

모집단 평균의 구간추정: σ 가 알려지지 않은 경우

- 모집단 표준편차 σ 가 표본 추출전 알려지지 않은 경우, 표본의 표준편차 s 을 σ 의 추정치로 사용한다.
- 이것은 σ 가 알려지지 않은 경우이다.
- 이 때, μ 의 구간 추정값은 t 분포에 기초한다.
(당분간 모집단이 정규분포라는 것을 가정한다.)

t 분포

t 분포는 확률분포의 한 종류이다.

특정한 t 분포는 자유도에 따라 분포를 달리한다.

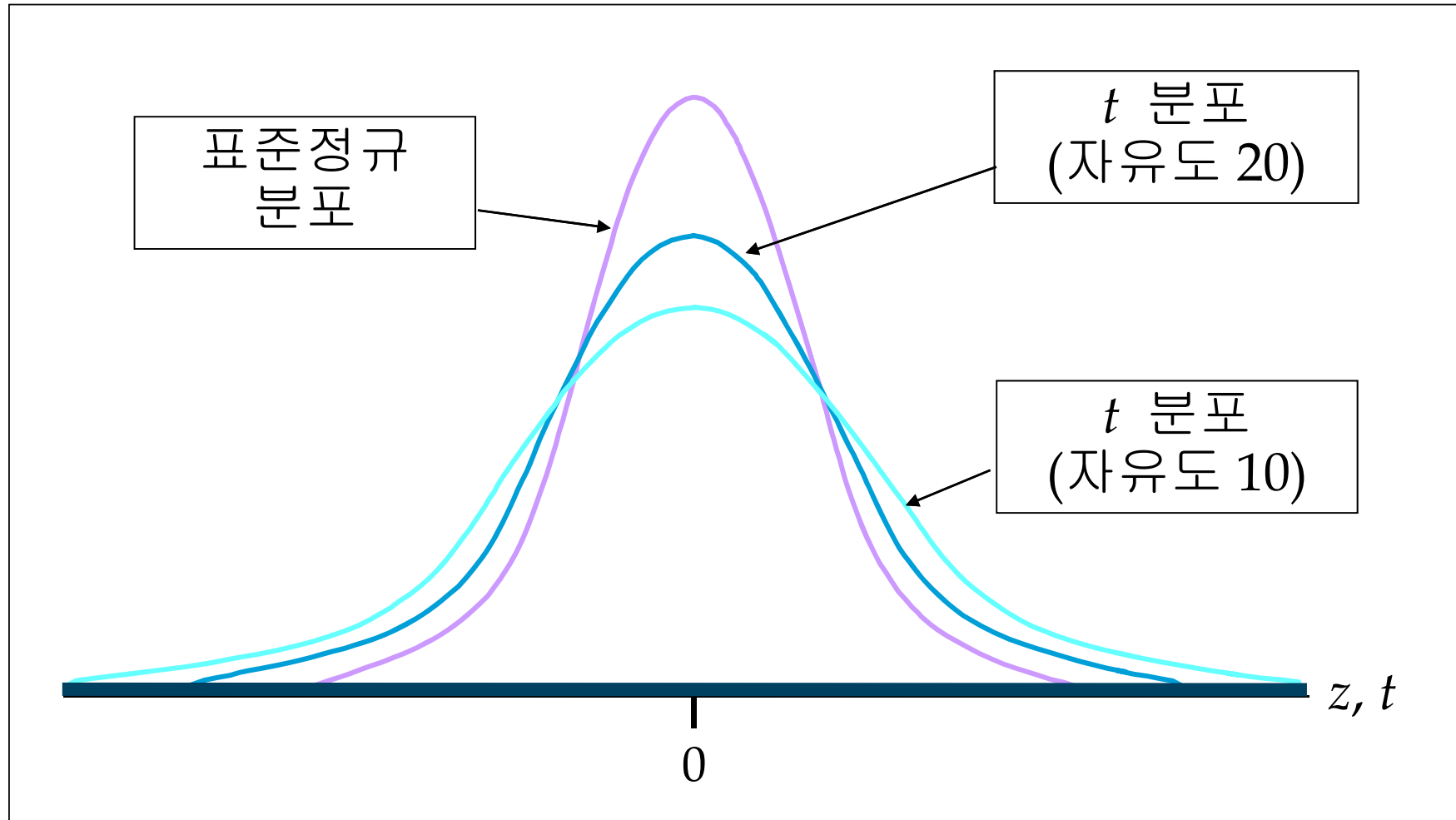
자유도는 s 를 계산하는데 사용되는 독립적인 정보의 수이다.

t 분포 (t distribution)

자유도의 수가 증가할수록 t 분포의 변동성은 낮다.

자유도의 수가 증가함에 따라, t 분포와 표준정규분포 간의 차이는 점점 더 줄어들게 된다.

t 분포



t 분포

자유도가 100을 초과하면, t 값을 어림잡기 위해 표준 정규분포의 z 값을 이용할 수 있다.

표준정규분포의 z 값은 t 분포표에서 무한대의 자유도(∞)를 갖는 행에서 찾을 수 있다.

모집단 평균의 구간추정: σ 가 알려지지 않은 경우

➤ 구간추정값

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

여기서: $1 - \alpha$ = 신뢰계수

$t_{\alpha/2}$ = t 분포의 오른쪽 꼬리 $\alpha/2$ 에 해당하는
면적에 대한 자유도 $n - 1$ 을 가지는 t 값

s = 표본 표준편차

모집단 평균 신뢰구간 추정:
 σ 가 알려지지 않은 경우

- ↔ 예: Apartment Rents
- 한 학생신문 기자가 학교밖의 (off-campus) 주거 비용에 대한 기사를 쓰고 있다.
- 학교에서 0.5마일 이내에 떨어진 16개의 간이 (efficiency) 아파트 표본을 조사해 보니 1개월 평균 월세가 \$650 이고, 표준 편차가 \$55이었다.

모집단 평균에 대한 구간추정: σ 가 알려지지 않은 경우

⇔ 예: Apartment Rents

➤ 학교에서 거리가 0.5마일 내에 있는 간이 아파트 모집단의 평균 월세에 대하여 95% 신뢰수준의 구간추정값을 구해 보자.

모집단은 정규분포임을 가정한다.

모집단 평균에 대한 구간추정:
 σ 가 알려지지 않은 경우

➤ 95% 신뢰수준 에서, $\alpha = .05$, 그리고 $\alpha/2 = .025$.

$t_{.025}$ 는 자유도가 $n - 1 = 16 - 1 = 15$ 이다.

t 분포표에서 : $t_{.025} = 2.131$.

Degrees of Freedom	Area in Upper Tail					
	.20	.100	.050	.025	.010	.005
15	.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	.862	1.330	1.734	2.101	2.520	2.878
19	.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
.

모집단 평균의 구간추정:
 σ 가 알려지지 않은 경우

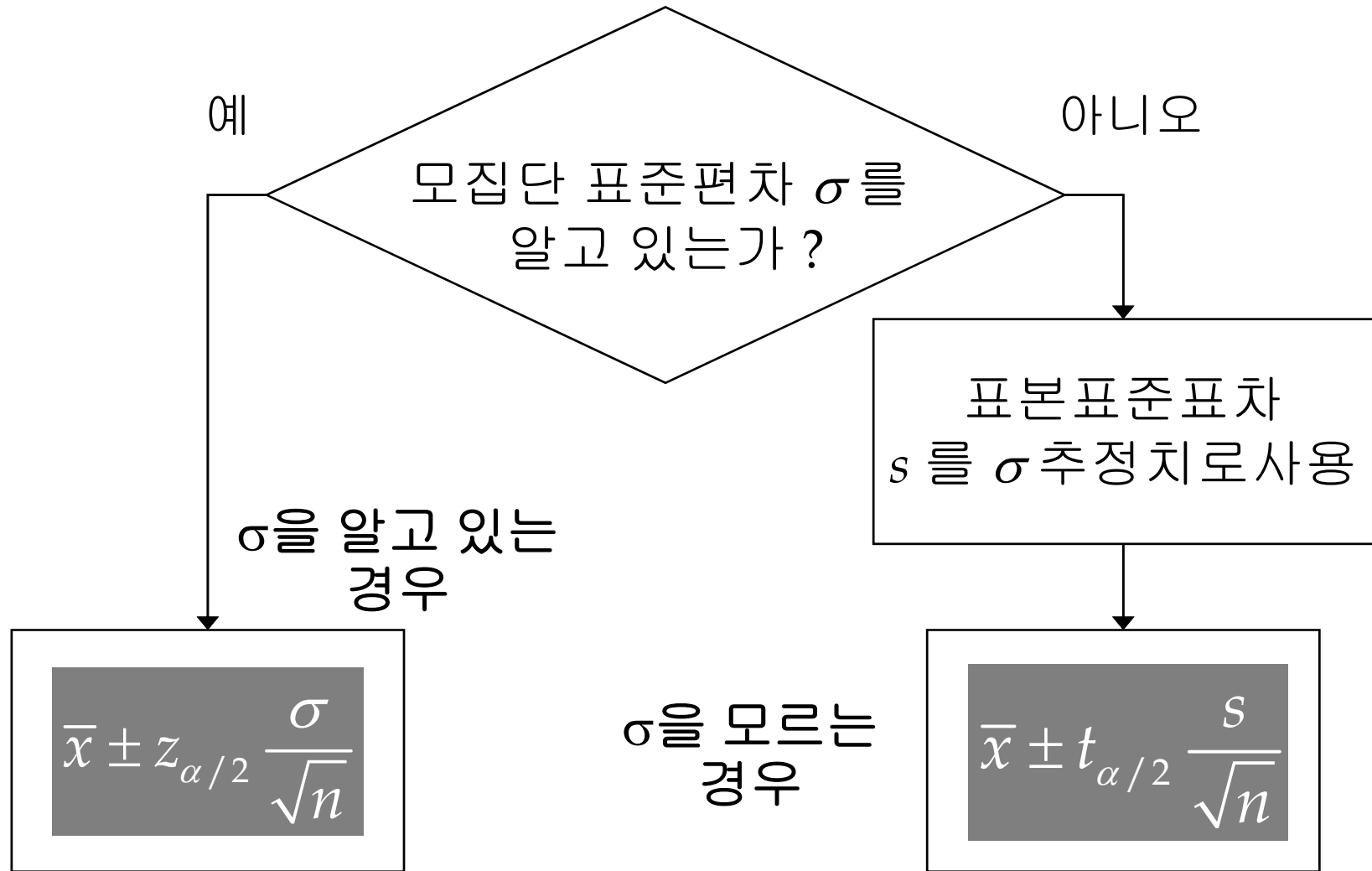
↔ 구간추정

$$\bar{x} \pm t_{.025} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$650 \pm 2.131 \frac{55}{\sqrt{16}} = 650 \pm 29.30$$

학교에서 0.5마일 내에 있는 간이 아파트 모집단의 평균 월세가 \$620.70 에서 \$679.30 사이에 있다는 것을 95% 신뢰한다.

모집단 평균에 대한 구간추정 절차의 요약



모집단 평균 구간추정에 대한 표본규모

E 를 '바람직한 오차한계'라 하자.

E 는 구간추정값을 얻기 위해 점추정값에 더해지고 차감된다.

모집단 평균 구간추정에 대한 표본규모

➤ 오차한계

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

➤ 필요한 표본규모

$$n = \frac{(z_{\alpha/2})^2 \sigma^2}{E^2}$$

모집단 평균 구간추정에 대한 표본규모

- Discount Sounds 가 새로운 대리점 후보지 평가를 하기 위해 그 지역 거주자의 평균 연소득을 고려 한다.
- 경영진은 표본오차(sampling error)가 500\$ 이하일 확률이 0.95가 되도록 모집단 평균의 추정치를 원한다고 가정하자. 표본규모는 얼마가 되어야 하는가?

모집단 평균 구간추정에 대한 표본규모

$$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 500$$

- 95%신뢰 수준에서, $z_{.025} = 1.96$. 앞서 $\sigma = 4,500$ 임.

$$n = \frac{(1.96)^2 (4,500)^2}{(500)^2} = 311.17 = 312$$

95% 신뢰수준에서 $\pm \$500$ 의 정확도를 얻기 위해서는 표본규모가 312가 되어야 한다.