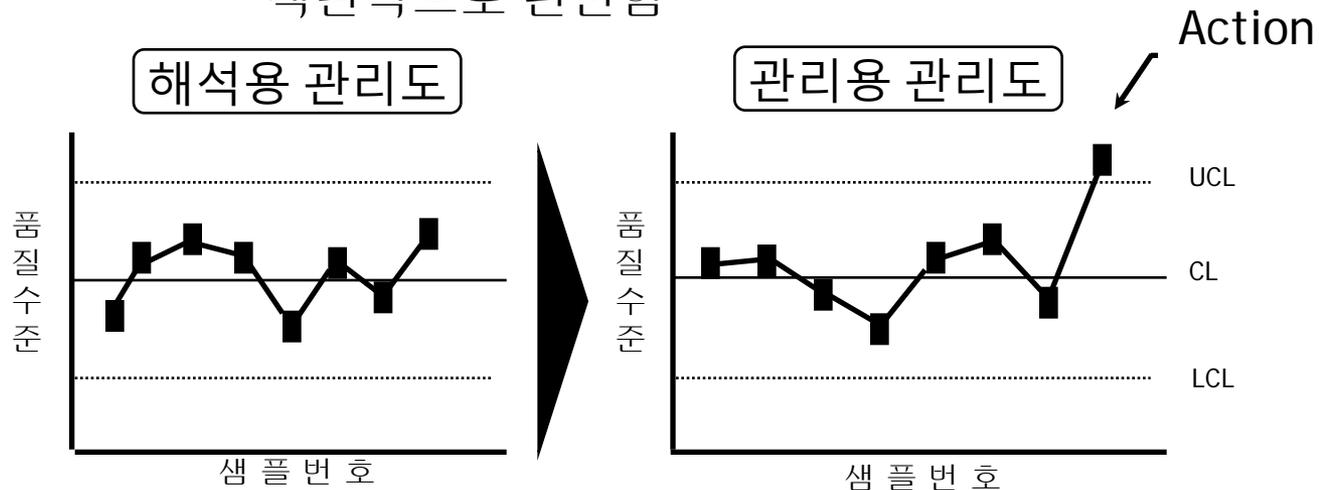
→ 변동 초래하는 이상원인 제거  
→ 공정이상 처리, 재발방지

# 관리도의 개념

## 관 리 도 란 ?

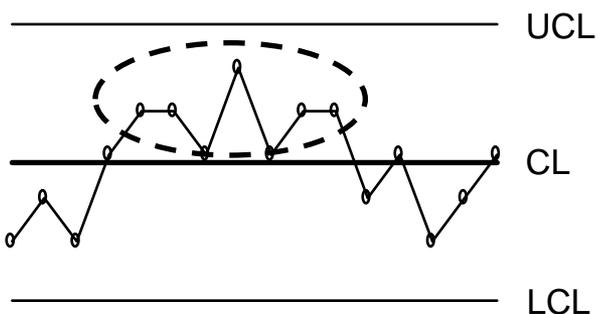
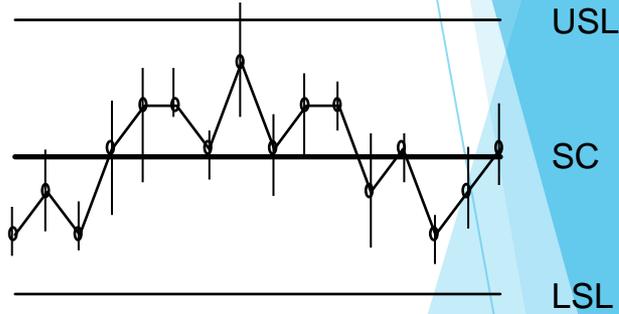
산포를 관리하기 위하여 어떤 품질의 특성의 변화를 나타낸 그래프  
공정을 관리상태(안정상태)로 유지 개선 하는데 사용되는 도구

- 과거의 상황을 척도로 함
- 현재의 상황이 정상인지 이상인지를 객관적으로 판단함

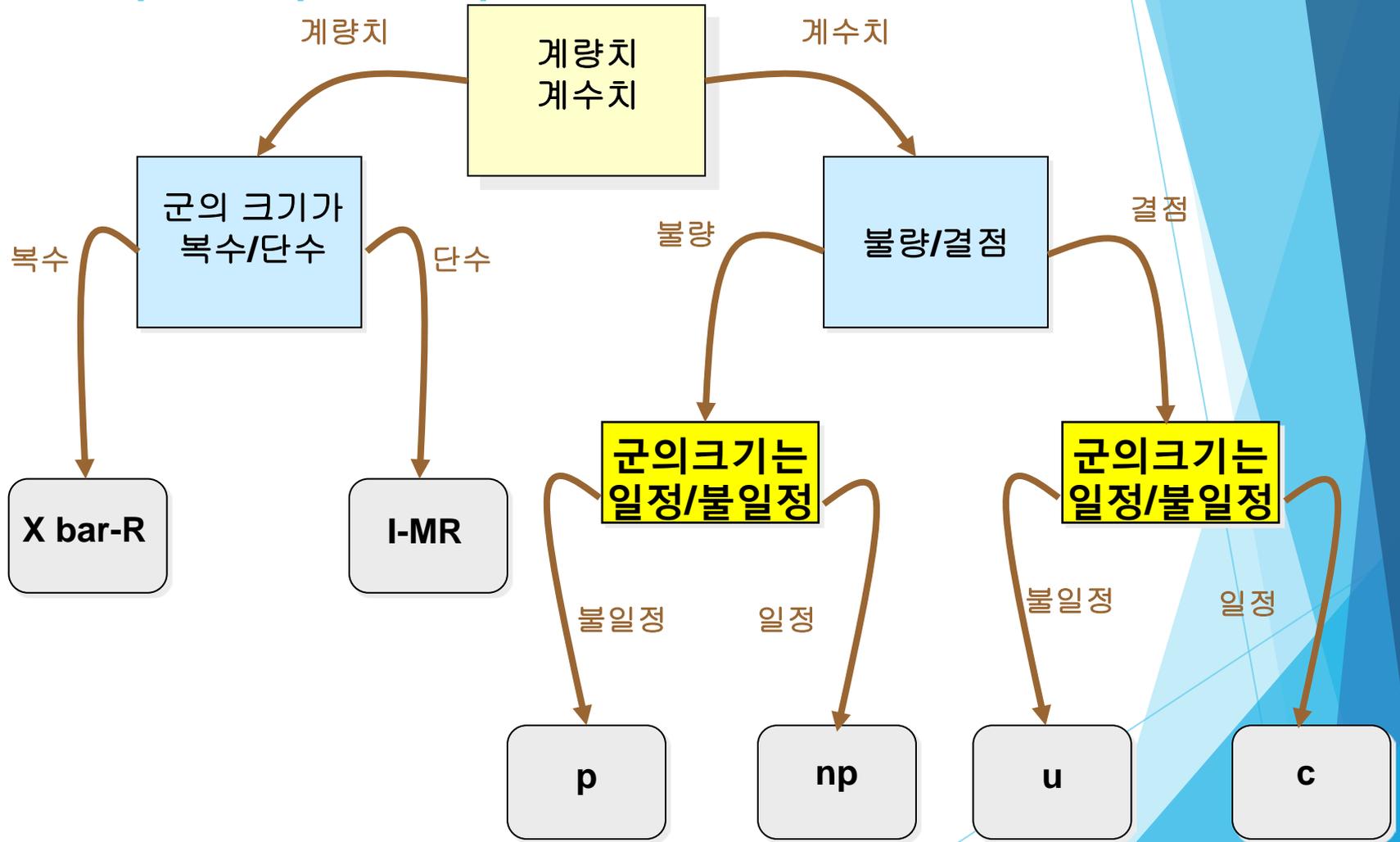


UCL : Upper Control Limit  
CL : Center Limit  
LCL : Lower Control Limit

# 관리도와 추이도 비교

	관리도(Control Chart)	추이도(Trend Chart)
목적	산포 최소→공정능력 확보 사전예방/예측	Trend관찰 (Out of spec에 대한 조치)
기준	$\pm 3\sigma$ (현재 공정능력 고려)	Spec 값
		
관리 한계선	Data에 의해 관리한계선이 정해짐	Spec 값 (고정)
이상 판단	관리도의 규칙에 의거, 공정수준을 고려하여 이상점 판단/조치 공정을 안정상태로 유지	Spec Out Point Spec 근접치도 정상으로 판정

# 관리도의 선택



# 관리도의 선택

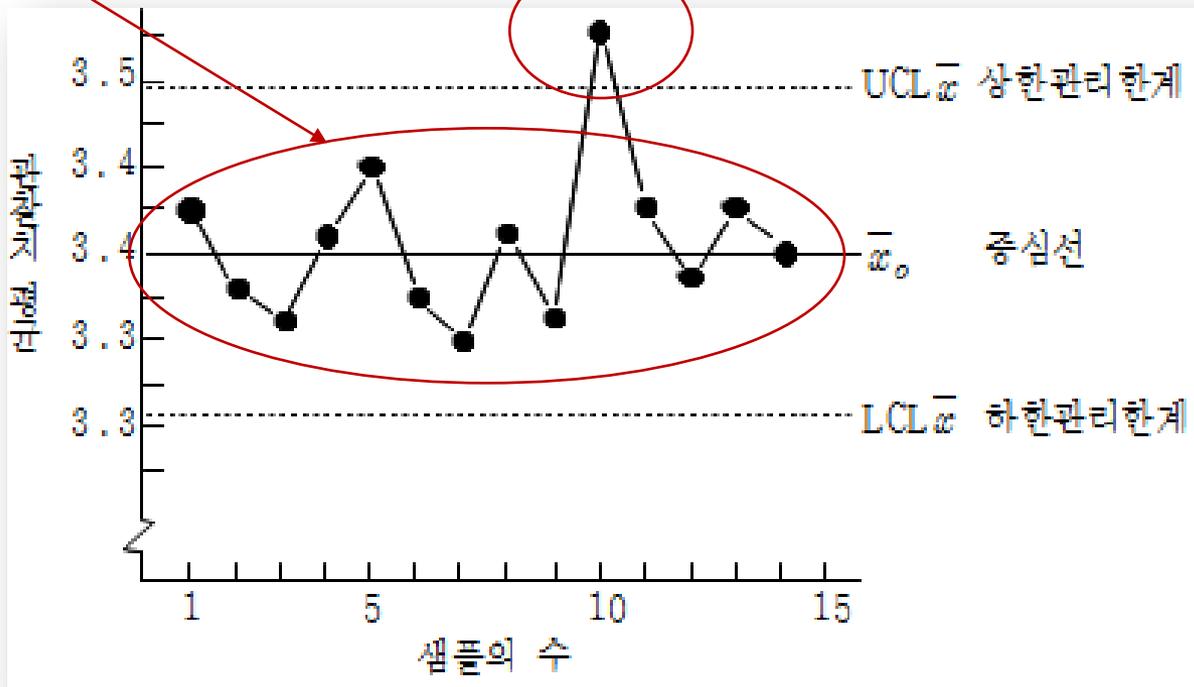
Data 종류	Control Chart	설명
계량치	<b>X Bar – R</b> (평균치와 범위의 관리도)	생산량이 많고 부분군의 개수가 3~4개, 공정평균과 변동을 함께 평가할 때
	<b>X Bar – S</b> (평균치와 표준편차의 관리도)	부분 군의 개수가 8~10 일 경우
	<b>I(X) – MR</b> (중앙치와 범위의 관리도)	부분 군의 개수가 1이거나, 생산량이 적거나 제품 제조 주기가 길거나 이동과 표류가 문제일 때
계수치	<b>P</b> (불량률 관리도)	불량비율을 알고 싶을 때, 표본크기가 다양하고, 보통 50개 이상일 때
	<b>np</b> (불량개수 관리도)	불량개수를 알고 싶을 때, 표본크기가 일정하고, 보통 50개 이상일 때
	<b>C</b> (결점수 관리도)	결점의 수를 알고 싶을 때, 표본크기가 일정할 때
	<b>U</b> (단위당 결점수 관리도)	단위당 결점 수를 알고 싶을 때, 표본크기가 일정하지 않을 때

# 관리한계

- ▶ 품질 특성치가 관리한계를 벗어나면 공정에 이상원인이 존재한다는 것
- ▶ 규격한계는 이미 만들어진 제품의 양·불량을 판정하는 기준인데 반하여 관리한계는 공정상의 이상원인을 제거하기 위해 공정에 대한 개선조치를 지시하는 관리수단으로 사용되는 것.

우연원인

이상원인



# 관리도의 가설검정 과정

- ▶ 1. 귀무가설과 대립가설 설정

귀무가설 :  $\mu = \mu_0$  (공정은 안정상태)

대립가설 :  $\mu \neq \mu_0$  (공정은 안정되지 않은 상태)

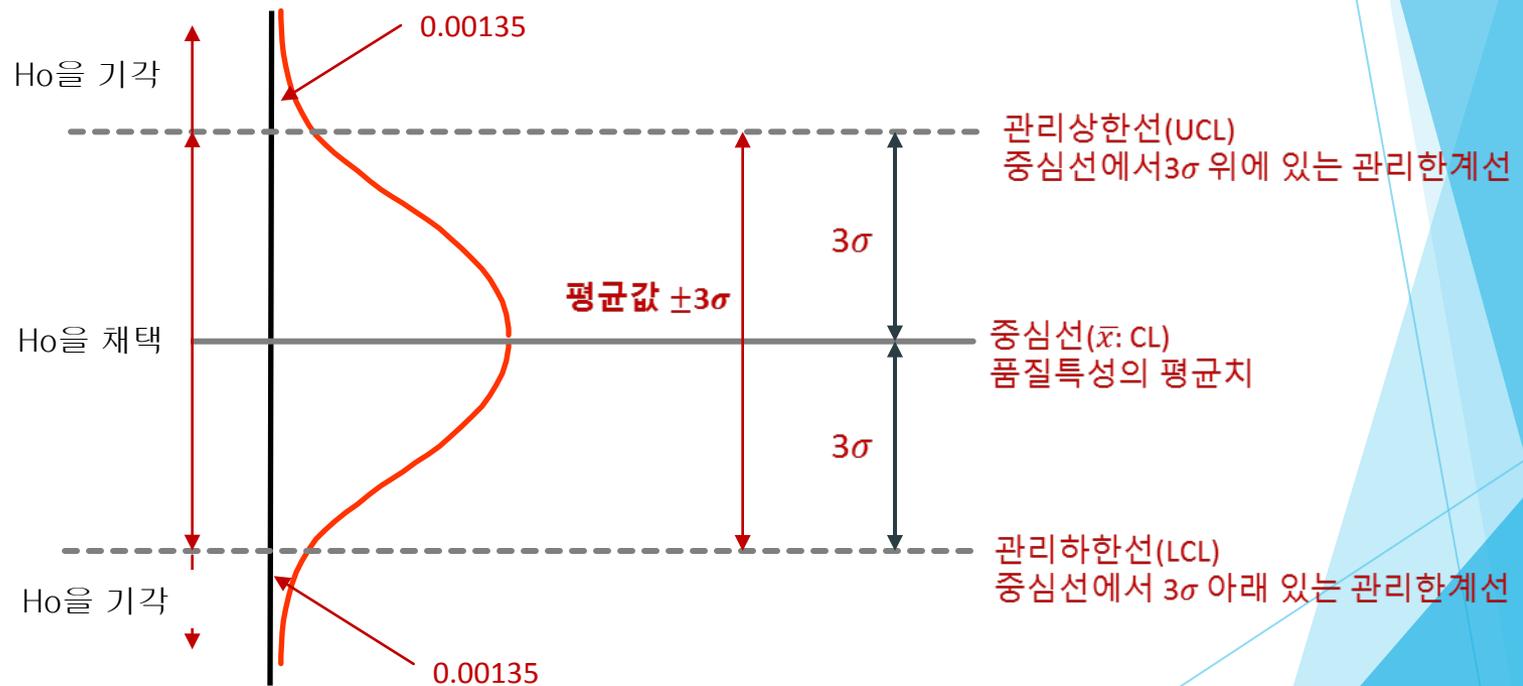
- ▶ 2. 사용할 표본통계량( $\bar{x}$ , R, p, 등) 결정

- ▶ 3.  $\alpha=0.0027$ , 기각역  $z < -3$  혹은  $z > 3$  결정

- ▶ 4. 관리한계를 벗어나면 공정은 불안정

# 관리도의 가설검정 과정

슈하르트의 관리도 제안 
$$\frac{UCL}{LCL} = E(X) \pm 3D(X)$$



# 관리도의 성능

- ▶ 공정이 관리상태에 있을 때는 신호를 가능한 한 “드물게” 발하고, 공정이 관리상태를 벗어나면 가능한 한 “빨리” 신호를 줘야 함
- ▶ 관리도의 성능을 나타내는 척도
  - ▶ OC 곡선(operating characteristic curve, 검사특성 곡선)
  - ▶ 평균 런 길이(average run length, ARL)
  - ▶ 평균 신호시간(average time to signal, ATS)

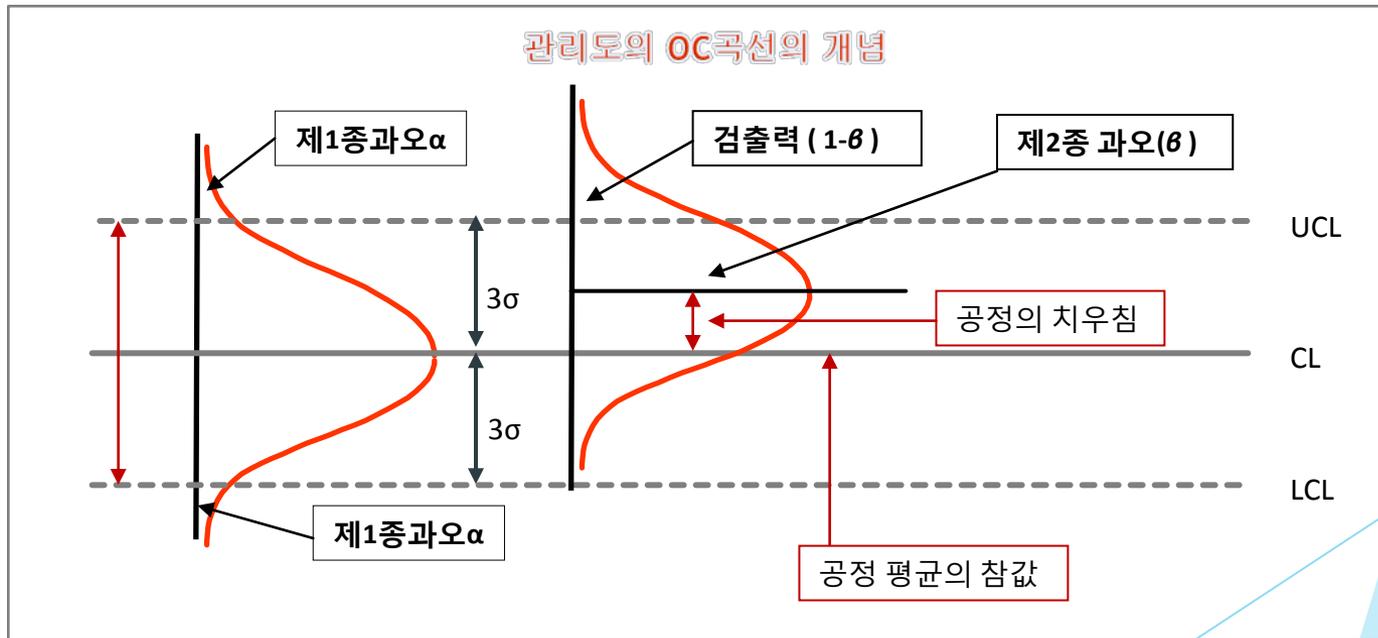
# 관리도의 OC 곡선

	$H_0(\mu = \mu_0)$ is true	$H_0$ is false
Reject $H_0$	Type I error, $\alpha$ (False positive)	Correct decision (True positive)
Accept $H_0$	Correct decision (True negative)	Type II error, $\beta$ (False negative)

- ▶ 제2종 과오(소비자위험,  $\beta$ ) : 공정에 변화가 생겼는데 관리도가 탐지하지 못할 확률
- ▶ 제1종 과오(생산자 위험,  $\alpha$ ) : 공정에 변화가 없는데도 타점이 관리한계선을 벗어날 확률

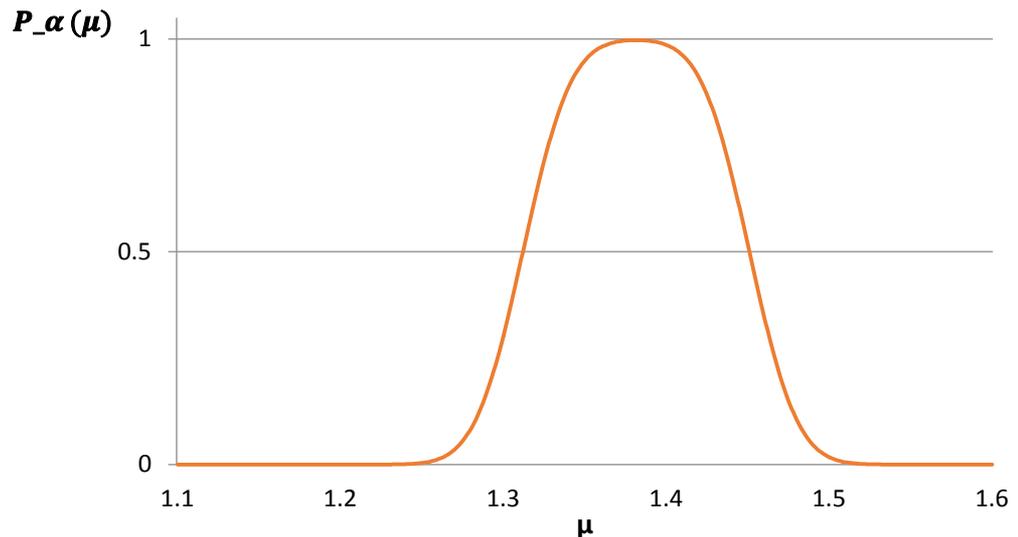
# 관리도의 OC 곡선

- ▶ 관리도의 성능(관리도가 공정변화를 얼마만큼 정확히 나타낼 수 있는 지를 나타낸다)을 검토하는데 사용한다.
- ▶ 관리도의 성능은 제2종 과오(공정이 변했는데도 변하지 않았다고 판단할 확률) 또는 검출력(이상을 발견해 낼 수 있는 확률)
- ▶ 가로축에는 공정의 이상(공정평균 변동, 공정 부적합품률 변화 등), 세로축에는 제2종 과오로 정하여 그래프화 한 것이 OC곡선



# 관리도의 OC 곡선

- ▶ 예: 볼트제조공정,  $x$ : 볼트의 안지름, 5개 랜덤표본
- ▶ 평균안지름: 1.382mm, 표준편차: 0.0518mm
- ▶  $H_0: \mu' = 1.382, H_a: \mu' \neq 1.382$
- ▶ UCL:  $1.382 + 3(0.0518/\sqrt{5}) = 1.451$ , LCL:  $1.382 - 3(0.0518/\sqrt{5}) = 1.312$
- ▶  $\alpha = P(\bar{x} > UCL \text{ or } \bar{x} < LCL) = 0.0027$
- ▶  $\beta(\mu) = P_\alpha(\mu) = P(LCL < \bar{x} < UCL | \mu' = \mu)$
- ▶ X Bar 관리도의 OC곡선



# 관리도 작성을 위한 부분군

## 부분군(Sub-group)

관리도에 한 점을 찍기 위해 되풀이 추출되는 표본

데이터를 잡는 기간이 짧으면

→ 해당 로트 내 산포의 표준편차를 구하면 전체의 표준편차보다는 관리상태에 있는 산포에 가까운 값이 얻어진다.

데이터를 잡는 기간이 길면

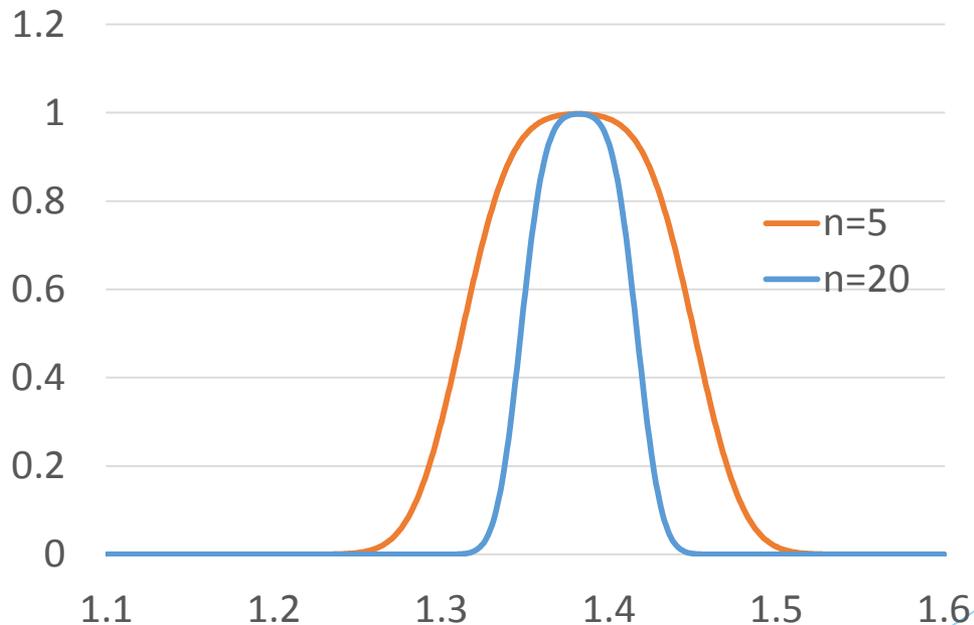
→ 공정이 변화하기 때문에 관리상태가 무너지고 이상원인이 생길 기회도 그만큼 증가한다.

## 부분군 형성시 중요한 점

- 각 군내의 산포는 될 수 있으면 우연원인에 의한 산포만으로 되도록 한다.
- 이상원인은 될 수 있으면 군간의 변동으로서 나타나게 한다.
- 군간의 변동은 되도록 크게 한다.

# 부분군의 크기와 OC 곡선

- ▶ 부분군의 크기가 클수록 관리도의 민감도 증가
  - ▶ 공정의 변화를 탐지하지 못할 확률 감소
- ▶ 부분군의 추출빈도가 높을수록 공정 변화를 신속히 파악
- ▶ 큰 부분군을 자주 추출하는 정책은 비용문제로 제한



# 범위를 이용하여 목표준편차를 구하는 방법

- ▶ 관리도에서는 평균, 표준편차 등의 값 필요
- ▶ 현장에서는 표준편차 대신 범위 이용

- ▶ 1. 공정은 안정상태에 있다.
- ▶ 2. 동일한 크기(n)의 표본들을 채집한다.
- ▶ 3. 각 표본의 범위(R)를 구한다.
- ▶ 4. 범위들의 평균( $\bar{R}$ )를 구한다.
- ▶ 5. 표본크기에 따른 계수  $d_2$ 를 구한다.

- ▶ 6. 
$$\sigma \approx \frac{\bar{R}}{d_2}$$

# [예제: 필수아미노산 함량]

표본 번호	관측치					표본 번호	관측치				
1	21	21	19	20	24	11	15	21	19	20	21
2	23	20	26	21	23	12	17	15	16	20	19
3	21	23	17	21	19	13	13	17	17	19	17
4	21	22	25	24	20	14	22	20	18	21	16
5	17	18	20	20	20	15	17	21	18	21	21
6	18	15	20	21	20	16	17	20	21	19	21
7	23	23	23	18	22	17	19	21	22	17	20
8	23	20	14	21	20	18	21	18	20	23	22
9	25	24	24	19	19	19	19	26	20	24	28
10	21	21	25	15	19	20	26	26	25	26	24

# 범위의 계산

표본 번호	관측치					범위 (R)	표본 번호	관측치					범위 (R)	
1	21	21	19	20	24	5	11	15	21	19	20	21	6	
2	23	20	26	21	23	6	12	17	15	16	20	19	5	
3	21	23	17	21	19	6	13	13	17	17	19	17	6	
4	21	22	25	24	20	5	14	22	20	18	21	16	6	
5	17	18	20	20	20	3	15	17	21	18	21	21	4	
6	18	15	20	21	20	6	16	17	20	21	19	21	4	
7	23	23	23	18	22	5	17	19	21	22	17	20	5	
8	23	20	14	21	20	9	18	21	18	20	23	22	5	
9	25	24	24	19	19	6	19	19	26	20	24	28	9	
10	21	21	25	15	19	10	20	26	26	25	26	24	2	
							합계						113	
														5.65

# 관리한계를 위한 계수(부록B)

관리한계를 위한 계수들				
	x-bar 관리도	R관리도		시그마추정
표본크기 n	$A_2$	$D_3$	$D_4$	$d_2$
2	1.880	0.000	3.267	1.128
3	1.023	0.000	2.575	1.693
4	0.729	0.000	2.282	2.059
5	0.577	0.000	2.114	2.326
6	0.483	0.000	2.004	2.534
7	0.419	0.076	1.924	2.704
8	0.373	0.136	1.864	2.847
9	0.337	0.184	1.816	2.970
10	0.308	0.223	1.777	3.078

$$\sigma \approx \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$= 5.65 / 2.326$$

$$= 2.429$$