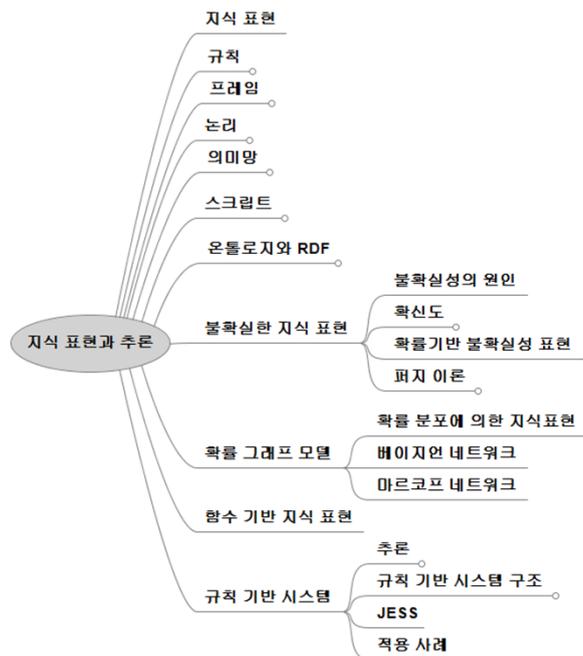


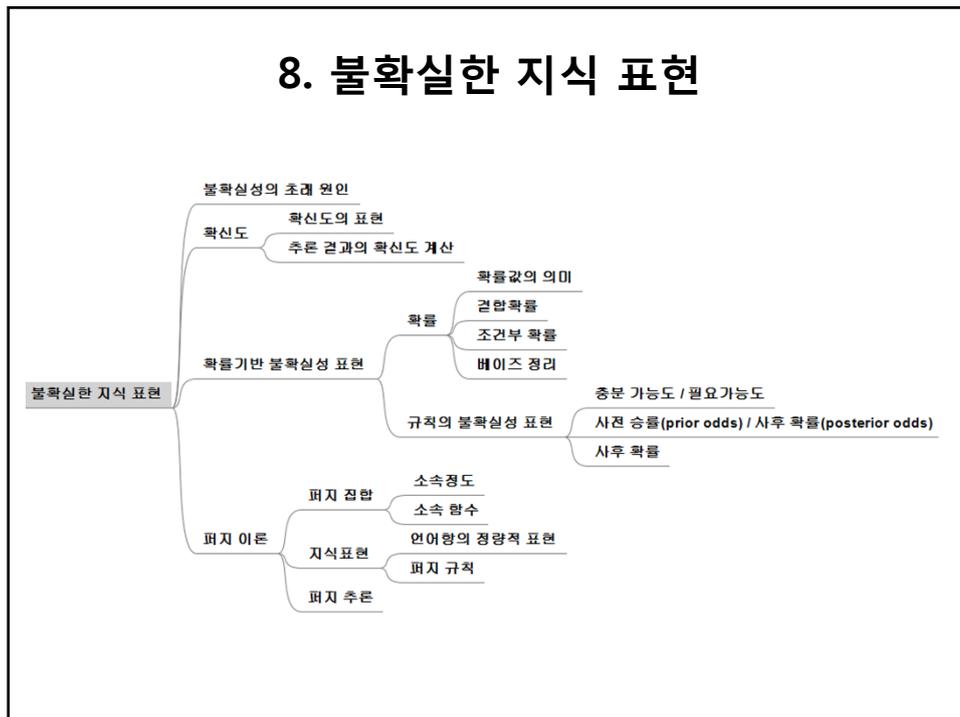
지식표현과 추론

Part III

충북대학교 소프트웨어학과
이건명



8. 불확실한 지식 표현



불확실한 지식 표현

❖ 불확실성의 원인

▪ 약한 관련성의 지식

- 약한 인과성(weak implication)이나 애매한 연관관계(vague association)인 지식의 표현

ex. IF(조건)와 THEN(취해야 할 행동) 사이의 연관성의 강도

⇒ 확신도(certainty degree) 사용 표현

⇒ 베이즈 정리(Bayesian theorem) 사용 표현

▪ 부정확한 언어 사용

- 자연어(natural language)는 본질적으로 모호하고(vague) 부정확(imprecise)

ex. 자주(frequently), 크다(big), 무겁다(heavy)

⇒ 퍼지이론(fuzzy theory) 사용 표현

불확실한 지식 표현

❖ 불확실성의 원인 - cont.

- 불완전하거나(incomplete) 결손된(missing) 데이터에 기반한 지식
⇒ '알려지지 않은 것(unknown)'으로 간주하고, 근사적인 추론 (approximate reasoning) 진행
- 상충되는 지식의 통합
 - 모순된 견해(contradictory opinion)와 상충된 지식(conflicting knowledge)의 통합
 - ⇒ 지식 소스 별로 가중치 부여

8.1 확신도

❖ 확신도(certainty factor)

- 규칙(rule)과 사실(fact)의 신뢰정도를 [-1,1] 구간의 값으로 표현
 - 1 (단정적 신뢰), -1 (단정적 불신)
- 규칙과 사실에 확신도 cf 부여
 - 규칙 : IF A THEN B cf(r)
 - 사실 : A cf(A)
 - 추론 결과: B cf(B)

IF	the sky is clear
THEN	the forecast is sunny {cf0.8}

- 확신도 값에 따른 대응 단어

- -1.0 : 절대 아니다 (definitely not)
- -0.8 : 거의 확실히 아니다 (almost certainly not)
- -0.6 : 아마 아니 것이다 (probably not)
- -0.4 : 어쩌면 아닐 것이다 (maybe not)
- -0.2 ~ 0.2 : 모르겠다 (unknown)
- 0.4 : 어쩌면 그럴 것이다 (maybe)
- 0.6 : 아마 그럴 것이다 (probably)
- 0.8 : 거의 확실하다 (almost certainly)
- 1.0 : 확실하다 (definitely)

확신도

❖ 규칙에 대한 추론 결과의 확신도

IF A THEN B	$cf(A \rightarrow B)$	
A	$cf(A)$	
B	$cf(B)$	$cf(B) = cf(A) \times cf(A \rightarrow B)$

IF A and B THEN C	$cf(A \rightarrow B)$	
A	$cf(A)$	
B	$cf(B)$	
C	$cf(C)$	$cf(C) = \min\{cf(A), cf(B)\} \times cf(A \rightarrow B)$

IF A or B THEN C	$cf(A \rightarrow B)$	
A	$cf(A)$	
B	$cf(B)$	
C	$cf(C)$	$cf(C) = \max\{cf(A), cf(B)\} \times cf(A \rightarrow B)$

확신도

❖ 규칙에 대한 추론 결과의 확신도 - cont.

IF sky is clear
AND the forecast is sunny
THEN the action is 'wear sunglasses' { $cf = 0.8$ }

'sky is clear' $cf = 0.9$,
 'the forecast is sunny' $cf = 0.7$
 'wear sunglasses' $cf = \min\{0.9, 0.7\} \times 0.8 = 0.7 \times 0.8 = 0.56$

IF sky is overcast
OR the forecast is rain
THEN the action is 'take an umbrella' { $cf = 0.9$ }

'sky is overcast' $cf = 0.6$
 'the forecast is rain' $cf = 0.8$
 'take an umbrella' $cf = \max\{0.6, 0.8\} \times 0.9 = 0.8 \times 0.9 = 0.72$

확신도

❖ 규칙에 대한 추론 결과의 확신도 - cont.

- 여러 규칙에 의한 동일 사실 추론의 확신도 결합

$$\begin{array}{r}
 \text{IF A THEN B} \quad cf(A \rightarrow B) \\
 \hline
 \text{A} \quad cf(A) \\
 \hline
 \text{B} \quad cf(B)
 \end{array}
 \quad cf_1(B) = cf(A) \times cf(A \rightarrow B)$$

$$\begin{array}{r}
 \text{IF C THEN B} \quad cf(C \rightarrow B) \\
 \hline
 \text{C} \quad cf(C) \\
 \hline
 \text{B} \quad cf(B)
 \end{array}
 \quad cf_2(B) = cf(C) \times cf(C \rightarrow B)$$

$$cf(cf_1, cf_2) = \begin{cases} cf_1 + cf_2 \times (1 - cf_1) & \text{if } cf_1 > 0 \text{ and } cf_2 > 0 \\ \frac{cf_1 + cf_2}{1 - \min[|cf_1|, |cf_2|]} & \text{if } cf_1 < 0 \text{ or } cf_2 < 0 \\ cf_1 + cf_2 \times (1 + cf_1) & \text{if } cf_1 < 0 \text{ and } cf_2 < 0 \end{cases}$$

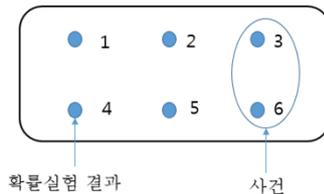
$$cf(cf_1, cf_2) = \frac{0.8 - 0.6}{1 - \min[0.8, 0.6]} = 0.5$$



8.2 확률기반 불확실성 표현

❖ 확률 (probability)

- 어떤 사건이 일어날 가능성
- 확률의 의미
 - 상대빈도 확률(relative frequency probability)
 - 빈도주의자 확률(frequentist probability)
 - 전체 실험 회수 대비 관심 사건의 상대적 빈도



- 주관적 확률(subjective probability)
 - 확신 또는 믿음의 정도(degree of belief)

확률기반 불확실성 표현

❖ 결합 확률(joint probability)

- $P(A, B)$, $P(A \cap B)$, $P(AB)$
- 사건 A 와 B 가 동시에 일어날 확률
- 예.
 - A : 첫번째 주사위가 짝수, B : 두번째 주사위가 홀수
 - $P(A, B) = \frac{9}{36} = 0.25$



(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

확률기반 불확실성 표현

❖ 조건부 확률(conditional probability)

- $P(A|B)$
- B 가 주어질 때 A 가 일어날 확률

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A, B)}{P(B)} \quad \text{where } P(B) > 0.$$



A : 두 주사위의 합이 8이다
 B : 첫 번째 주사위는 3이다

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(A|B) = \frac{P(A, B)}{P(B)} = \frac{1/36}{6/36} = \frac{1}{6}$$

확률기반 불확실성 표현

❖ 베이즈 정리 (Bayesian theorem)

사후 확률 가능도 사전 확률

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

증거

$$P(A|B) = \frac{P(A,B)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- 사후 확률 (posterior probability)
- 가능도 (likelihood)
- 사후 확률 (posterior probability)
- 증거 (evidence)

확률기반 불확실성 표현

❖ 확률을 이용한 규칙의 불확실성 표현

- 전문가에 의한 각 규칙에 대한 **충분 가능도 LS**, **필요 가능도 LN** 값 부여
- 규칙 : $A \rightarrow B$

IF today is rain
THEN tomorrow is rain

- **충분 가능도** (likelihood of sufficiency)

• $LS = \frac{P(A|B)}{P(A|\neg B)}$

$$LS = \frac{p(\text{today is rain} | \text{tomorrow is rain})}{p(\text{today is rain} | \text{tomorrow is dry})}$$

- **필요 가능도** (likelihood of necessity)

• $LN = \frac{P(\neg A|B)}{P(\neg A|\neg B)}$

$$LN = \frac{p(\text{today is dry} | \text{tomorrow is rain})}{p(\text{today is dry} | \text{tomorrow is dry})}$$

- **사실** 또는 **추론 결과**에 대한 **사전 확률** (prior probability) 부여

Rule: 1
IF today is rain {LS 2.5 LN .6}
THEN tomorrow is rain {prior .5}

Rule: 2
IF today is dry {LS 1.6 LN .4}
THEN tomorrow is dry {prior .5}

확률기반 불확실성 표현

❖ 확률을 이용한 규칙의 불확실성 표현

- 규칙 : $A \rightarrow B$

Rule: 1
 IF today is rain {LS 2.5 LN .6}
 THEN tomorrow is rain {prior .5}

- 사전 승률(prior odds)

- $O(B) = \frac{P(B)}{1-P(B)}$

$$O(\text{tomorrow is rain}) = \frac{0.5}{1 - 0.5} = 1.0$$

- 사후 승률(posterior odds)

- $O(B|A) = LS \times O(B)$
 - $O(B|\neg A) = LN \times O(B)$

$$O(\text{tomorrow is rain} | \text{today is rain}) = 2.5 \times 1.0 = 2.5$$

- 사후 확률

- $P(B|A) = \frac{O(B|A)}{1+O(B|A)}$
 - $P(B|\neg A) = \frac{O(B|\neg A)}{1+O(B|\neg A)}$

$$p(\text{tomorrow is rain} | \text{today is rain}) = \frac{2.5}{1 + 2.5} = 0.71$$



8.3 퍼지 이론

❖ 집합론

- 자연어의 단어(word)는 집합의 궁극적인 표현
 - '자동차'는 자동차의 집합
 - '자동차 한 대'는 자동차 집합의 원소 하나
- 일반 집합(crisp set, classical set) X
 - 원소 x는 X에 속하거나($x \in X$), X에 속하지 않거나($x \notin X$) 둘 중 하나
 - 집합에 명확한 경계를 갖고, 집합의 원소에는 1, 원소가 아닌 것에는 0의 소속(membership)



퍼지 이론

❖ 개념이나 범주가 항상 이분적(二分的)이지는 않다

- 자전거 vs 오토바이



- 정도(degree)의 문제
⇒ 퍼지 집합(fuzzy set) 도입

퍼지 이론

❖ 퍼지집합(Fuzzy Set)

- 원소가 모임(collection)에 어느 정도 속한다는 것
- 명제는 참 또는 거짓이 아니라 어느 정도는 부분적으로 참(이거나 부분적으로 거짓)
- 소속정도(membership degree)는 $[0,1]$ 범위의 실수값으로 표현

Degree of membership of 'tall men'

Name	Height, cm	Degree of membership	
		Crisp	Fuzzy
Chris	208	1	1.00
Mark	205	1	1.00
John	198	1	0.98
Tom	181	1	0.82
David	179	0	0.78
Mike	172	0	0.24
Bob	167	0	0.15
Steven	158	0	0.06
Bill	155	0	0.01
Peter	152	0	0.00

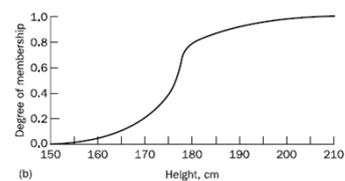
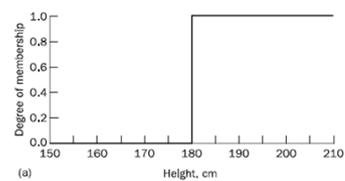


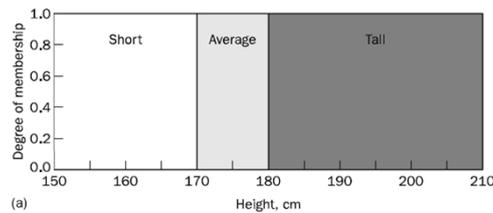
image : Michael Negnevitsky

소속함수(membership function)

퍼지 이론

❖ 소속정도를 사용한 언어항 (linguistic term)의 표현

- 예. 작다(short), 평균이다(average), 크다(tall)의 표현
 - 일반 집합



- 퍼지 집합

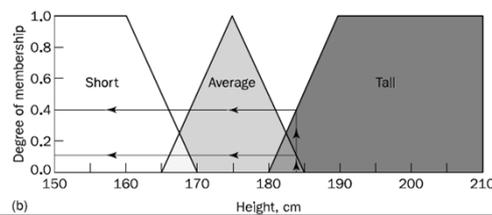


image : Michael Negnevitsky

퍼지 이론

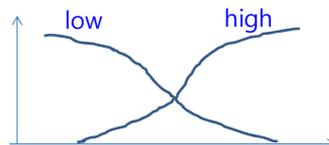
❖ 언어항을 포함한 지식 표현

- 언어항을 퍼지집합의 소속함수로 표현한 퍼지 규칙(fuzzy rule) 사용
- 언어항의 기호적인 대응을 통한 추론 대신, 수치적인 추론이 가능해짐

IF wind is **strong**
THEN sailing is **good**

IF project_duration is **long**
THEN completion_risk is **high**

IF speed is **slow**
THEN stopping_distance is **short**



퍼지 이론

❖ 퍼지 규칙

- 언어항을 소속함수로 표현한 규칙

Rule: 1
 IF speed is > 100
 THEN stopping_distance is long

Rule: 2
 IF speed is < 40
 THEN stopping_distance is short

일반 규칙

Rule: 1
 IF speed is fast
 THEN stopping_distance is long

Rule: 2
 IF speed is slow
 THEN stopping_distance is short

퍼지 규칙

퍼지 이론

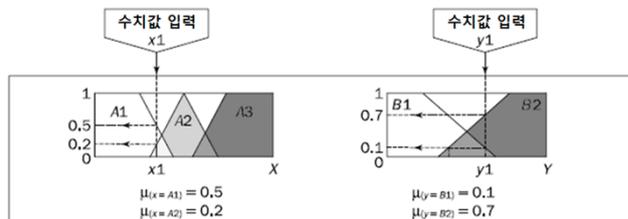
❖ 퍼지 추론(fuzzy inference)

- 소속함수로 표현된 언어항을 사용하는 퍼지 규칙들의 모음
- 수치값 입력에 대해 수치값 출력을 생성

Rule: 1
 IF x is A_3
 OR y is B_1
 THEN z is C_1

Rule: 2
 IF x is A_2
 AND y is B_2
 THEN z is C_2

Rule: 3
 IF x is A_1
 THEN z is C_3



입력 : $x = x_1, y = y_1$

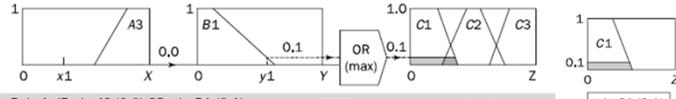
image : Michael Negnevitsky

퍼지 이론

❖ 퍼지 추론

Rule: 1

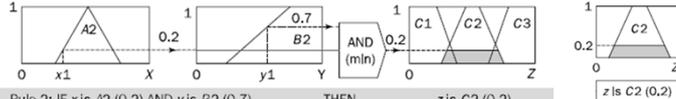
IF x is A_3
OR y is B_1
THEN z is C_1



Rule 1: IF x is A_3 (0,0) OR y is B_1 (0,1) THEN z is C_1 (0,1)

Rule: 2

IF x is A_2
AND y is B_2
THEN z is C_2



Rule 2: IF x is A_2 (0,2) AND y is B_2 (0,7) THEN z is C_2 (0,2)

Rule: 3

IF x is A_1
THEN z is C_3



Rule 3: IF x is A_1 (0,5) THEN z is C_3 (0,5)

비퍼지화(defuzzification)
무계중심계산
퍼지집합 → 수치값

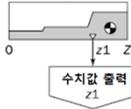
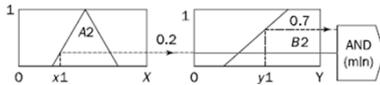


image : Michael Negnevitsky

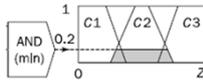
퍼지 이론

❖ 퍼지 추론 과정

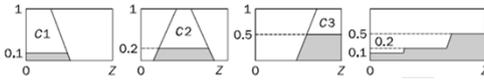
- 각 규칙의 조건의 만족 정도 계산



- 조건부의 만족정도에 대응하는 결론부 퍼지집합 도출



- 각 규칙에서 도출된 퍼지집합의 합집합 계산



- 계산된 퍼지집합에 대한 비퍼지화(defuzzification)

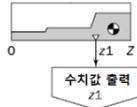


image : Michael Negnevitsky

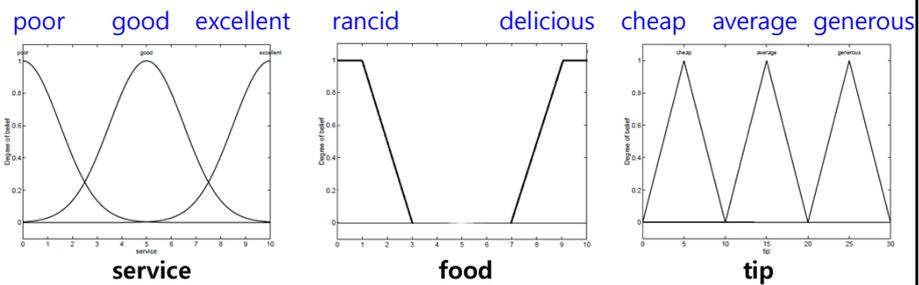
퍼지 이론

❖ 예. 레스토랑 팁 계산

IF service is **poor** OR food is **rancid** THEN tip is **low**

IF service is **good** THEN tip is **average**

IF service is **excellent** OR food is **delicious** THEN tip is **generous**



퍼지 이론

❖ 예. 레스토랑 팁 계산

IF service is **poor** OR food is **rancid** THEN tip is **low**

IF service is **good** THEN tip is **average**

IF service is **excellent** OR food is **delicious** THEN tip is **generous**

