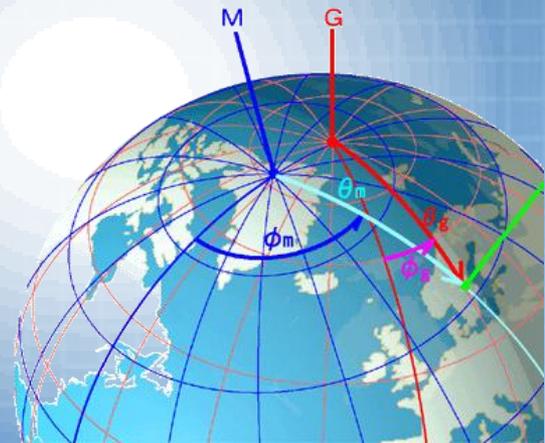


제6장 수준측량

사회환경시스템공학과
윤 홍 식 교수



목 차

6-1 수준측량의 개요

6-2 용어의 정의

6-3 지구의 곡률과 대기의 굴절

6-4 수준측량의 분류

6-5 수준측량의 기기

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-7 수준측량의 외업에서 주의해야 할 사항

6-8 간접수준측량

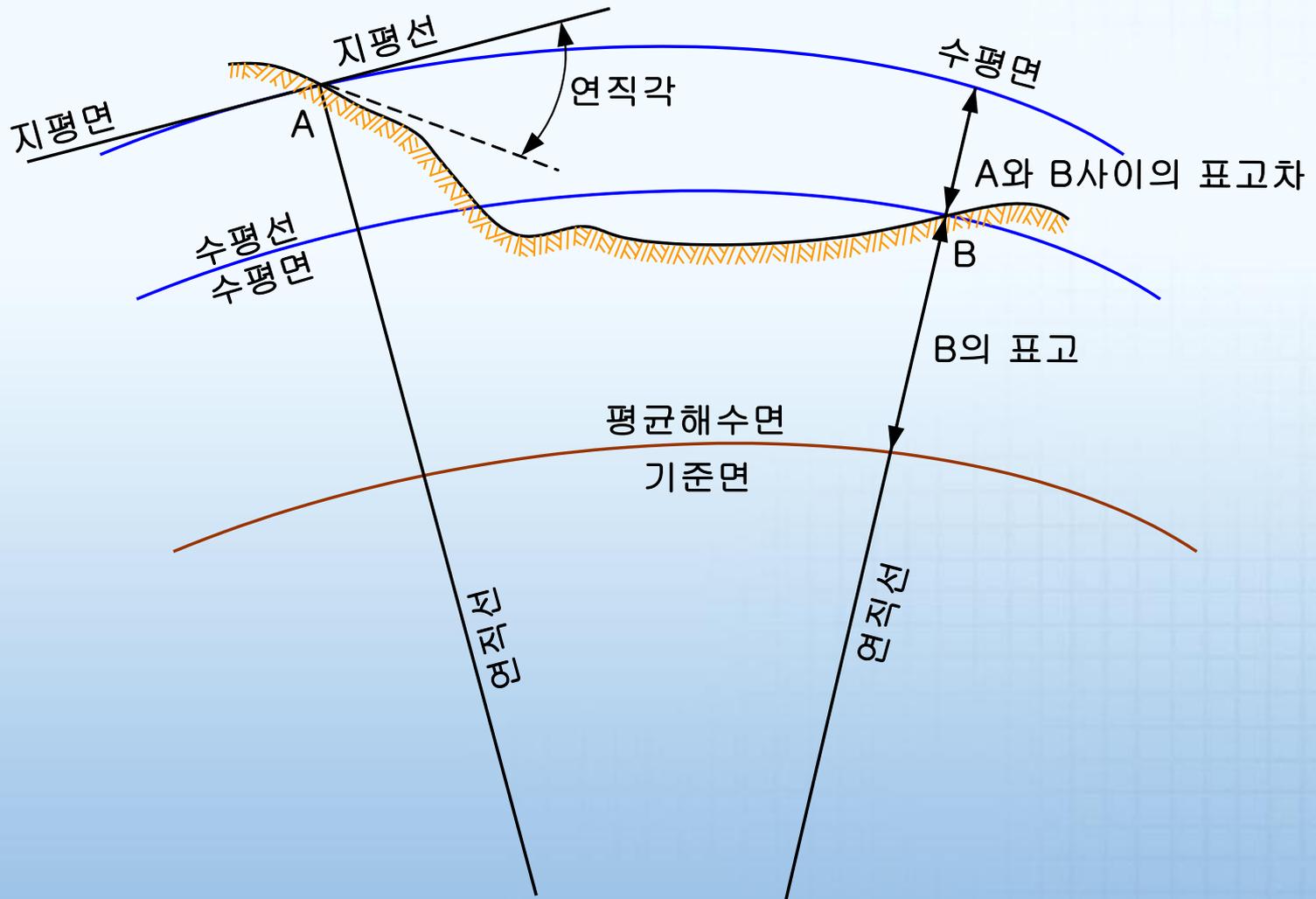
6-9 수준측량의 오차요인, 정확도 및 오차조정

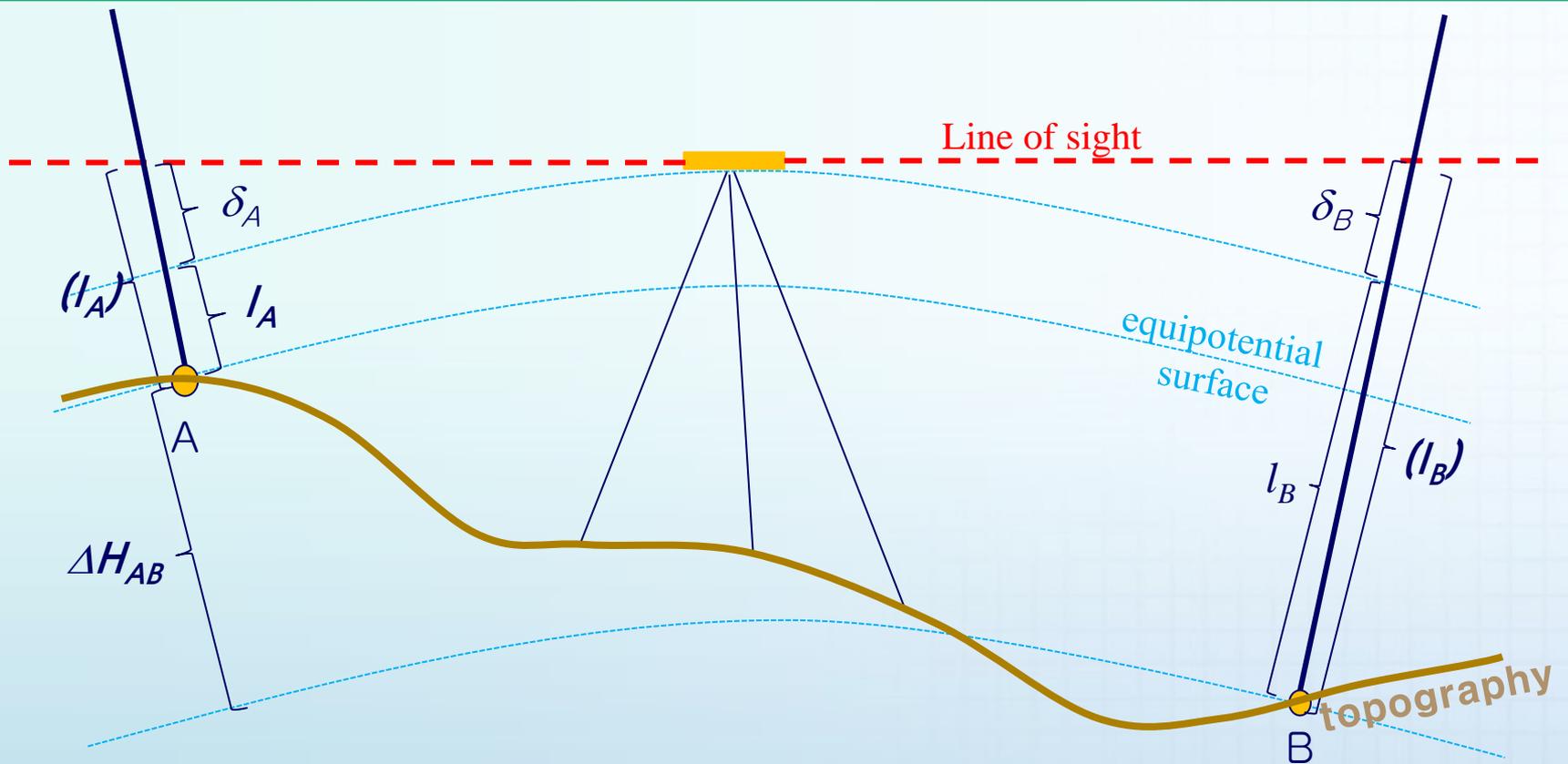
6-1 수준측량의 개요

수준측량의 정의 및 용도

- 지표면에 있는 제점(諸點)의 표고차를 측정하여 지점의 표고를 결정함으로써 지도제작, 공사설계 및 공사시공에 필요한 자료를 제공하는 측량.
- 수준측량의 용도
 - 기존지형에 가장 알맞은 도로, 철도 및 운하의 설계
 - 계획된 표고에 의한 건설공사의 배치
 - 토공량의 산정
 - 공사지역의 배수특성 조사
 - 토지현황을 표현하는 지도제작 등.

6-2 용어의 정의





$$\Delta H_{AB} = l_A - l_B = (l_A) - \delta_A - (l_B) + \delta_B$$

When $\delta_A = \delta_B$ (spherical approximation, equal distance to A and B)

$$\Delta H_{AB} = (l_A) - (l_B)$$

6-2 용어의 정의

용어 정의

- ① 수직선(vertical line) : 지표면의 어느 점으로부터 지구 중심에 이르는 선, 일반적으로 연직선에 일치함.
- ② 수평면(level surface) : 연직선에 직교하는 모든 점을 잇는 곡면, 수평면은 대략 지구의 형상을 이룬다. 정수면은 수평면의 좋은 실례이고, 국부 측량에서는 수평면을 보통 평면으로 간주한다.
- ③ 수평선(level line) : 수평면에 포함되어 있는 선, 하므로 곡선을 이루고 수평선상의 모든 점들은 중력선에 직교한다.
- ④ 지평면(horizontal plane) : 연직선에 직교하는 평면, 어떠한 점에서 수평면과 접하는 평면이며, 시준거리의 범위에서는 수평면과 일치하다.
- ⑤ 지평선(horizontal line) : 연직선에 직교하는 직선, 어떤 점에서 수평선과 접하는 직선이며, 시준거리의 범위내에서는 보통 수평선에 일치하다.

6-2 용어의 정의

용어 정의

- ⑥ 기준면(datum) : 표고의 기준이 되는 수평면, 기준평면(datum plane)라고도 함.
- ⑦ 평균해수면(mean sea level, MSL) : 수년간의 조위관측값의 산술평균값으로써 결정한 해면의 높이, 조위관측은 시간별로 기록하며, 한국의 조위관측지점은 서해안, 남해안, 동해안에 걸쳐 고루 분포되어 있다.
평균해수면을 정하기 위해 각 해안에 위치하는 조위관측지점의 평균해수면을 우선 결정하고 그것을 다시 전국에 걸쳐 평균값으로 조정하여 결정한다. 각 지점의 조위는 그 지점의 위도, 표고 및 중력값의 함수이다.
- ⑧ 표고(elevation) : 기준면, 일반적으로 국가수준기준면(NGVD)으로부터 어떤 기점 또는 목표물에 이르는 수직거리.

6-2 용어의 정의

용어 정의

⑨ 한국의 수준기준면(national geodetic vertical datum)

한국의 수준기준면은 동서해안의 대표적인 항만의 평균해수면을 평균하여 그것을 기준면으로 채택하였다.

▲ 이전 - 1911년 8월부터 약 3년간에 걸쳐 청진, 원산, 목포, 인천, 진남포의 각 만에 조위관측장을 설치하고 자기검조익에 의하여 얻은 관측치로서 평균 해수면을 계산하고, 이 5개 지점의 평균 해수면을 다시 평균하여 얻은 값을 한국의 수준기준면으로 결정. 육지와 멀리 떨어진 제주도에는 육지와는 별도로 독립기준면이 있음.

▲ 현재 - 잠정적으로 인천만의 평균해수면을 채택.

(측량법 제5조 동법 시행 규칙 제2조)

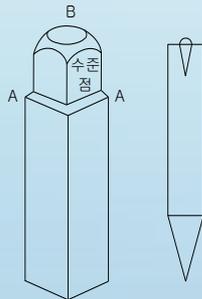
6-2 용어의 정의

용어 정의

⑩ 수준점(bench mark, B.M)

기준면으로부터 표고를 결정하여 놓은 측표로서 수준 측량의 기준점이 되며 영구표식, 일시표식, 가설표식 및 자연지물로 표시한다.

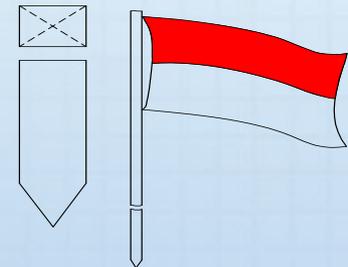
▲ 영구표식



▲ 일시표식



▲ 가설표식



6-2 용어의 정의

용어 정의

⑪ 수준망(leveling net)

각 수준점간은 반드시 왕복측량하여, 그 측정오차가 허용오차의 범위 이내가 되도록 하며, 각 수준점간을 정밀하게 측량하여도 수준점의 수가 많으면 오차가 누적되므로, 수준점을 연결한 수준노선의 길이가 적당하게 되면 원점으로 되돌아가든지, 아니면 다른 수준점에 연결된다. 이와 같이 수준노선은 망의 형태를 이루게 되는데 이를 수준망이라 한다.

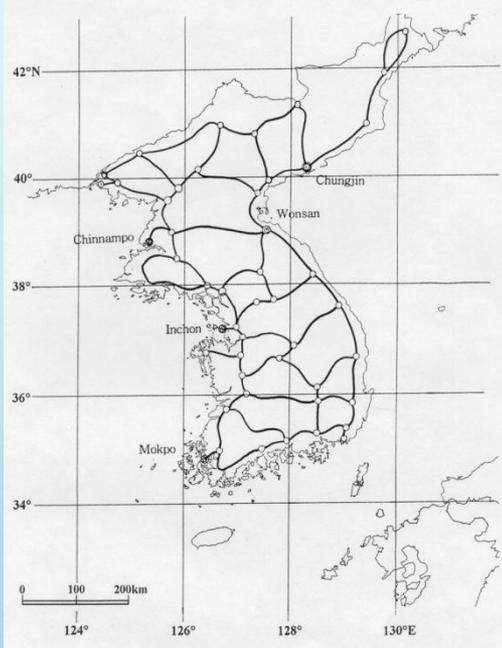
⑫ 수준측량(leveling) : 측점의 표고, 또는 표고차를 결정하기 위한 측량과정.



6-2 용어의 정의

용어 정의

- ⑬ 수직기준점(vertical control points)
수준점의 군집, 혹은 측량을 위해서 표고를 결정한 측표, 수직기준점이라고도 하며, 한국에서는 1등수준점망 및 2등수준점망이 수직기준점의 근본이 되며 모든 측량의 표고기준점은 1, 2등 수준점으로부터 유도된다.



6-3 지구의 곡률과 대기의 굴절

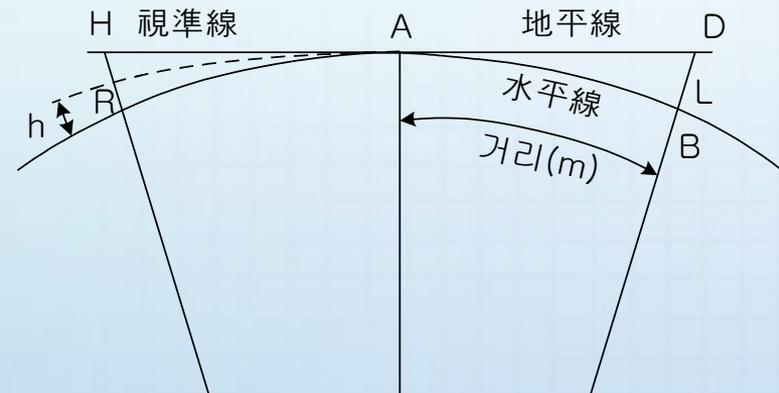
지구의 곡률에 의한 영향(구차)

- 수평면과 지평면의 정의로부터 알 수 있듯이 지평면은 지구의 곡률 때문에 수평면으로부터 떨어진다. 다음 식은 A점을 통과하는 지평선으로부터의 거리 D만큼 떨어진 지점에서 시준선과 수평선간의 편차 \overline{DB} 를 나타낸다.

$$C_m = \frac{D^2}{2R}$$

C_m : 지평선으로부터 수평선까지의 편차(m)

D : 원호 AB의 거리 (km)



- 만일 R이 6,370km라면 $C_m = 0.0785 \cdot D^2$ 즉, 1km 당 7.85cm

6-3 지구의 곡률과 대기의 굴절

지구 곡률과 대기에 의한 혼합 오차(양차)

$$E = C_m + C_r = \frac{D^2}{2R} - k \frac{D^2}{R} = \left(\frac{1-2k}{2R} \right) D^2 = 0.0675 D^2$$

- 즉, 1km 당 양차는 6.75cm정도 발생
- 지구 곡률과 대기 굴절에 의한 오차는 정밀을 필요로 하지 않는 측량에서는 무시할 수 있으며, 특히 시준 거리를 가능한 한 짧게 (30m) 잡고 전시·후시의 거리를 같게 하면 이에 의한 영향을 최대한 줄일 수 있다.

6-4 수준측량의 분류

6-4-1 측량방법에 따른 분류

- 직접수준측량(direct leveling)
 - 수준측량에서 가장 널리 사용되는 방법, 즉 레벨(level)을 사용하여 두 점에 세운 표척의 눈금을 읽어 두 점간의 높이차를 직접 측량하는 것.
- 간접수준측량(indirect leveling)
 - 삼각수준측량- 측각기(트랜싯 또는 데오도라이트)에 의하여 연직각 및 거리를 측정하여 삼각법에 의한 계산을 하여 높이차를 구함.
 - 기압수준측량- 기압계에 의한 높이차를 구함.
 - 시거측량 및 평판측량 등에 의하여 높이차를 계산하는 측량.
 - 사진측량- 실체시에 의하여 두 점의 시차차에 의해 높이차를 계산.

6-4 수준측량의 분류

6-4-1 측량방법에 따른 분류

- 교호수준측량(reciprocal leveling)
 - 하천 또는 강을 사이에 두고 있는 두 점간의 표고차를 구하는 방법
간접수준측량(indirect leveling)
- 약측수준측량(approximate leveling)
 - 핸드레벨(hand level) 등의 간단한 수준측량기구를 이용하여 두 점간의 표고차를 구하는 측량

6-4 수준측량의 분류

6-4-2 측량목적에 따른 분류

- 고저차수준측량(differential leveling)
 - 두 점간의 높이차를 측정하는 측량

- 종단수준측량(profile leveling)
 - 철도, 도로, 수로 등의 중심선과 같은 측선상의 제점의 고저차를 측정하여 그것을 수직으로 절단한 지표면의 형태를 결정하는 측량.

- 횡단측량(cross sectional leveling)
 - 종단측량의 측선에 직각방향인 측선의 고저차를 구하여 그 표고를 결정하고 그것을 이용하여 횡단면도를 결정하는 측량.

6-4 수준측량의 분류

6-4-3 규격에 따른 분류

■ 1등 수준측량

- 국가기준점으로서의 수준측량, 기본측량의 표고기준점 측량으로서 공공측량 및 기타 측량의 기준점이 됨.
- 1등 수준환상의 수준점간 거리- 평균 4km

■ 2등 수준측량

- 국가기준점으로서 1등 수준측량의 차등급 측량, 공공측량 및 기타 측량의 기준점이 됨.
- 2등 수준환상의 수준점간 거리- 평균 2km

■ 공공측량용 수준측량

- 각종 공사에 필요한 측량의 기준이 되는 측량.

■ 간이수준측량

- 높은 정확도를 요구하지 않는 점 간의 고저차를 구하는 경우 사용.

6-5 수준측량용 기기

6-5-1 수준측량기기의 분류

- 수준측량에 사용하는 기기
 - 덤퍼레벨(dumpy level)
 - 와이레벨(wye level)
 - 경독식레벨(tilting level)
 - 자동레벨(automatic level)
 - 정밀레벨 - 1등 수준측량 등 정밀수준측량에 사용
 - 핸드레벨(hand level) - 높은 정확도를 요구하지 않은 수준측량
- 이러한 레벨들은 구조상의 설계가 다소 다르지만 수평면내에서 시준선을 표정하는 방법이므로 모두 망원경을 갖고 있음.
- 표정은 수준기포관에 의하여 이루어짐(자동레벨 제외).

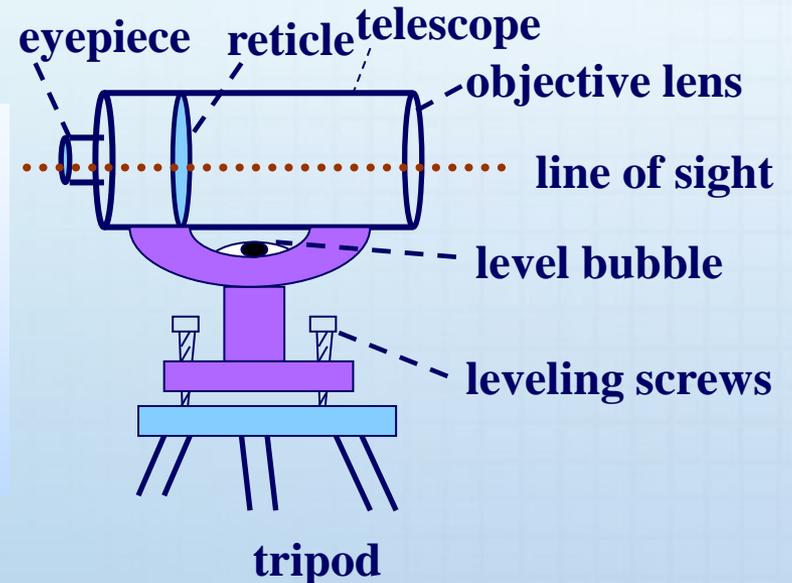
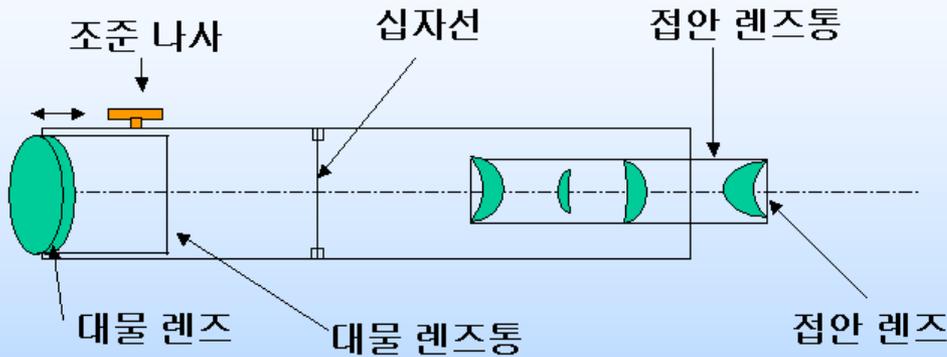
6-5 수준측량용 기기

6-5-2 레벨의 일반 구조

- 주로 망원경, 수준기포관 및 지지부로 되어 있고 이것들이 정준장치 위에 얹혀 있어 정준나사에 의하여 기포를 중앙에 오게 함으로써 수평시준선을 얻음.

- (1) 망원경(telescope)

- ① 대물렌즈 ② 조준렌즈 ③ 십자선 ④ 접안경



6-5 수준측량용 기기

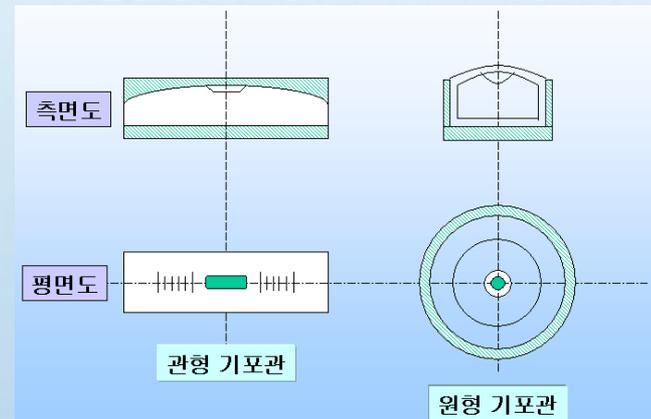
6-5-2 레벨의 일반 구조

■ (2) 수준기포관(level tube)

- 기포관은 원통형으로 된 유리관 내면의 위 또는 아래 위를 소요의 반지름의 원호로 하여 이것에 알코올(alcohol)이나 에테르(ether)와 같은 물보다 점성이 아주 작은 액체를 채워 약간의 기포를 남겨두고 봉한 것으로서 보통 낯식관 등으로 감싸고 기포의 위치를 표시하기 위하여 유리관의 위 또는 낯식관 등에 눈금이 그려져 있다.

● 기포관이 구비해야 할 3가지 조건

- ① 유리관의 질은 오래 동안에 걸쳐 변하지 않아야 한다.
- ② 동일한 경사각도에 대하여 기포의 이동이 동일할 것.
- ③ 기포의 이동이 민감해야 한다.

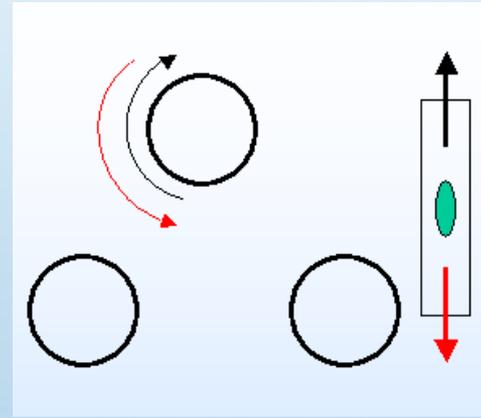
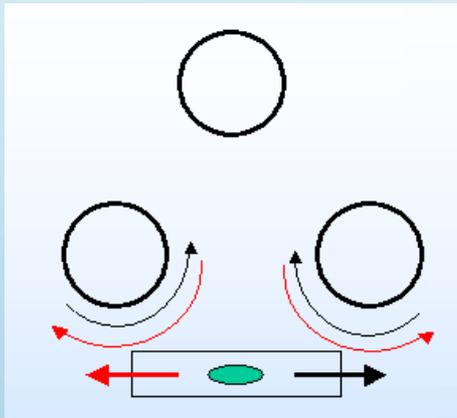


6-5 수준측량용 기기

6-5-2 레벨의 일반 구조

■ (3) 정준장치(level screw)

- 정준장치는 수직축을 똑바로 연직으로 세울 수 있도록 상하의 평행판 사이에 조준나사를 끼워둔 것을 말한다. 이 나사의 높이를 가감함으로써 연직축의 경사를 변화하게끔 고안한 것이다. 연직축을 바르게 연직으로 세우는 것을 **정준**이라고 한다.
- 정준나사는 4개(구식) 또는 3개로 되어 있다.



■ Setting up the level

1. Fix the level on a tripod
2. Center the circular bubble by adjusting the foot screws.
(to approximately level the instrument)



3. Sight the levelling staff, and eliminate the parallax.
4. Adjust the sensitive bubble tube by the tilting screw.

6-5 수준측량용 기기

6-5-3 레벨의 종류

■ 덤피레벨 (dumpy level)

- 특징: 망원경이 2개의 지가에 의해 수준간과 고정되어 있음.
- 망원경은 기포관축과 평행이고 기포관은 수준간과 지가에 각각 하나씩 장착되어 있음.
- 단점: 조정에 시간이 많이 걸리고, 표척수가 필요.
- 장점: 강성이 크고 구조가 견고하여 정밀함.

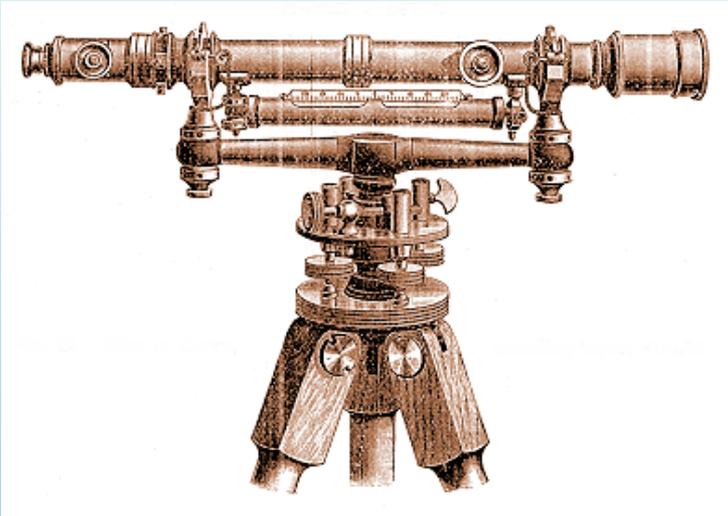


6-5 수준측량용 기기

6-5-3 레벨의 종류

■ 와이레벨 (wye level)

- 와이레벨은 모양때문에 Y라고 불리우는 받침대에 망원경튜브를 갖고 있다. 또한 망원경을 와이지가에서 들어 좌우로 돌려 바꿀 수 있기 때문에 덤피 레벨보다 조정이 간단하다.

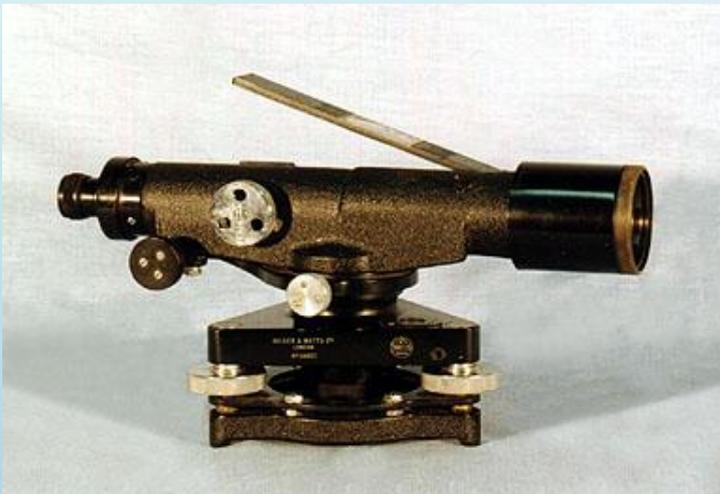


6-5 수준측량용 기기

6-5-3 레벨의 종류

■ 경독식레벨 (wye level)

- 경독식 레벨은 정밀수준측량에 사용되는 것으로서 망원경 및 이것에 부착된 기포관을 수직축에는 관계없이 기울일 수 있는 구조로 되어있고, 또한 수직축을 움직이지 않고 기포를 중앙에 오게 하여 수평시선을 얻을 수 있게 한다.



6-5 수준측량용 기기

6-5-3 레벨의 종류

■ 핸드레벨 (hand level)

- 손에 들고 직접 목표물 시준함과 동시에 내부의 거울에 의하여 기포의 위치를 알 수 있게 하였다. 기포가 중앙에 있을 때에는 횡선에 의하여 2등분된다. 이 2등분되는 위치에서 횡선과 같은 높이의 점을 시준하면 시준선은 수평이므로 그 점은 관측자의 눈과 같은 높이인 것을 알 수 있다. 핸드레벨은 간단하고 휴대 및 취급에 편리하므로 답사나 횡단측량에 많이 사용된다.



6-5 수준측량용 기기

6-5-3 레벨의 종류

■ 전자레벨 (electron level)

- 바코드 등의 형식으로 제작된 표척을 자동으로 읽도록 설계되어 있는 레벨



6-5 수준측량용 기기

6-5-3 레벨의 종류

■ 레이저레벨 (laser level)

- 전자파를 이용하여 먼거리의 거리 측정 및 높낮이 결정에 이용할 수 있도록 만든 레벨

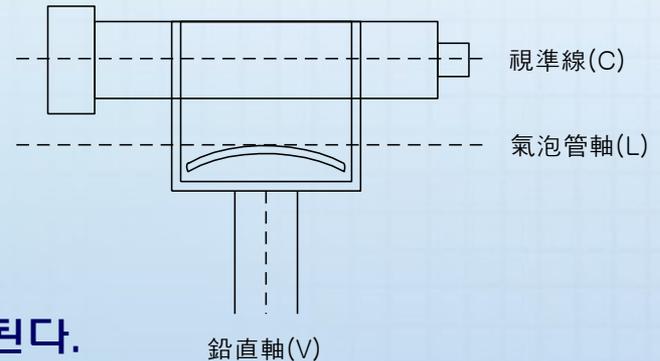


6-5 수준측량용 기기

6-5-4 기기의 조정

■ 조정해야 할 조건

- 레벨의 검사 및 조정은 기기의 종류에 따라서 방법이 다르나, 일반적으로 다음 2가지 조건을 만족시켜야 한다.
- (1) 기포관축은 연직축에 수직(L⊥V)
 - 이는 기포를 기포관의 중앙에 오게함으로써 연직축을 연직으로 한다.
 - 이 때의 기포관축은 어느 방향에 대해서도 수평을 유지하게 된다.
- (2) 시준선과 기포관축은 평행(C//V)
 - 기포를 기포관의 중앙에 오게 하면 시준선은 어느 방향에 대해서도 수평으로 된다.



6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-1 개론

- 수준측량은 지점의 표고 혹은 표고차를 구하는 것이 가장 큰 목적이며, 레벨은 이러한 고저차를 구하는데 이용된다. 그리고 시준선은 수평면(level surface)내에서 회전하면 되므로 그 사용법은 매우 간단하다.

6-6-2 레벨의 거치(Setting up the level)

- 정준나사를 이용하여 레벨을 수평으로 유지한다.
- 경사지에 세울 경우 경사지 위쪽에 삼각대 다리 한 개를 세우고, 아래쪽에 2개를 세운다.

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

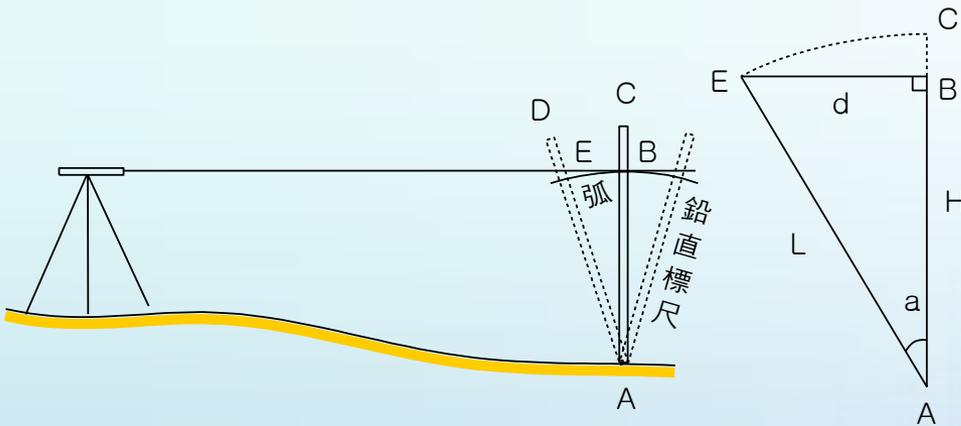
6-6-3 표척수의 의무

- 표척수의 의무는 간단하나, 몇가지 간단한 규칙을 지키지 않으면 관측자의 노력을 헛되게 할 수 있다.
- 표척은 정확한 읽음을 얻기 위해 연직으로 세워야 한다. 표척을 전후방향으로 흔드는 것은 어떤 값이 취해졌을 때에 표척이 연직인가를 확인하기 위함이다.
- 표척을 기울이는 방법은 먼저 기기를 향하고 다음에 원위치로 되돌린다.
- 기기수(또는 시준수)는 표척 읽음값의 증가와 감소를 번갈아 읽으며 최소치를 취하여 이를 정확한 값으로 결정한다.
- 초보자들은 표척을 너무 빨리 기울이거나 호(arc)를 굉장히 크게 하는데 이 때에 오차가 발생하게 된다. 기기수는 손으로 신호를 표척수에게 보냄으로써 표척을 연직으로 세울 수 있도록 한다.

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-3 표척수의 의무

- 표척이 연직이 아닐 경우에 생기는 읽음의 오차



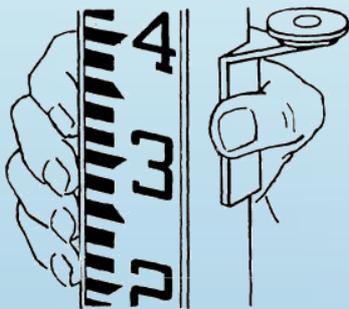
$$C = \overline{BC} = L - H$$

$$d^2 = L^2 - H^2$$

$$= (L - H)(L + H)$$

$$= C(L + H)$$

$$\therefore C = \frac{d^2}{L + H} \quad \text{or} \quad C = \frac{d^2}{2L}$$



표척용 간이정준기

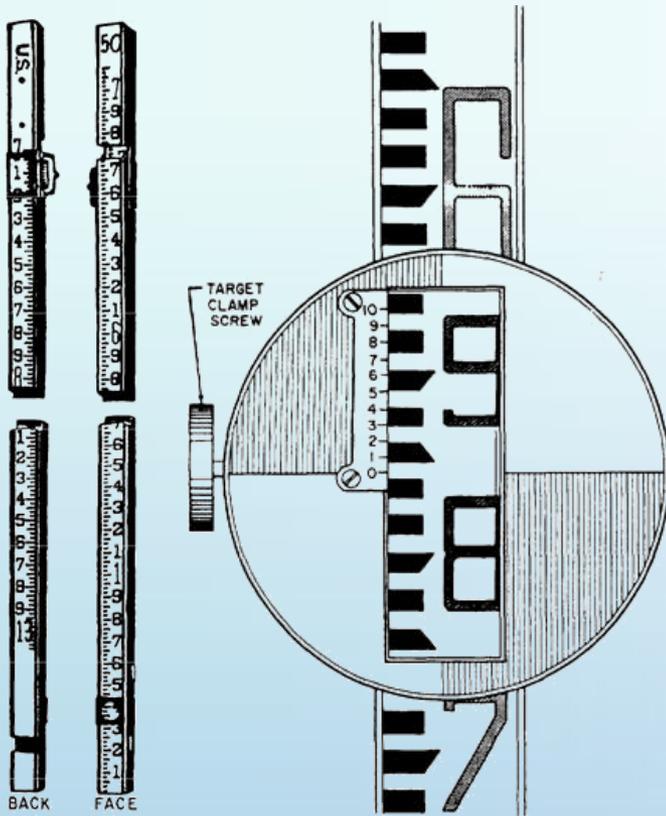
6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-4 수준척 또는 함척(leveling rod or staff)

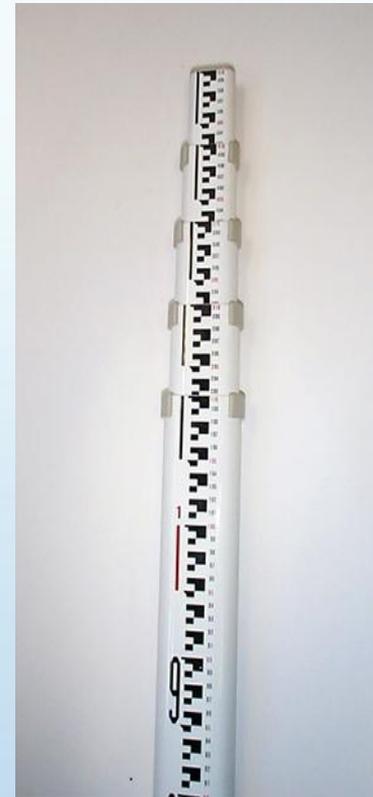
- 수준척(함척): 수준측량 혹은 시거측량에 사용하는 눈금을 그린 **표척**으로서 가벼운 알루미늄으로 제작되었고, 단면은 판형과 함형이 있다. 분류하자면 크게 점표수준척과 자독수준척으로 나누어진다.
- (1)점표수준척(target rod) = 표척수준척
 - 점표(target) 및 유표(vernier)가 부착되어 있어 표척수(rod man)가 관측자의 신호에 의하여 이것을 상하로 움직여 시준선에 맞추어 유표를 사용하여 그 눈금을 읽는 것이다.
 - 원거리를 시준하거나 또는 특히 정밀을 요하는 측량에서는 효과적이거나 표척수가 미숙할 때에는 오독하기 쉽고 또 시간이 많이 걸리는 결점이 있다.

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-4 수준척 또는 함척(leveling rod or staff)



점표수준척



신축수준척

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-4 수준척 또는 함척(leveling rod or staff)

■ (2) 자독수준척(self-reading rod of staff)

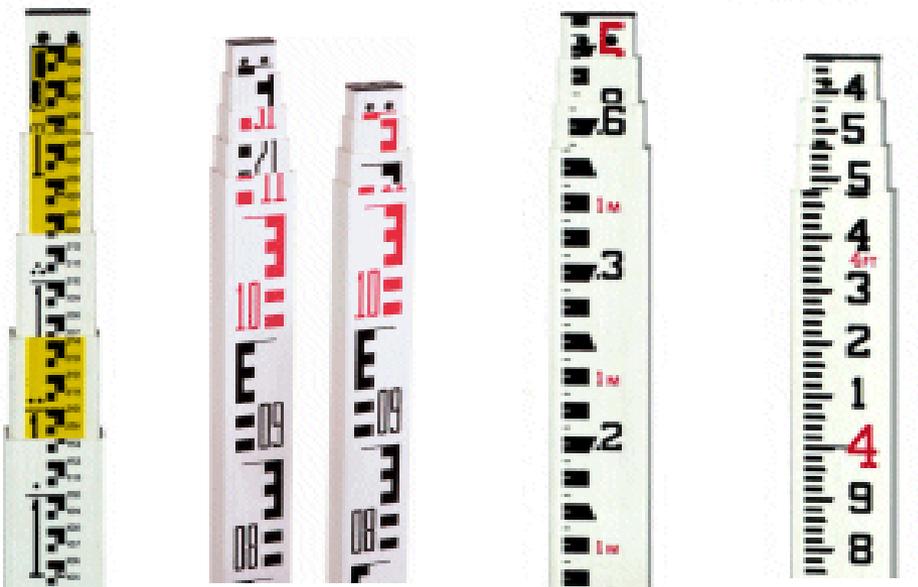
- 시준수인 관측자 자신이 망원경으로 수준척을 시준함과 동시에 그 눈금을 읽는 것으로서 표척수는 단지 수준척을 수직하게 세우기만 하면 되므로 잘못 읽은 염려가 없고 작업 시간이 빠르며 비교적 높은 정밀도를 얻을 수 있다.
- 결점: 시준거리가 멀어짐에 따라 정밀도가 낮고 가까울수록 정밀도가 높아져 정밀도가 균등하지 못하다.
- 취급의 편의를 위하여 만들어진 신축수준척과 절첩수준척이 있는데 이음 부분이 부정확하게 되기가 쉽다.

■ (3) 표척대(foot plate)

- 지반이 좋지 못하며 수준척이 침하하는 경우 또는 전시(foresight)와 후시(back sight)를 동시에 취하는 이기점, 경사지에서 수직으로 세우기 곤란한 경우 등에는 표척대를 사용하여 정밀한 값을 얻을 수 있다.

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-4 수준척 또는 함척(leveling rod or staff)



CM

E Metric

Philly
Metric

10th's

다양한 수준척



표척대

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-5 직접수준측량의 원리

■ 직접수준측량 용어 정리

● (1) 후시와 전시

- 후시(Back Sight; B.S) : 기지점에 세운 표척의 눈금을 읽는 것(=재시)
- 전시(Fore Sight; F.S) : 표고를 알고자하는 미지점의 표척 눈금을 읽는 것(=초시)

● (2) 기계고=시준고(height of instrument; I.H 또는 H.I)

- 망원경 시준선의 표고
- 기계고=지반고+후시

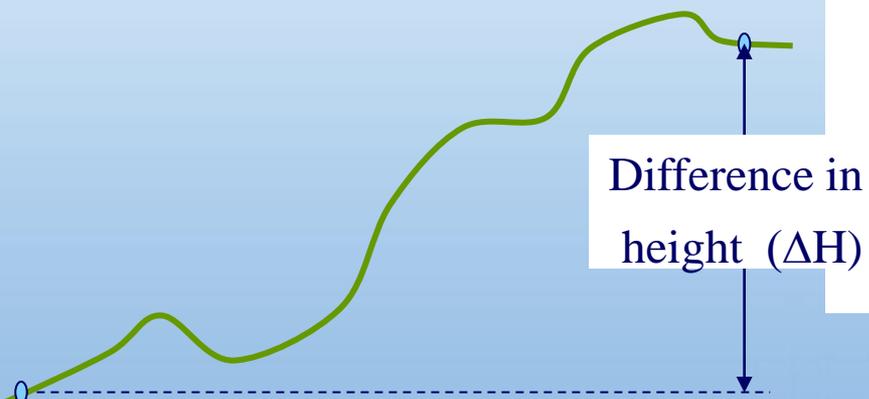
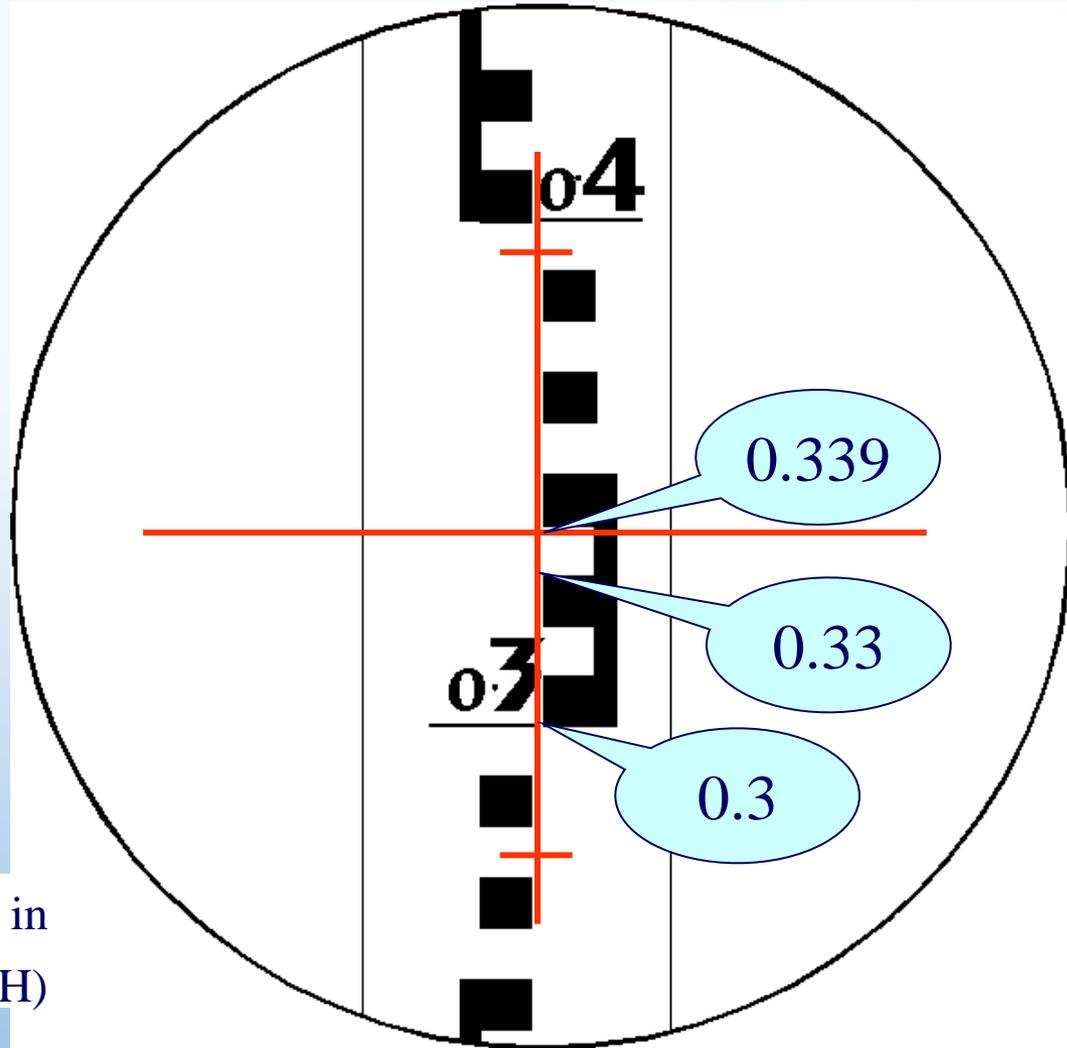
● (3) 이기점과 중간점

- 이기점(Turning Point; T.P) : 전·후시를 동시에 읽는 측점
- 중간점(Interminate Sight; I.S) : 어느 한 점의 표고를 구하기 위해 전시만 읽는 점

● (4) 지반고

- 기준 수준면으로부터 어느 점까지의 표고
- 지반고 = 기계고 - 전시 = 지반고 + 후시 - 전시

Reading an “E-face” staff



6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-5 직접수준측량의 원리

■ (1) 기기를 1회만 설치하면 되는 경우

- ① 측점 A, B에 표척을 각각 세우고 중간지점에 레벨을 세운다.
- ② 측점 A의 표척을 시준하여 a 를 읽는다. 후시(back sight)
- ③ 측점 B의 표척을 시준하여 b 를 읽는다. 전시(foresight)

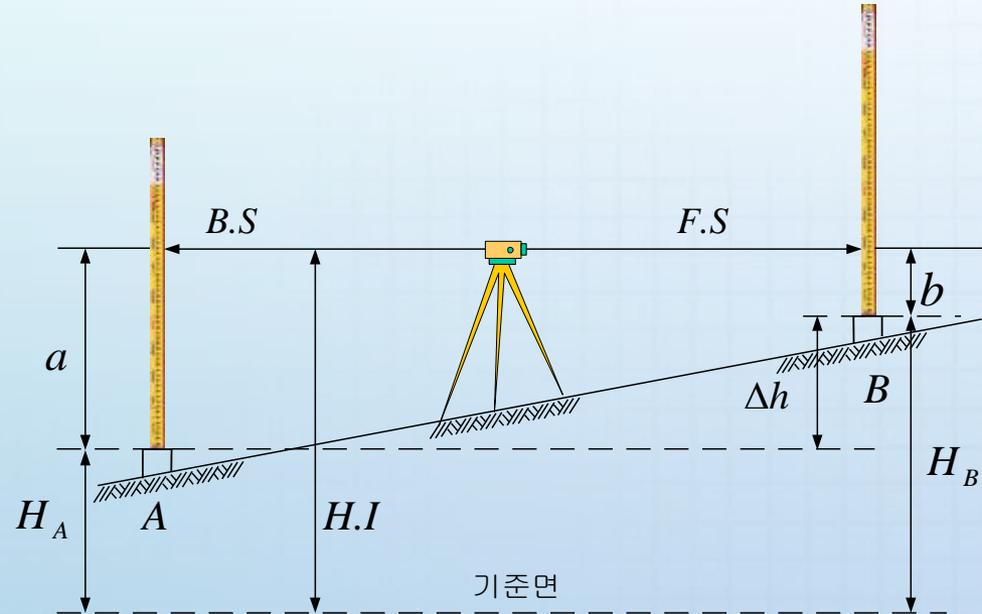
● 표고산출법

고저차 = 후시 - 전시

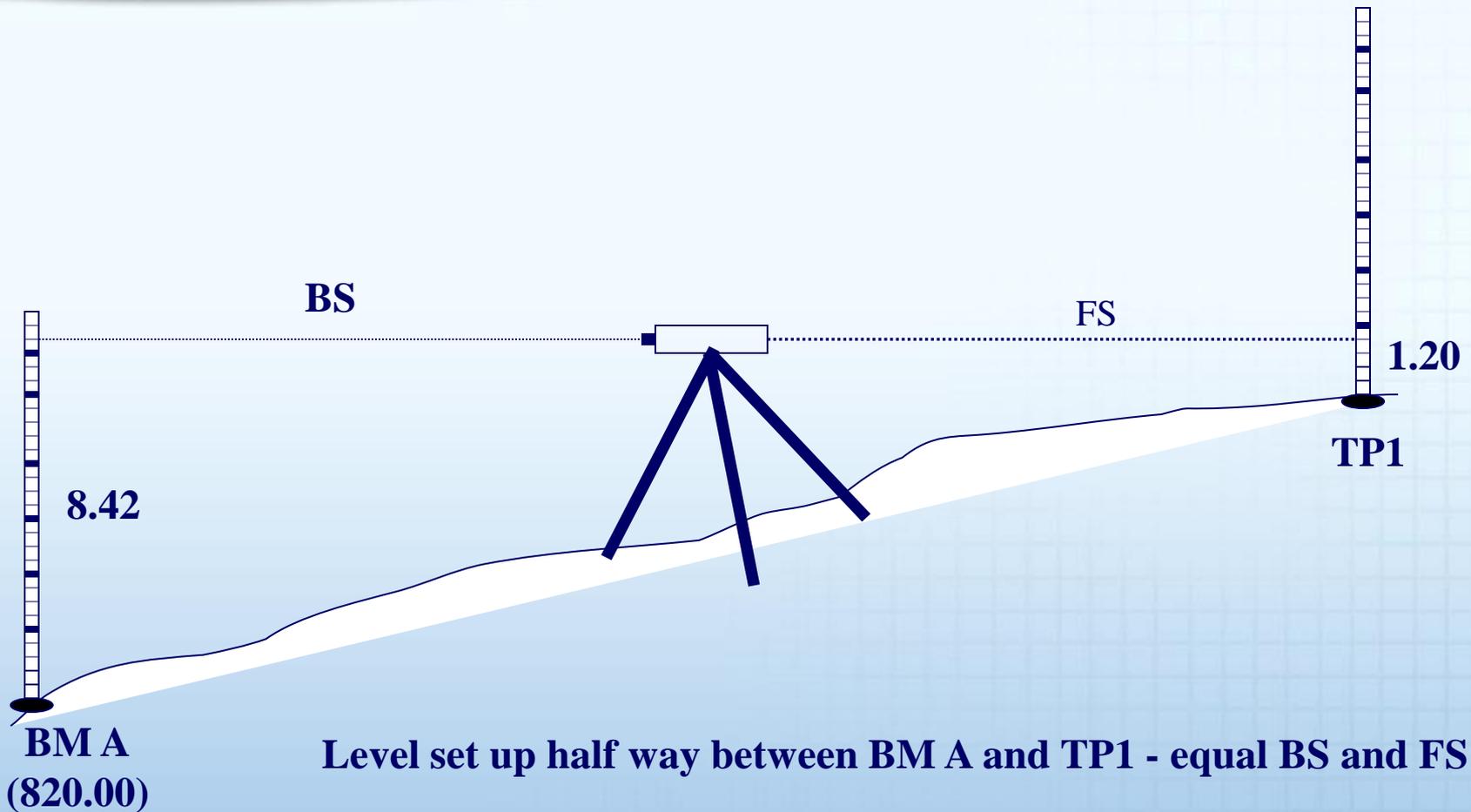
● 즉 $\Delta h = (a - b)$

● 그러므로

$$\begin{aligned} H_B &= H_A + (a - b) \\ &= (H_A + a) - b \\ &= H.I - F.S \end{aligned}$$



Differential Leveling



$$Dh_{AB} = BS - FS = 8.42 - 1.20 = 7.22$$

$$h_B = 820.00 + Dh_{AB}$$

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-5 직접수준측량의 원리

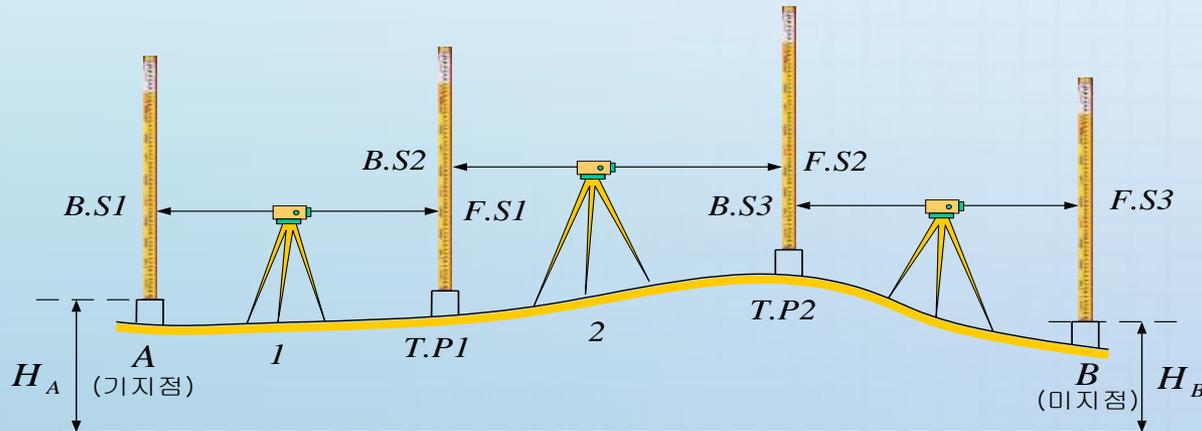
■ (2) 기기를 2회 이상 설치하는 경우

- ① 측점 A에 표척을 세우고 1점에 레벨을 세워 A점을 후시한다.
- ② A점과 레벨간의 거리가 같은 이기점(T.P1)을 정하고 표척을 세워 전시한다.
- ③ 기기를 2점에 세우고 T.P1을 후시한다.
- ④ 이런 순서로 측정하여 최후 B점에 세운 표척의 전시를 취한다.

● AB간의 표고차를 ΔH 라고 할 때

$$\Delta H = (B.S1 - F.S1) + (B.S2 - F.S2) + (B.S3 - F.S3) = B.S1 + B.S2 + B.S3 - (F.S1 + F.S2 + F.S3)$$

● \therefore B점의 표고 = A점의 표고 + 후시합 - 전시합



6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-5 직접수준측량의 원리

- 수준측량의 계산에서는 후시는 +, 전시는 -로 취한다. 후시의 점은 후시의 총합에서 전시의 총합을 뺀 값이 +이면 전시의 점보다 낮다는 것을 의미하며, -이면 높다는 것을 의미한다.
- 수준측량에서의 중요한 점은 마지막 점에서의 왕복수준측량에 의해서 검사된다. 왕복 수준측량에 의한 표척의 합을 환폐합차라 하며, 왕수준측량에서의 표고차와 복수준측량의 표고차가 같아야 측량결과는 옳은 것이다.

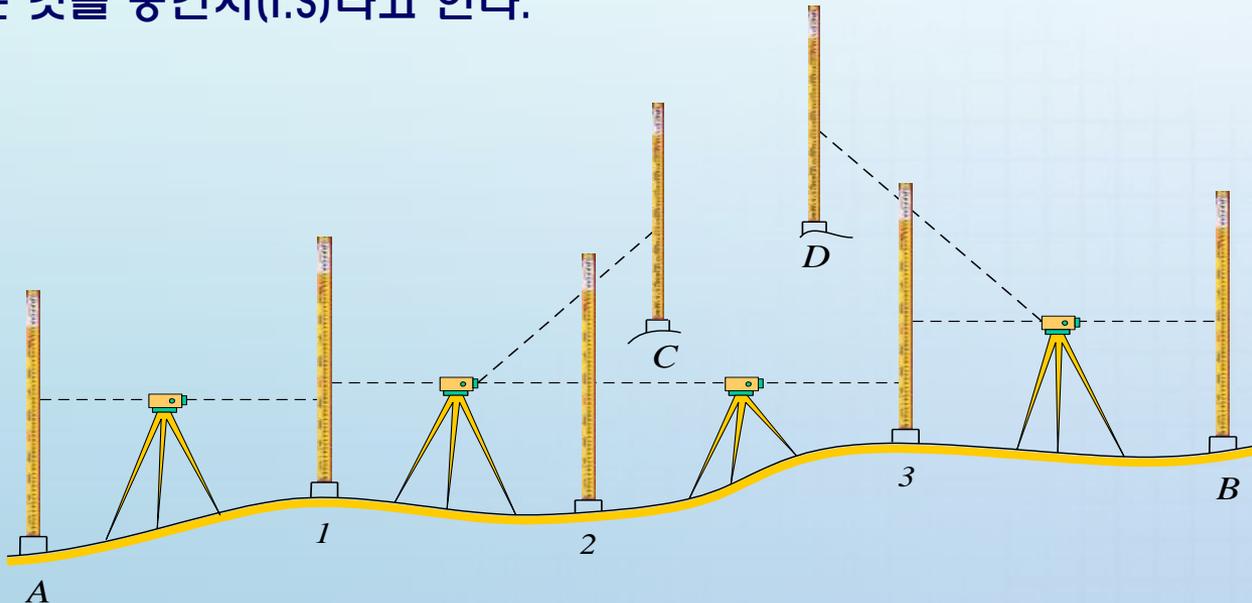
측 점	B.S(m)	F.S(m)	표고(m)	비고
A	1.06		100.00	A점의 표고는 100.00m
T.P1	1.32	0.95		
T.P2	0.65	1.15		
B		1.10	99.83	
Σ	3.03	3.20		3.03 - 3.20 = (-)0.17 100.00 - 0.17 = 99.83

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-5 직접수준측량의 원리

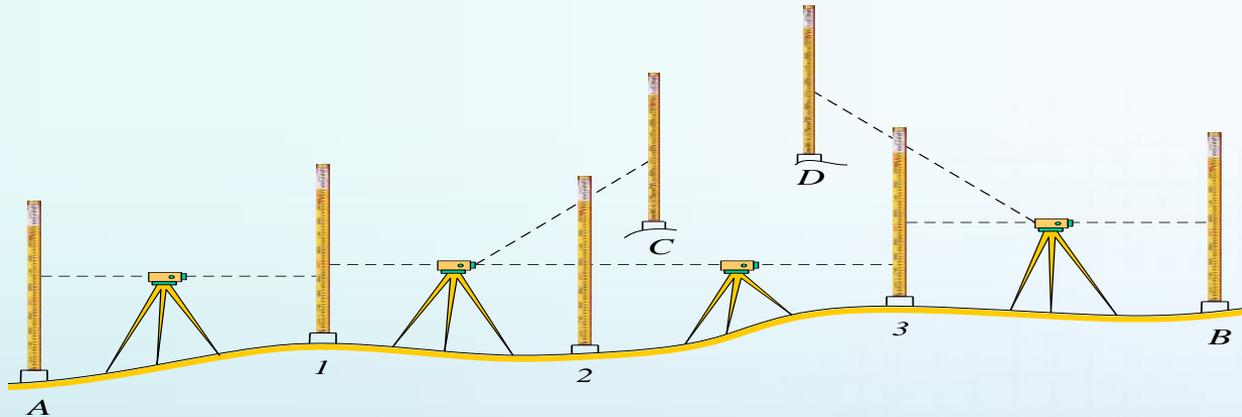
■ (2) 수준노선밖에 중간점(I.P)이 있는 경우

- 그림과 같이 B점의 표고를 결정하기 위한 수준측량에서 A,B점을 연결하는 수준노선상에 위치하는 이기점 이외에 표고를 알고자 하는 측점이 있는 경우에 이 점을 중간점이라 한다. 중간점은 전시만을 취하게 된다. 따라서 이 점의 측량결과는 이기점과 달리 다른 점의 오차에 영향을 주지 않는다. 중간점을 시준하는 것을 중간시(I.S)라고 한다.



6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-5 직접수준측량의 원리



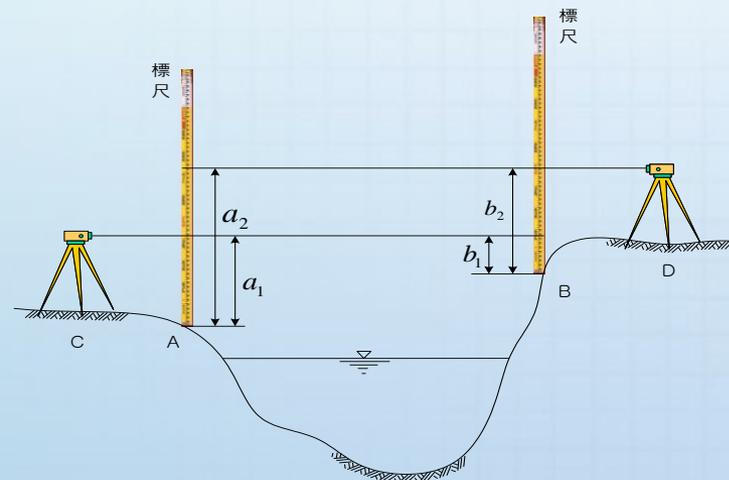
측점	B.S(m)	F.S(m)		표고(m)	비고
		T.P	I.P		
A	0.85			50.00	A점의 표고는 50.00m 4.00 - 3.27 = 0.73 50.00 + 0.73 = 50.73m
1	1.05	0.70			
C			0.65		
2	1.20	1.35			
3	0.90	0.75			
D			0.55		
B		0.47			
Σ	4.00	3.27		50.73	

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-6 교호수준측량의 원리

- 수준노선 중의 2점간에 강, 호수, 하천 혹은 협곡 등이 있어 그 2점의 중간에 레벨을 세울 수 없는 경우에는 부득이 강의 한쪽 기슭에서 양안에 세운 표척을 시준할 수 밖에 없다. 이러한 경우에는 전시와 후시의 거리가 현저하게 다르게 되므로 기계오차, 표척의 읽음오차 등이 증가하게 되어 측정치의 결과가 부정확해진다. 이러한 오차를 줄이기 위하여 양안에서 전시와 후시를 각각 같은 상황으로 취하여 그 표고차를 2회 산출하여 평균한다.
- $AC=BD=d$ 로 유지한 경우에

$$\begin{aligned} H_B - H_A = \Delta h &= \frac{(a_1 - b_1) + (a_2 - b_2)}{2} \\ &= \frac{(a_1 + a_2) - (b_1 + b_2)}{2} \end{aligned}$$



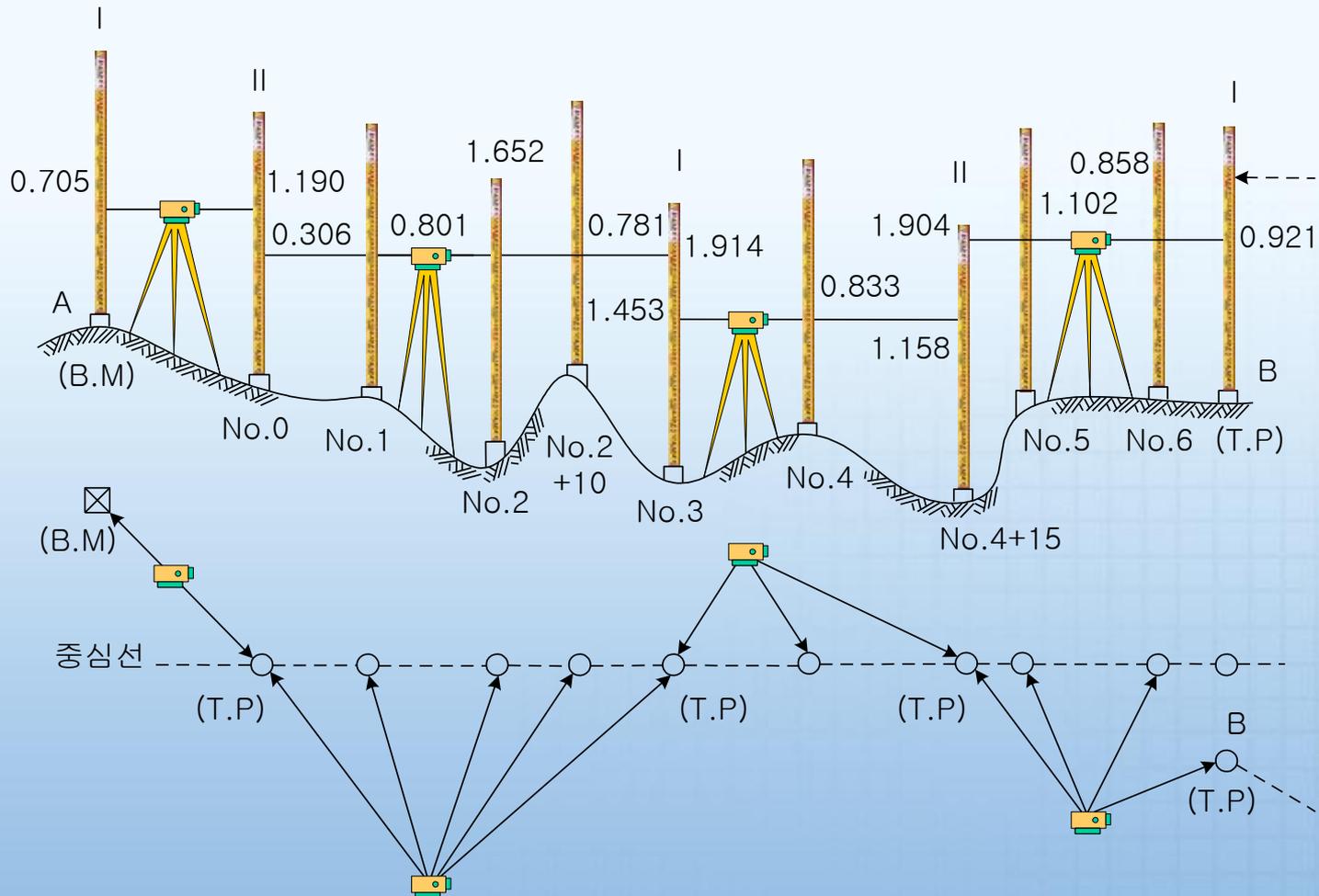
6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-7 종단수준측량(Profile leveling)

- 철도, 도로, 하천, 상·하수도 등의 노선의 중심을 따라 일정한 간격을 두고 말뚝을 박아 그 점의 표고를 구하여 노선의 종단면도를 얻는 것이 목적
- 종단 말뚝의 간격은 보통 매 20m 마다 설치함을 원칙으로 한다.
- 종단측량은 장애물이 적고 중심선에서 적당한 거리(50~100m)에 떨어져 중심선상의 여러 점을 볼 수 있는 곳에 레벨을 세우고, 수준점(B.M)등의 기지점 높이를 후시하여 기계고(I.H)를 결정하고 필요한 중심선상의 제점을 차례로 전시하여 높이를 구한다.
- 측정시 왕복 측정이거나 다른 수준점에 결합시켜 오차를 검토해야 한다.

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-7 종단수준측량(Profile leveling)



6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

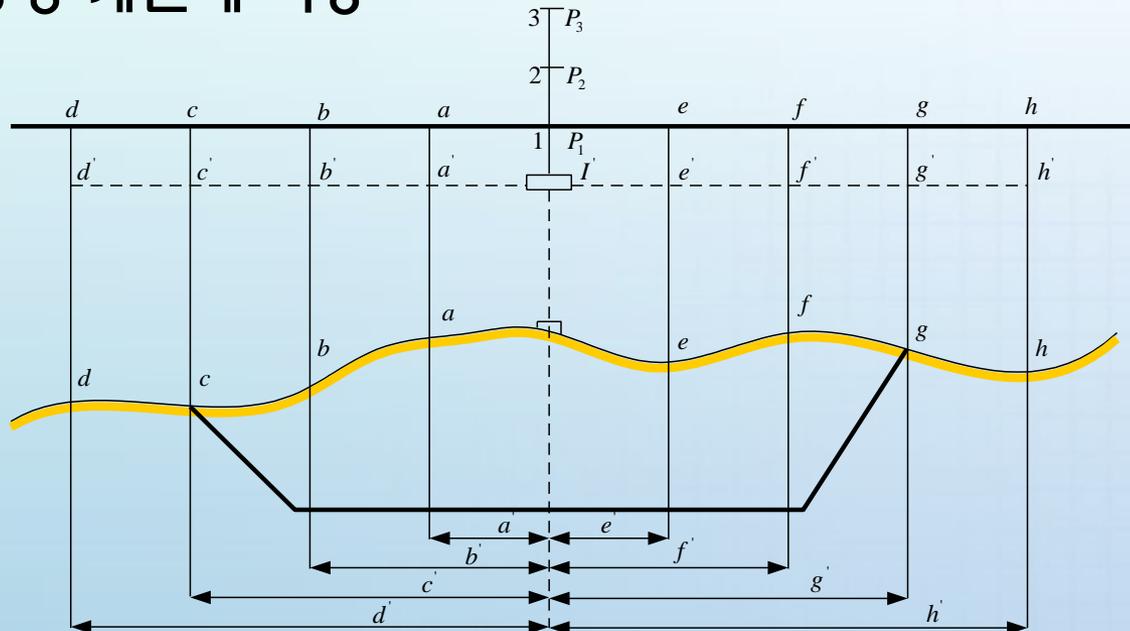
6-6-7 종단수준측량(Profile leveling)

測點	후시(B.S)	전시(F.S)		器械高 (I.H)	地盤高(G.H)
		T.P	I.P		
A(B.M)	0.705			10.705	10.000m
0	0.306	1.190		9.821	9.505
1			0.801		9.020
2			1.652		8.169
+10			0.781		9.040
3	1.453	1.914		9.360	7.907
4			0.833		8.527
+15	1.904	1.158		10.106	8.202
5			1.102		9.004
6			0.858		9.248
B(T.P)		0.921			9.185
합	4.368	5.183			
ΔH		-0.815		= 10.000m + 4.368m - 5.183m = 9.185m	

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

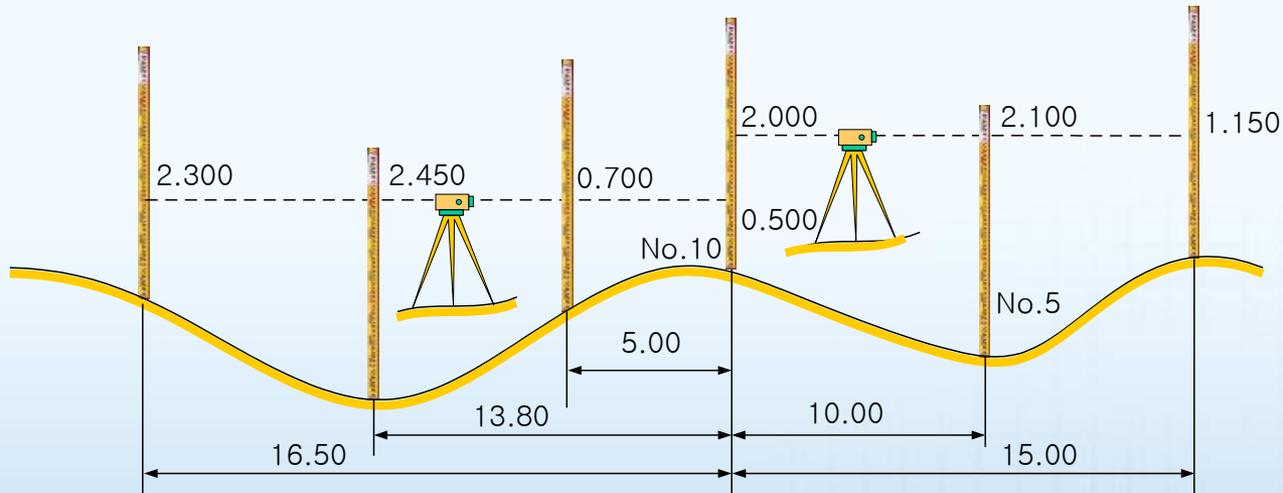
6-6-8 횡단수준측량(Cross-section leveling)

- 종단수준측량에서 설치한 중심 말뚝에서 종단의 중심선 방향에 직각 방향으로 거리와 고저차를 측정하여 횡단면도를 만드는 측량
- 주로 토공량 계산에 이용



6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-8 횡단수준측량(Cross-section leveling)



말뚝번호	중심말뚝 읽음 값 (B.S)	중심말뚝으로부터의 거리		각 점의 읽음값(F.S)	중심선으로부터의 승강(Δh)
		좌	우		
NO.10	0.50m	5.00m		0.70m	-0.20m
		13.80		2.45	-1.95
		16.50		2.30	-1.80
	2.00		10.00	2.10	-0.10
			15.00	1.15	+0.85
NO.11					

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-9 야장의 기입법과 계산

■ [1] 고차식 or 2란식 (전시, 후시만 기록하는 경우)

- 이 기입방법은 단순히 2점간의 고저차나 지반고를 구하는데 이용되는 것으로, 도중에 표척을 세우는 측점(T.P)의 지반고는 계산하지 않는다.

측 점	거 리	B.S	F.S	지반고	비 고
A		2.563		85.000	A점의 표고 85.000
T.P 1	85.36	2.642	0.724		
T.P 2	78.92	2.718	1.335		
T.P 3	76.45	1.442	1.056		
T.P 4	92.38	1.954	1.859		
B	95.63		2.034	89.311	
		11.319	7.008		
		-7.008			
		<hr/>			
		4.311+85.000=89.311			

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-9 야장의 기입법과 계산

■ [2] 승강식(rise and fall system)

- 두 점에 세운 수준척 눈금의 읽음 값의 차가 두 점의 표고차인 원리를 이용.
- 먼저 읽은 값에서 나중 값을 뺀 값이 (+)이면 승란에, (-)이면 강란에 기입.
- 완전한 측량 결과의 점검이 가능하며, 정밀한 측량에는 적당하나 중간점이 많을 때는 계산이 복잡해짐.

측 점	거 리	B.S	F.S	昇(+)	降(-)	지반고	비 고
A		2.563				85.000	A점의 표고 85.000
T.P 1	85.36	2.642	0.724	1.839		86.839	
T.P 2	78.92	2.718	1.335	1.307		88.146	
T.P 3	76.45	1.442	1.056	1.662		89.808	
T.P 4	92.38	1.954	1.859		0.417	89.391	
B	95.63		2.034		0.080	89.311	
		11.319	7.008	4.808	0.497		
		-7.008		0.497			
		4.311		4.311 + 85.000 = 89.311			

6-6 수준측량의 방법, 절차 및 계산

6-6-9 야장의 기입법과 계산

■ [3] 기고식(instrumental height system)

- 종. 횡단 수준 측량과 같이 중간점이 많은 경우에 편리
- 승강식에 비해 검산 결과가 충분치 못한 단점도 있음

측 점	거 리	제 시 B.S	기 계 고 (H.I)	초 시 (F.S)		지 반 고 (G.H)	비 고
				T.P	I.P		
A		2.568	52.568			50.000	A점의 표고 50.000
11					1.963	50.605	
T.P 1	75.62	1.803	53.215	1.156		51.412	
12					1.613	51.602	
13					2.139	51.076	
T.P 2	63.46	2.658	53.737	2.136		51.079	
14					1.565	52.172	
15					2.322	51.415	
B	126.31			2.646		51.091	

計

7.029

5.938

-5.938

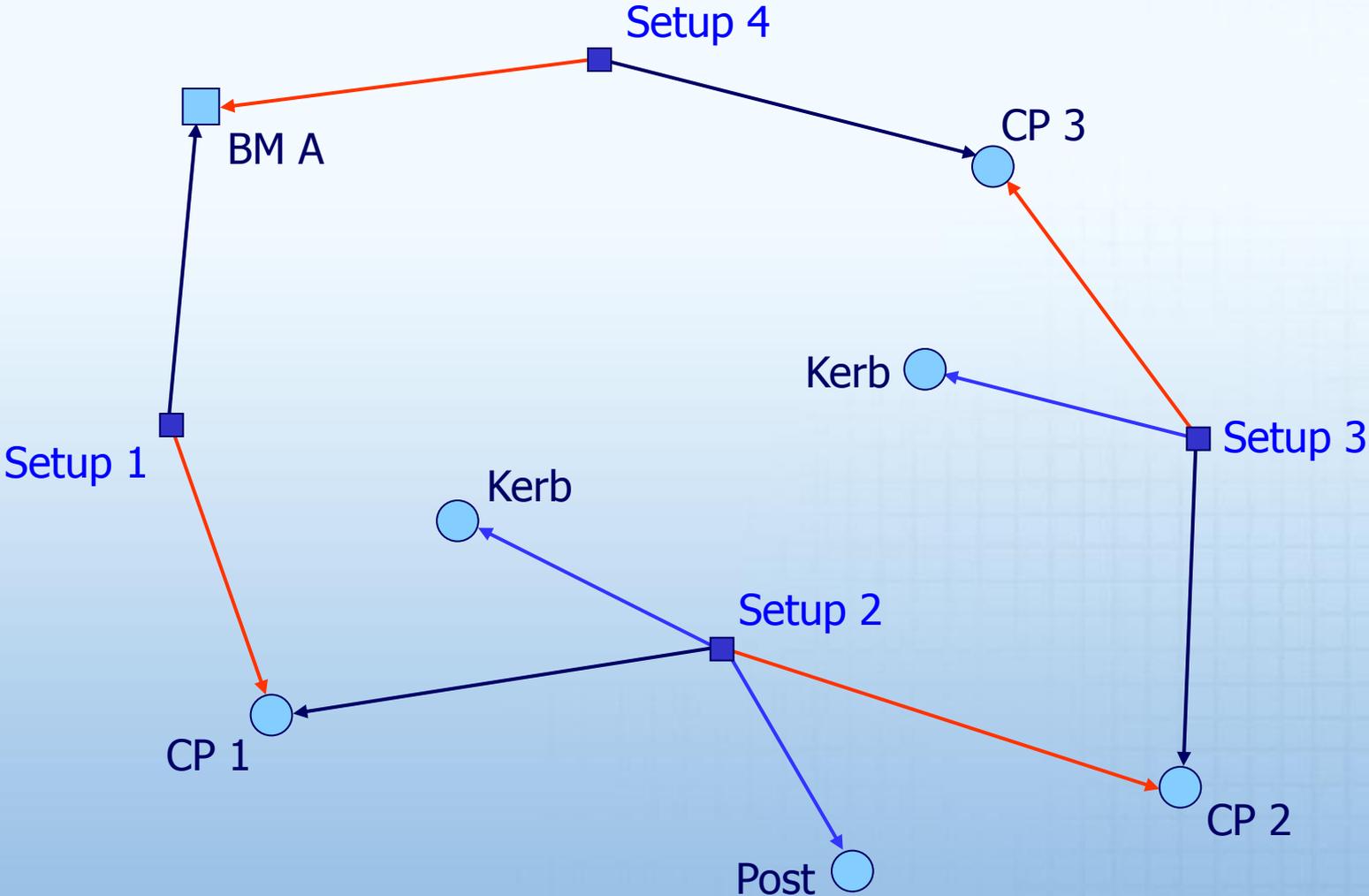
0.497

$1.091 + 50.000 = 51.091 \dots B\text{점표고}$

Levelling procedures

- The example on the plane surveying shows...
 - Observation procedures
 - Booking procedures
 - Reduction procedures

A sample loop (from the quiz)



Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98				CP 1
	1.25					Kerb
	3.65					Post
3.49		0.67				CP 2
	2.58					Kerb
2.64		1.54				CP 3
		3.79				BM A
						Σ
						Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25					Kerb
	3.65					Post
3.49		0.67				CP 2
	2.58					Kerb
2.64		1.54				CP 3
		3.79				BM A
						Σ
						Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65					Post
3.49		0.67				CP 2
	2.58					Kerb
2.64		1.54				CP 3
		3.79				BM A
						Σ
						Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67				CP 2
	2.58					Kerb
2.64		1.54				CP 3
		3.79				BM A
						Σ
						Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67	2.98		49.23	CP 2
	2.58					Kerb
2.64		1.54				CP 3
		3.79				BM A
						Σ
						Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67	2.98		49.23	CP 2
	2.58		0.91		50.14	Kerb
2.64		1.54				CP 3
		3.79				BM A
						Σ
						Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67	2.98		49.23	CP 2
	2.58		0.91		50.14	Kerb
2.64		1.54	1.04		51.18	CP 3
		3.79				BM A
						Σ
						Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67	2.98		49.23	CP 2
	2.58		0.91		50.14	Kerb
2.64		1.54	1.04		51.18	CP 3
		3.79		1.15	50.03	BM A
						Σ
						Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67	2.98		49.23	CP 2
	2.58		0.91		50.14	Kerb
2.64		1.54	1.04		51.18	CP 3
		3.79		1.15	50.03	BM A
10.01		9.98				Σ
						Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67	2.98		49.23	CP 2
	2.58		0.91		50.14	Kerb
2.64		1.54	1.04		51.18	CP 3
		3.79		1.15	50.03	BM A
10.01		9.98				Σ
		(0.03)				Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67	2.98		49.23	CP 2
	2.58		0.91		50.14	Kerb
2.64		1.54	1.04		51.18	CP 3
		3.79		1.15	50.03	BM A
10.01		9.98	6.24	6.21		Σ
		(0.03)				Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67	2.98		49.23	CP 2
	2.58		0.91		50.14	Kerb
2.64		1.54	1.04		51.18	CP 3
		3.79		1.15	50.03	BM A
10.01		9.98	6.24	6.21		Σ
		(0.03)		(0.03)		Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67	2.98		49.23	CP 2
	2.58		0.91		50.14	Kerb
2.64		1.54	1.04		51.18	CP 3
		3.79		1.15	50.03	BM A
10.01		9.98	6.24	6.21		Σ
		(0.03)		(0.03)	(0.03)	Δ

Reducing levels (Rise and Fall)

Back	Inter	Fore	Rise	Fall	RL	Comment
1.32					50.00	BM A
2.56		3.98		2.66	47.34	CP 1
	1.25		1.31		48.65	Kerb
	3.65			2.40	46.25	Post
3.49		0.67	2.98		49.23	CP 2
	2.58		0.91		50.14	Kerb
2.64		1.54	1.04		51.18	CP 3
		3.79		1.15	50.03	BM A
10.01		9.98	6.24	6.21		Σ
		(0.03)		(0.03)	(0.03)	Δ

Loop misclosure

■ Misclosure

- The amount by which the *measured* height difference (ΔH_{meas}) differs from the *known* height difference derived from the RLs of the starting and finishing benchmarks (ΔH_{known})

$$\text{Misclosure} = \Delta H_{\text{known}} - \Delta H_{\text{meas}}$$



An acceptable misclose?

- *Small* misclosures in closed level loops are expected because of the accumulation of errors
- If the misclosure is *small*, it can be adjusted
- If the misclosure is *large*, the loop (or part of it) must be repeated
- Misclosure can also result from errors in published levels or benchmark instability

Testing the misclose

- The amount of misclosure we are prepared to accept depends on the accuracy we are hoping to achieve
- For routine levelling, the *third order* levelling standard is adopted...

$$\text{misclosure} \leq 12\sqrt{k} \text{ mm}$$

- where k is the length of the loop in km

Continuing the example

- The misclosure is +30 mm
- The length of the loop is 0.7 km
- The misclosure limit is...
$$12\sqrt{(0.7)} = \pm 10 \text{ mm}$$
- The misclosure of +30 mm is too big
- The loop must be repeated (or find the error)

Adjusting the misclose

- Adjustment is carried out to ensure that the measured and known RLs of the closing benchmark agree
- The misclosure is linearly distributed according to the number of *set-ups*
- The adjustment per set-up for the previous example is $(0.03/4)$...

Adjusting the misclose

Measured RL	Point	Adjustment	Adjusted RL
50.00	BM A		
47.34	CP 1		
48.65	Kerb		
46.25	Post		
49.23	CP 2		
50.14	Kerb		
51.18	CP 3		
50.03	BM A		

Adjusting the misclose

Measured RL	Point	Adjustment	Adjusted RL
50.00	BM A	0.000	50.000
47.34	CP 1	0.008	47.332
48.65	Kerb		$=1*(0.03/4)$
46.25	Post		
49.23	CP 2		
50.14	Kerb		
51.18	CP 3		
50.03	BM A		

Adjusting the misclose

Measured RL	Point	Adjustment	Adjusted RL
50.00	BM A	0.000	50.000
47.34	CP 1	0.008	47.332
48.65	Kerb	0.015	48.635
46.25	Post	0.015	46.235
49.23	CP 2	0.015	49.215
50.14	Kerb		
51.18	CP 3		
50.03	BM A		

$$= 2 * (0.03 / 4)$$

Adjusting the misclose

Measured RL	Point	Adjustment	Adjusted RL
50.00	BM A	0.000	50.000
47.34	CP 1	0.008	47.332
48.65	Kerb	0.015	48.635
46.25	Post	0.015	46.235
49.23	CP 2	0.015	49.215
50.14	Kerb	0.023	50.117
51.18	CP 3	0.023	51.157
50.03	BM A		=3*(0.03/4)

Adjusting the misclose

Measured RL	Point	Adjustment	Adjusted RL
50.00	BM A	0.000	50.000
47.34	CP 1	0.008	47.332
48.65	Kerb	0.015	48.635
46.25	Post	0.015	46.235
49.23	CP 2	0.015	49.215
50.14	Kerb	0.023	
51.18	CP 3	0.023	
50.03	BM A	0.030	50.000

$=4*(0.03/4)$

Adjusting the misclose

Measured RL	Point	Adjustment	Adjusted RL
50.00	BM A	0.000	50.000
47.34	CP 1	0.008	47.332
48.65	Kerb	0.015	48.635
46.25	Post	0.015	46.235
49.23	CP 2	0.015	49.215
50.14	Kerb	0.023	50.117
51.18	CP 3	0.023	51.157
50.03	BM A	0.030	50.000

6-7 수준측량의 외업에서의 주의사항

6-7-1 레벨 취급상의 주의사항

- ① 레벨을 상자에서 꺼낼 때 레벨의 고정나사를 느슨하게 한 다음 꺼낸다.
- ② 레벨을 삼각에 부착한 채 운반해서는 안되며, 부득이한 경우에는 고정나사를 죄고, 양손으로 삼각을 연직상태로 하여 운반한다.
- ③ 레벨이 직사광선을 받을 때에는 국부적인 변화를 일으켜 틀러 지기에 우산 등으로 가려 직사광선을 피해야 한다.
- ④ 레벨을 상자에 넣을 때에는 고정나사를 반드시 죄고 주의하여 넣는다.

6-7 수준측량의 외업에서의 주의사항

6-7-2 표척수의 주의사항

- ① 전시의 표척을 세울 위치는 보측으로 대략 측정하여 결정하고, 레벨에서 전·후시 표척까지의 거리가 같도록 한다.
- ② 표척을 세울 장소는 될수록 지반이 견고한 장소를 선택한다.
- ③ 표척은 레벨에 바르게 대응시켜 정확하게 연직으로 세운다. 표척을 좌우로 조금씩 기울이는 것은 망원경의 연직십자선으로 관측하나, 정확한 관측이 어려우므로 시준시에는 표척을 전후로 천천히 기울인다.
- ④ 표척을 길게 빼거나 집어 넣을 때에는 이음매가 없이 정확해야 한다.

6-7 수준측량의 외업에서의 주의사항

6-7-3 관측수의 주의사항

- ① 관측할 때에는 때때로 기포를 정확히 중앙에 오도록 한다.
- ② 레벨을 회전시킬 때 망원경의 선단을 한손으로 회전시켜서는 안되며, 지지대의 양끝을 양손으로 눌러 조용히 돌려야 한다.
- ③ 표척을 연직으로 세웠다는 표척수의 신호를 받으면 관측자는 표척의 전후로 기울어진 상태에서의 읽음에서 최소값을 취하여야 한다.
- ④ 관측자는 망원경의 시차가 없는가를 확인, 십자선이 바로 보이도록 하며, 기기 및 표척을 충분히 점검하여 조정한다.
- ⑤ 표척과 기기와의 거리는 60m 내외를 표준으로 한다.
- ⑥ 시준시에는 수준기의 기포를 정확히 중앙에 오도록 한다.
- ⑦ 레벨의 시준거리: 최단시준거리에서는 - 3m 내외,
 최장시준거리에서는 - 40~50m,
 개략측량의 경우 - 100m~120m.
- ⑧ 표척을 읽을 때 너무 최상단 또는 최하단을 읽지 않도록 한다.
- ⑨ 수준척의 눈금은 1mm까지, 이기점(T.P)이외 점에서는 5~10mm까지 읽음.
- ⑩ 수준측량은 반드시 왕복관측을 원칙으로 한다.
- ⑪ 200m 이상의 장거리를 시준할 경우에는 반드시 점표수준척을 사용하거나 기기를 옮겨야 한다.

6-8 간접수준측량

6-8-1 삼각수준측량

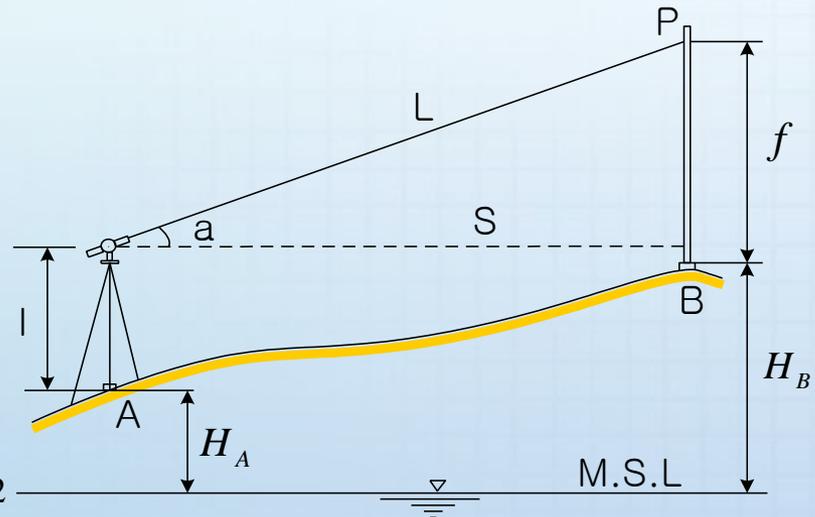
- 측점 A의 표고는 주어진 것이고, 측점 B의 표고를 삼각수준측량에 의해 구한다. 수평거리 S는 테이프로 직접 구하고, B점에 표척을 세워 그 읽음을 f, P점의 연직각을 α 로 하면 B점의 표고 H_B 는 아래와 같은 식에 의하여 구한다. 이때 A점의 표고는 H_A , 기기의 설치고는 I로 한다.

$$H_B = H_A + I + S \tan \alpha - f$$

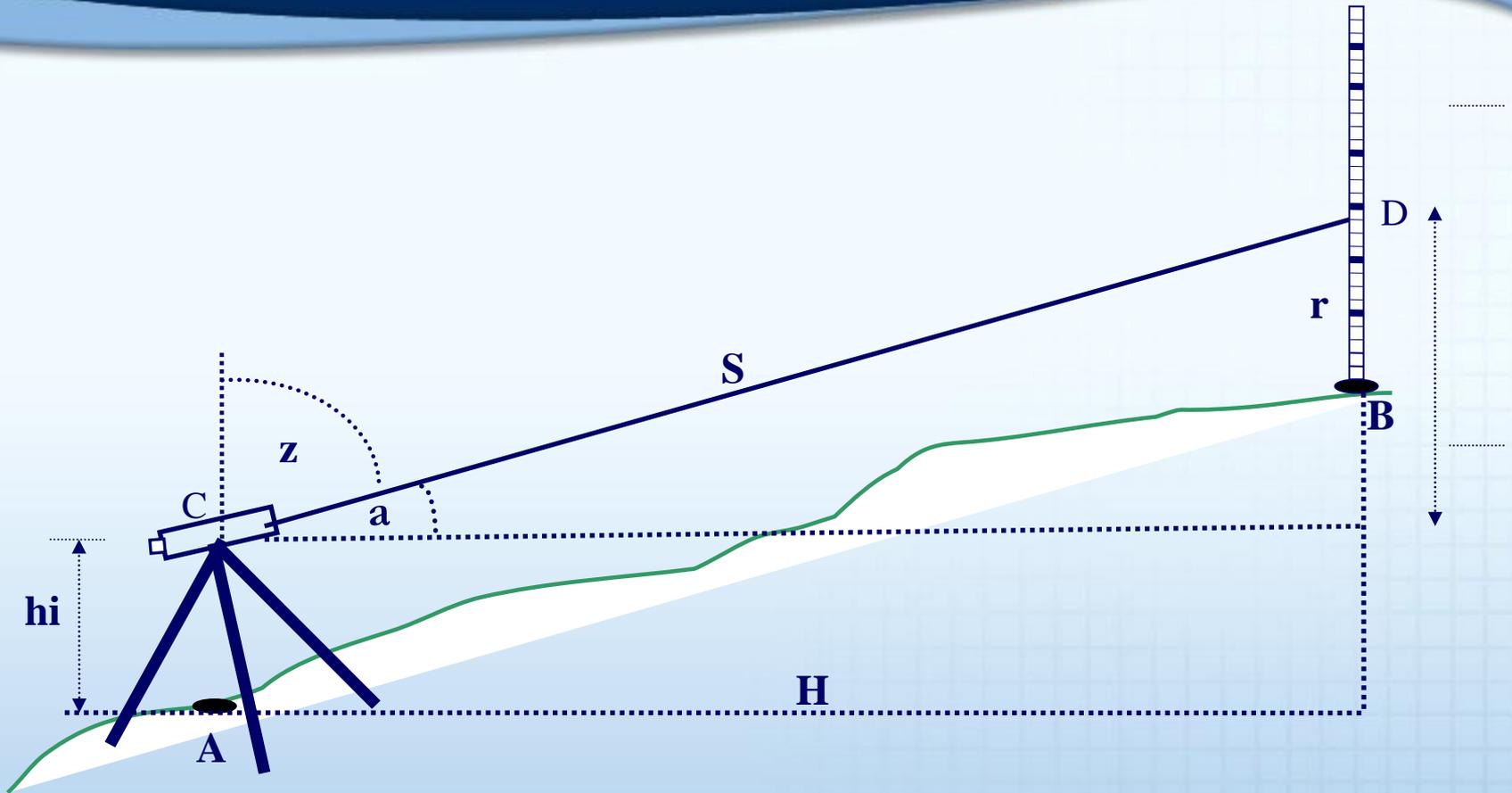
$$H_B = H_A + I + L \sin \alpha - f$$

- 지구의 곡률과 굴절을 고려하면

$$H_B = H_A + I + S \tan \alpha - f + \frac{1-k}{2R} S^2$$



TRIGONOMETRIC LEVELING



$$DZ_{CD} = V = S \sin a = S \cos z$$

$$= H \cot z$$

$$DZ_{AB} = hi + V - r \text{ OR } Z_B = Z_A + hi + S \sin a - r$$

$$= Z_A + hi + H \cot z - r$$

6-8 간접수준측량

6-8-1 삼각수준측량(수평거리측정 불가능한 경우)

- AC와 BP의 교점을 A'', 수평거리 $\overline{AB} = D$, $\overline{A'B'} = D'$ 라 하면

$$D' = D + (I - I') \cot \alpha' \quad <1>$$

- $\triangle APC$ 와 $\triangle B'PC$ 에서

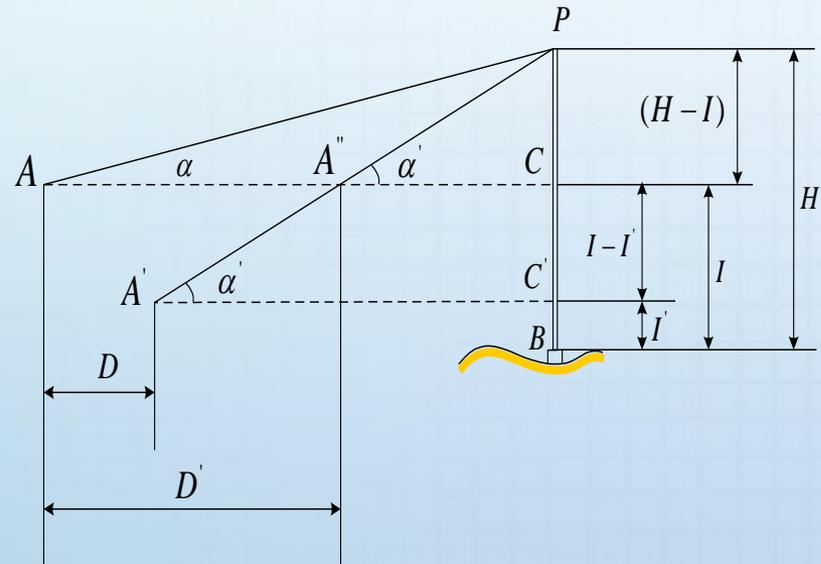
$$(H - I) \cot \alpha - (H - I) \cot \alpha' = D' \quad <2>$$

$$\therefore D' = (H - I)(\cot \alpha - \cot \alpha')$$

- 또한 $H - I = D' \cdot \frac{1}{\cot \alpha - \cot \alpha'}$
 $H - I = D' \cdot \frac{\sin \alpha' \sin \alpha}{\sin(\alpha' - \alpha)}$
 $\therefore H = D' \cdot \frac{\sin \alpha' \sin \alpha}{\sin(\alpha' - \alpha)} + I \quad <3>$

- 이를 <1>식에 대입하면

$$H = \{D + (I - I') \cot \alpha'\} \frac{\sin \alpha' \sin \alpha}{\sin(\alpha' - \alpha)} + I$$



6-8 간접수준측량

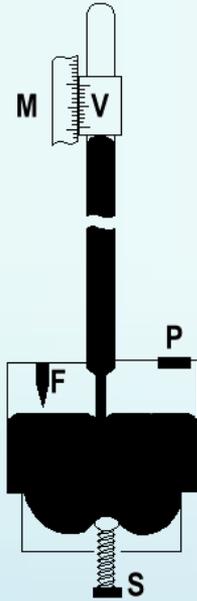
6-8-2 시거측량(stadia surveying)

- 트랜싯의 두 시거선을 사용하여 측점에 세운 표척을 시준하여 두 시거선 사이에 낀 표척의 길이와 연직각을 측정하여, 표척까지의 거리와 고저차를 간접적으로 측정할 수 있는 방법으로서 11장에 자세히 설명되어 있다.

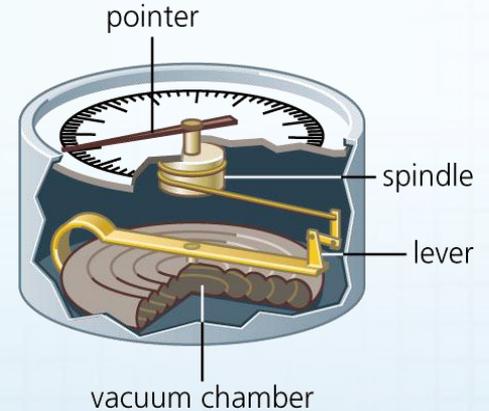
6-8-3 기압수준측량(barometric leveling)

- 대기압을 측정하는 기압계는 지구표면의 제점의 상대적인 표고를 결정하는 데에 이용할 수 있다. 기압수준측량은 기압계에 의해 대기압을 측정, 기압의 차에 의하여 고저차를 구하는 방법이다. 어느 지점의 대기압은 그 지점의 상층에 있는 대기주의 중량이므로, 지표에서 고저에 의해 그 값이 다른 것을 이용한 것이다. 기압은 표고차 이외에 폭풍으로 인한 온도, 습도 등의 기상상태의 갑작스런 변화에 의해 정밀한 측정은 할 수 없으므로 관측을 하더라도 큰 의미는 없다. 그러나 기기가 간편하므로 답사나 약측량에는 편리하다. 대기압측정은 일반적인 수은기압계와 무액(아네로이드)기압계를 사용한다.

6-8 간접수준측량



수온기압계



무액(aneroid)기압계

- 기압계에 의한 측량방법에는 1개의 기압계를 사용하여 고저차를 구하는 단측법이 있고, 2개의 기압계를 사용하여 고저차를 구하려는 고·저 양지점에 기압계를 설치하여 측정하는 동시측정법이 있다.

6-9 오차요인, 정확도, 오차조정

6-9-1 오차요인

■ [1] 기기오차(instrumental error)

● 레벨의 오차

- ① 시준선축과 기포관축이 평행되지 않아서 생기는 오차(후시, 전시의 시준거리 같게 하면 소거됨)
- ② 측정 중 레벨의 침하로 인한 오차
- ③ 태양의 직사광선으로 인한 오차 (우산 등으로 기기를 가리면 됨)
- ④ 기포의 감도 (sensitivity)

● 표척의 오차

- ① 표척의 영점 오차
- ② 표척에 부착된 기포관의 조정불완전으로 인한 오차
- ③ 표척의 침하나 경사로 인한 오차
- ④ 표척눈금의 불균등으로 인한 오차
- ⑤ 표척의 이음새의 불량으로 인한 오차
- ⑥ 표척의 읽음의 오차

6-9 오차요인, 정확도, 오차조정

6-9-1 오차요인

■ [2] 자연오차(natural error)

a. 지구곡률에 의한 오차

- 이 오차는 표척의 읽음을 증가시킴(전시, 후시의 시준거리를 같게 하면 소거됨)

b. 굴절에 의한 오차

- 이 오차는 표척의 읽음을 감소시킴(광선이 지구표면에 대해서 시준선을 오목하게 만들기 때문에 발생; 전시, 후시의 시준거리를 같게 하면 소거됨)

c. 온도변화에 의한 오차

- 이러한 오차의 원인은 열이 표척을 팽창시키기 때문임(정상적인 측량에는 큰 영향을 미치지 않음)

d. 바람에 의한 오차

- 강한 바람은 기기를 흔들리게 하고, 표척을 불안정하게 함(바람이 센 날에는 정확한 수준측량을 실시하지 않음)

6-9 오차요인, 정확도, 오차조정

6-9-1 오차요인

■ [3] 개인오차(personal error)

a. 기포가 중앙에 있지 않는 경우

이 오차는 어느 경우(특히 먼 곳을 시준 할 때)에나 심각한 결과를 초래(전시, 후시를 시준 할 때에 기포는 반드시 다시 중앙에 오도록 함)

b. 시차에 의한 오차

대물렌즈, 접안렌즈의 부적당한 초점에 의한 것(이는 잘못된 표척의 읽음을 발생함, 초점의 조절하여 제거할 수 있음)

c. 표척을 잘못 읽음으로 인한 오차

이유는 시차, 나쁜 기후조건, 시준거리가 너무 길음으로 하여 발생됨(조준판을 사용할 경우에는 표척수가 그 후시를 읽고, 다음 이기점으로 가는 도중에 기기수로 하여금 그 후시를 확인하게 함)

d. 표척조정의 잘못에 의한 오차

e. 목표물설치의 잘못에 의한 오차

- ① 너무 긴 표척의 사용으로 인한 표척 읽음의 오차
- ② 이기점에서 전시와 재시를 각각 다른 점에서 표척을 세워 시준할 때
- ③ 표척끝의 흔들림으로 인한 오차
- ④ 야장기입의 실수
- ⑤ 표척을 읽는 도중 삼각에 손을 대는 경우 생기는 오차

6-9 오차요인, 정확도, 오차조정

6-9-2 수준측량에서의 오차조정

■ 【1】 폐합수준측량

- 출발점에서 시작하여 다시 그 점에 돌아오는 폐합수준노선의 측량에서 폐합오차(출발점의 지반고 - 출발점의 측정 지반고)가 발생할 경우 사용함. 이러한 폐합오차는 각 측점간의 거리에 정비례로 생긴 것으로 하여 각 수준점에 배분한다.

수준노선의 전장 = L , 폐합오차 = E_c

출발점에서 각 측점까지의 거리 = l_1, l_2, \dots, l_n

각 측점에서의 조정량 = C_1, C_2, \dots, C_n 이라 하면

$$C_1 = E_c \times \frac{l_1}{L}, C_2 = E_c \times \frac{l_2}{L}, \dots, C_n = E_c \times \frac{l_n}{L}$$

6-9 오차요인, 정확도, 오차조정

6-9-2 수준측량에서의 오차조정

■ 【2】 결합수준측량

- 기지점에서 기지점으로의 결합하는 수준노선의 측량이다. 결합오차(출발점의 지반고-출발점의 측정 지반고)가 발생할 때의 조정방법은 다음과 같다.

수준노선의 전장 = L , 폐합오차 = E_b

출발점에서 그 측점까지의 거리 = l_1, l_2, \dots, l_n

각 측점에서의 조정량 = C_1, C_2, \dots, C_n 이라 하면

$$C_1 = E_b \times \frac{l_1}{L}, C_2 = E_b \times \frac{l_2}{L}, \dots, C_n = E_b \times \frac{l_n}{L}$$

- 폐합수준측량과 결합수준측량에서 각 측점의 지반고는 그 측점의 측정지반고에 그 측점에 대응되는 조정량을 더하여 산출된다.

6-9 오차요인, 정확도, 오차조정

6-9-2 수준측량에서의 오차조정

■ [3] 왕복수준측량

- 출발점에서 출발하여 왕복해서 다시 출발점에 돌아갔을 경우의 지반고의 오차를 왕복오차라고 한다. 조정량의 계산방법은 다음과 같다.

$$\text{각 측점에서의 조정량} = \text{왕복오차} \times \frac{\text{출발점에서 그 측점까지의 거리}}{\text{왕복거리}}$$

- 왕복의 경우, 조정지반고 = 측정지반고 + 지반고조정량이며, 결정지반고는 두 개의 조정지반고값의 산술평균값이다.

측 점	거 리	재 시	초 시	승	강	지 반 고	조정지반고	결정지반고
No.0		1.865				50.000	50.000	50.000
No.1	80.00	1.934	1.567	0.298		50.298	50.298	50.299
No.2	100.00		1.651	0.283		50.581	50.580	50.580
No.2		1.578				50.581	50.580	
No.1	100.00	1.692	1.858		0.280	50.301	50.300	
No.0	80.00		1.991		0.299	50.002	50.000	
		7.069	7.067	0.581	0.579			
		-7.067		-0.579				
		0.002		0.002				

6-9 오차요인, 정확도, 오차조정

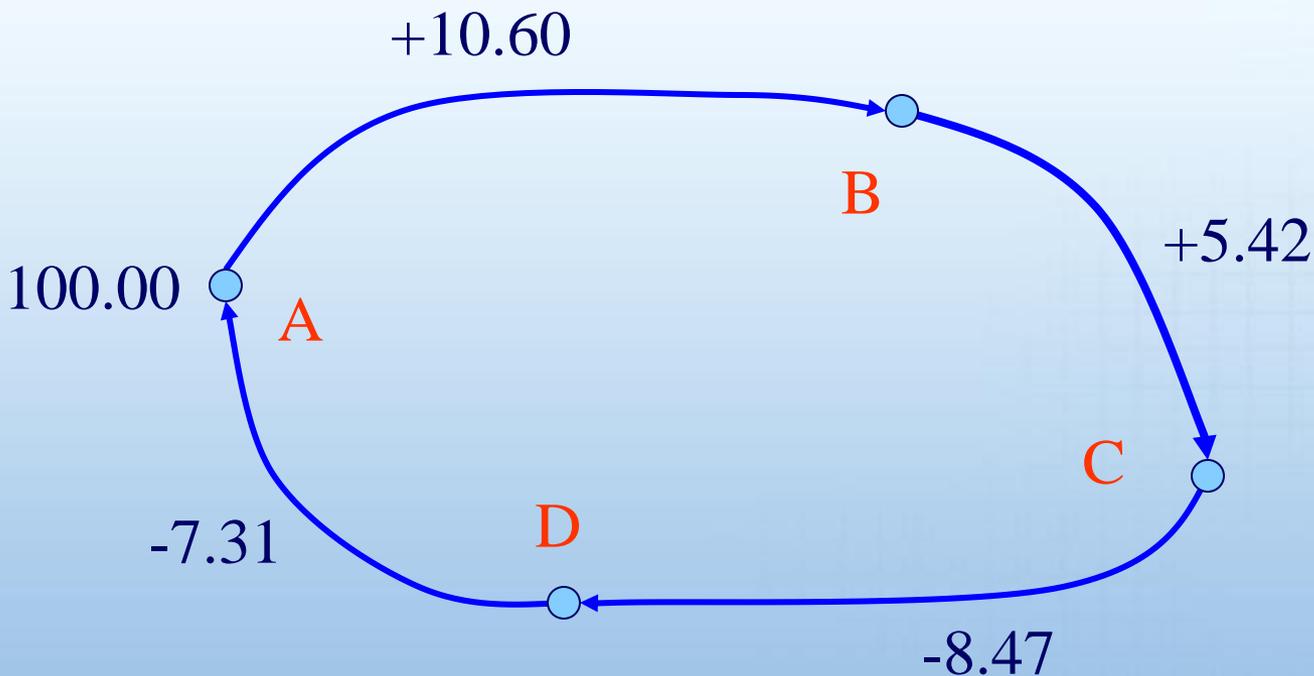
6-9-4 수준측량에서의 허용오차

국 가 및 조 직	International Geodetic Association	U.S.NOA and Geodetic survey 및 U.S.Geological survey	한국 건설교통부 국토지리정보원 및 일본 국토지리원
허 용 오 차 범 위	$1mm\sqrt{L(km)}$ 優 $2mm\sqrt{L(km)}$ 良 $3mm\sqrt{L(km)}$ 可 $5mm\sqrt{L(km)}$ 제한오차	$4mm\sqrt{L(km)}$	왕복관측의 경우 1등: $2.5\sqrt{L}mm$ 2등: $5.0\sqrt{L}mm$ 폐합시킨 경우 폐합차 1등: $2.0\sqrt{L}mm$ 2등: $5.0\sqrt{L}mm$

Level Circuit Adjustment

Circuit adjustments are therefore normally based on the lengths of the lines or the number of setups:

example



+10.60
+ 5.42
- 8.47
- 7.31
<hr/>
= 0.24

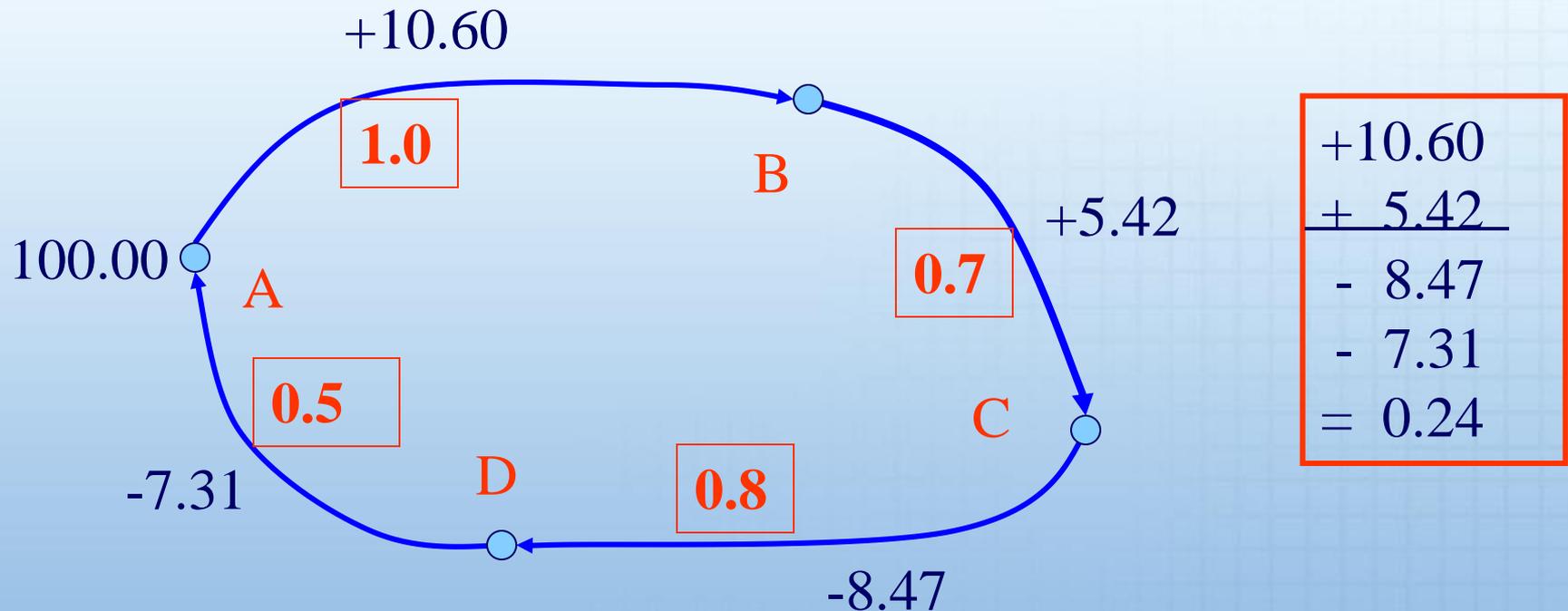
Level Circuit Adjustment

To distribute the error by distance:

Total adjustment = misclosure/total distance = $0.24/3.0 = 0.08$

Adjustments to each line = adjustment x length of line

= - 0.08, - 0.06, - 0.06, - 0.04 giving adjusted heights of stations B, C and D = 110.52, 115.88, 107.35



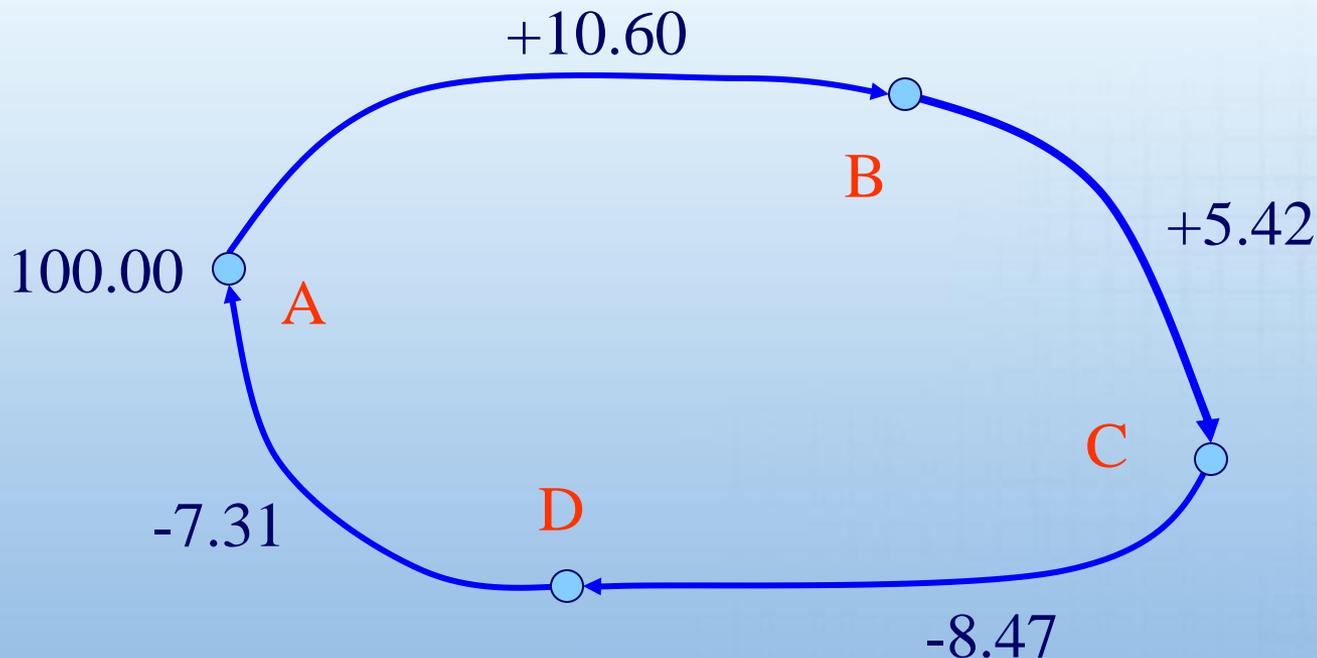
Level Circuit Adjustment

To adjust by number of setups, assuming 1 setup per line:

Adjustment = misclosure/number of setups = $0.24/4 = 0.06$

Adjusted elevation differences = 10.54, 5.36, -8.53, -7.37

Adjusted elevations for stations B, C and D = 110.54, 115.90, 107.37



Level Network Adjustment

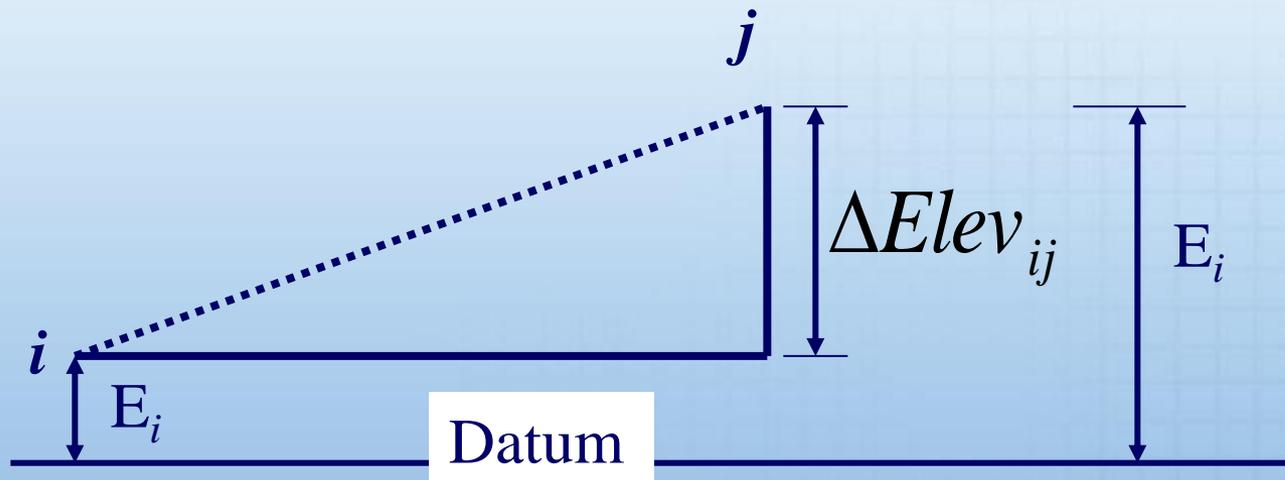
Least Squares Applied to Level Networks

Least Squares Applied to Level Networks

(See Wolf and Ghilani 1997)

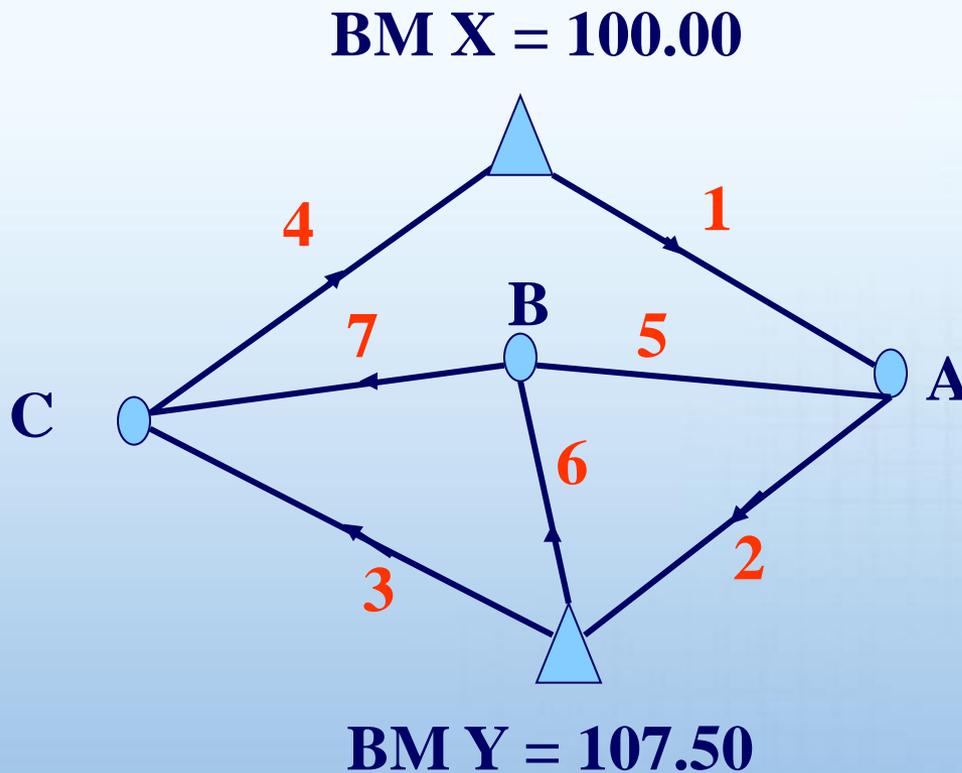
Least Squares may be used to determine the best estimates of the heights of the unknown stations in a level network where heights can be obtained from several loops. The mathematical model for deriving the height of an unknown station from a known height and observations from differential leveling is:

$$E_j = E_i + \Delta E_{lev}_{ij}$$



Least Squares Applied to Level Nets

For a leveling network there are redundant ways of determining heights of unknown stations



line	Obs. diff
1	5.10
2	2.34
3	-1.25
4	-6.13
5	-0.68
6	-3.00
7	1.70

Least Squares Applied to Level Nets

Observation equations can therefore be formed to account for the differences in the values for the unknown heights that would be obtained from using the different observations

$$E_j = E_i + \Delta Elev_{ij}$$

$$E_j - E_i = \Delta Elev_{ij} + v_{\Delta Elev_{ij}}$$

From the 7 lines 7 equations can be formed to relate the observations to the measurements

The heights of the 3 stations, A, B and C are the 3 unknowns

There are therefore 4 redundant observations.

Least Squares Applied to Level Nets

The 7 observation equations are:

$$A = X + 5.10 + v_1$$

$$Y = A + 2.34 + v_2$$

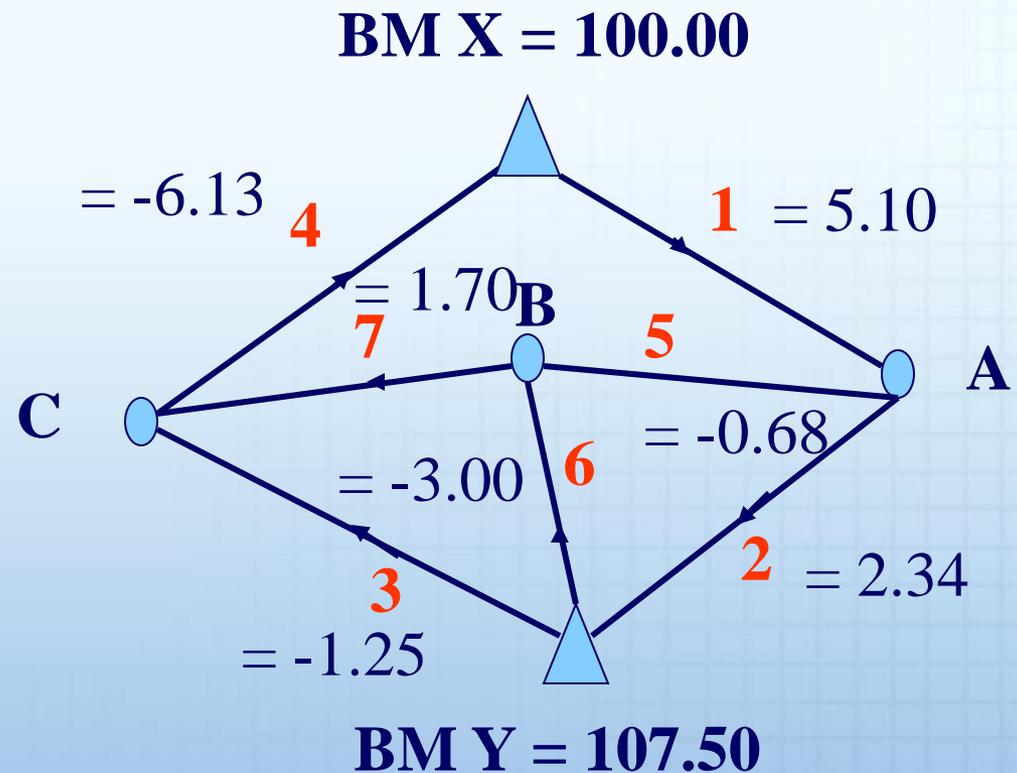
$$C = Y + (-1.25) + v_3$$

$$X = C + (-6.13) + v_4$$

$$B - A = -0.68 + v_5$$

$$B = Y + (-3.00) + v_6$$

$$C - B = 1.70 + v_7$$



Least Squares Applied to Level Nets

$$A = 105.10 + v_1$$

$$-A = -105.16 + v_2$$

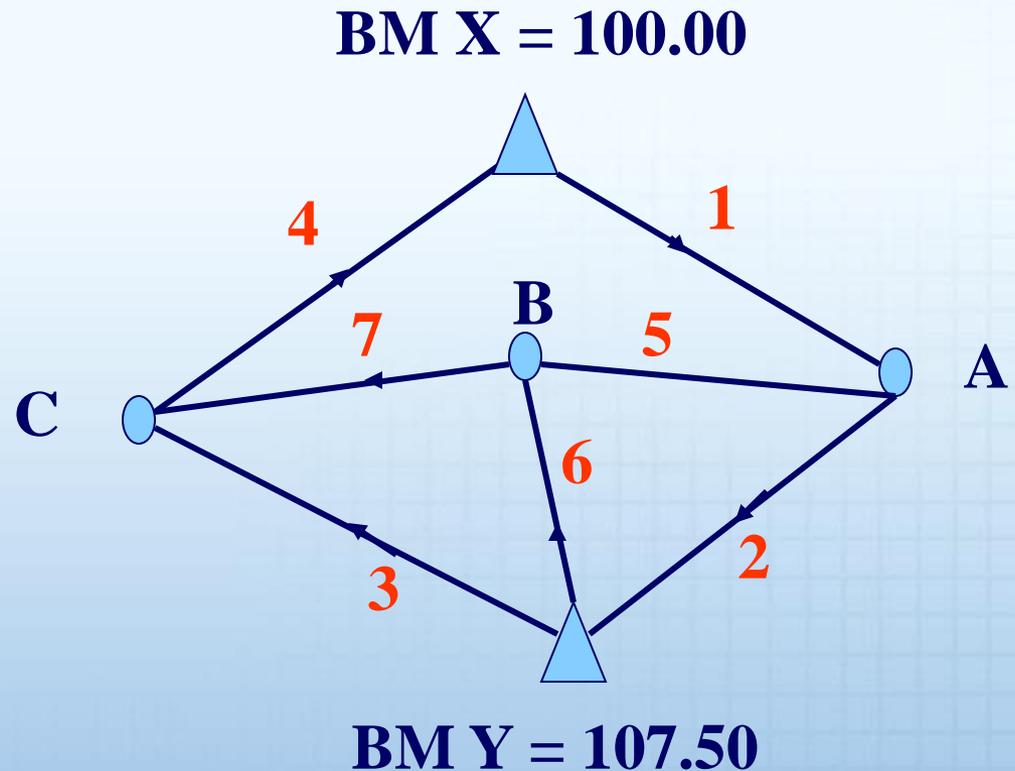
$$C = 106.25 + v_3$$

$$-C = -106.13 + v_4$$

$$B - A = -0.68 + v_5$$

$$B = 104.50 + v_6$$

$$C - B = 1.70 + v_7$$



Least Squares Applied to Level Nets

The least squares process requires that the residuals are squared then summed then minimized

$$A = 105.10 + v_1$$

$$-A = -105.16 + v_2$$

$$C = 106.25 + v_3 =$$

$$-C = -106.13 + v_4$$

$$B - A = -0.68 + v_5$$

$$B = 104.50 + v_6$$

$$C - B = 1.70 + v_7$$

$$A - 105.10 = v_1$$

$$-A + 105.16 = v_2$$

$$C - 106.25 = v_3$$

$$-C + 106.13 = v_4$$

$$B - A + 0.68 = v_5$$

$$B - 104.50 = v_6$$

$$C - B - 1.70 = v_7$$

Least Squares Applied to Level Nets

$$(A - 105.10)^2 = \nu_1^2$$

$$(-A + 105.16)^2 = \nu_2^2$$

$$(C - 106.25)^2 = \nu_3^2$$

$$(-C + 106.13)^2 = \nu_4^2$$

$$(B - A + 0.68)^2 = \nu_5^2$$

$$(B - 104.50)^2 = \nu_6^2$$

$$(C - B - 1.70)^2 = \nu_7^2$$

Least Squares Applied to Level Nets

$$\frac{\partial F}{\partial A} = 2(A - 105.10) - 2(-A + 105.16) - 2(B - A + 0.68) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial B} = 2(B - A + 0.68) + 2(B - 104.50) - 2(C - B - 1.70) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial C} = 2(C - 106.25) - 2(-C + 106.13) + 2(C - B - 1.70) = 0$$

These are the **Normal Equations**

Least Squares Applied to Level Nets

Reducing the normal equations gives

For A:

$$2(A - 105.10) - 2(-A + 105.16) - 2(B - A + 0.68) = 0$$

$$= 2A - 210.20 + 2A - 210.32 - 2B + 2A - 1.36 = 0$$

$$\therefore 6A - 2B = 421.88$$

$$3A - B = 210.94$$

Least Squares Applied to Level Nets

For B:

$$2(B - A + 0.68) + 2(B - 104.50) - 2(C - B - 1.70) = 0$$

$$2B - 2A + 1.36 + 2B - 209.00 - 2C + 2B + 3.40 = 0$$

$$6B - 2A - 2C = 204.24$$

$$3B - A - C = 102.12$$

Least Squares Applied to Level Nets

For C:

$$2(C - 106.25) - 2(-C + 106.13) + 2(C - B - 1.70) = 0$$

$$2C - 212.50 + 2C - 212.26 + 2C - 2B - 3.40 = 0$$

$$6C - 2B = 428.16$$

$$3C - B = 214.08$$

Least Squares Applied to Level Nets

The normal equations are then solved simultaneously to yield the value of the unknowns:

$$3A - B = 210.94 \dots (1)$$

$$3B - A - C = 102.12 \dots (2)$$

$$3C - B = 214.08 \dots (3)$$

From (1):

$$A = \frac{210.94 + B}{3} \dots (3)$$

From (3):

$$B = 3C - 214.08 \dots (5)$$

Least Squares Applied to Level Nets

Substitute (4) and (5) into (2):

$$-\frac{210.94 + B}{3} + 3(3C - 214.08) - C = 102.12$$

$$-\frac{210.94 + (3C - 214.08)}{3} + 9C - 642.24 - C = 102.12$$

$$-C + 9C - C = \frac{210.94}{3} - \frac{214.08}{3} + 642.24 + 102.12$$

$$7C = 743.31$$

$$C = 106.19$$

Least Squares Applied to Level Nets

Substitute the value of C into (5):

$$B = 3C - 214.08$$

$$B = 3 \times 106.19 - 214.08$$

$$B = 104.48$$

Substituting the value of B into (1):

$$3A - B = 210.94$$

$$A = \frac{210.94 + 104.48}{3}$$

$$A = 105.14$$

Least Squares Applied to Level Nets

Go back to the observation equations to compute the residuals:

$$A - 105.10 = \nu_1$$

$$105.14 - 105.10 = \nu_1 = 0.04$$

$$-A + 105.16 = \nu_2$$

$$-105.14 + 105.16 = \nu_2 = 0.02$$

$$C - 106.25 = \nu_3$$

$$= 106.19 - 106.25 = \nu_3 = -0.06$$

$$-C + 106.13 = \nu_4$$

$$-106.19 + 106.13 = \nu_4 = -0.06$$

$$B - A + 0.68 = \nu_5$$

$$104.48 - 105.14 + 0.68 = \nu_5 = 0.02$$

$$B - 104.50 = \nu_6$$

$$104.48 - 104.50 = \nu_6 = -0.02$$

$$C - B - 1.70 = \nu_7$$

$$106.19 - 104.48 - 1.70 = \nu_7 = 0.01$$

Least Squares Applied to Level Nets

The problem can be solved using matrices. First form the observation equations:

$$A - 105.10 = v_1$$

$$-A + 105.16 = v_2$$

$$C - 106.25 = v_3$$

$$-C + 106.13 = v_4$$

$$B - A + 0.68 = v_5$$

$$B - 104.50 = v_6$$

$$C - B - 1.70 = v_7$$

Least Squares Applied to Level Nets

The X matrix is simple to construct:

$$X = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$$

Next construct the A matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

The L matrix:

$$L = \begin{bmatrix} 105.10 \\ -105.16 \\ 106.25 \\ -106.13 \\ -0.68 \\ 104.50 \\ 1.70 \end{bmatrix}$$

The V matrix:

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

The normal equations are formed directly:

$$(A^T A)X = A^T L$$

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

The inverse of $A^T A$ is

$$(A^T A)^{-1} = \frac{Adj(A^T A)}{\det(A^T A)}$$

$$\det(A^T A) = |(A^T A)| = a_{11}c_{11} + a_{12}c_{12} + a_{13}c_{13}$$

$$c_{ij} = (-1)^{i+j} m_{ij}$$

$$Adj(A^T A) = C^T$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

$$m_{11} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 1 = 8$$

$$m_{12} = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = -3 - 0 = -3$$

$$m_{13} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

$$m_{21} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -3 - 0 = -3$$

$$m_{22} = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 0 = 9$$

$$m_{23} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -3 - 0 = -3$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

$$m_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1$$

$$m_{32} = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -3 - 0 = -3$$

$$m_{33} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 1 = 8$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

To obtain the cofactor matrix:

$$c_{ij} = (-1)^{i+j} m_{ij}$$

$$c_{11} = (-1)^2 (8) = 8$$

$$c_{12} = (-1)^3 (-3) = 3$$

$$c_{13} = (-1)^4 (1) = 1$$

$$c_{21} = (-1)^3 (-3) = 3$$

$$c_{22} = (-1)^4 (9) = 9$$

$$c_{23} = (-1)^5 (-3) = 3$$

$$c_{31} = (-1)^4 (1) = 1$$

$$c_{32} = (-1)^5 (-3) = 3$$

$$c_{33} = (-1)^6 (8) = 8$$

$$m_{ij} = \begin{bmatrix} 8 & -3 & 1 \\ -3 & 9 & -3 \\ 1 & -3 & 8 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

$$C^T = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

The determinant of $(A^T A)$ is:

$$|A^T A| = 3(8) + (-1)(3) + (0)(1) = 24 - 3 + 0 = 21$$

The inverse of $(A^T A)$ is:

$$(A^T A)^{-1} = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$X = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 105.10 \\ -105.16 \\ 106.25 \\ -106.13 \\ -0.68 \\ 104.50 \\ 1.70 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

$$= \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210.94 \\ 102.12 \\ 214.08 \end{bmatrix}$$
$$= \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 2207.99 \\ 2194.14 \\ 2229.94 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 105.14 \\ 104.48 \\ 106.19 \end{bmatrix}$$

Least Squares Applied to Level Nets

To compute the residuals use:

$$V = AX - L$$

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 105.14 \\ 104.48 \\ 106.19 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 105.10 \\ -105.16 \\ 106.25 \\ -106.13 \\ -0.68 \\ 104.50 \\ 1.70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.04 \\ 0.02 \\ -0.06 \\ -0.06 \\ 0.02 \\ -0.02 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

HomeWork

P.274
~275

연습문제
6-17, 6-20,
6-21, 6-23

Have a good time



後生可畏