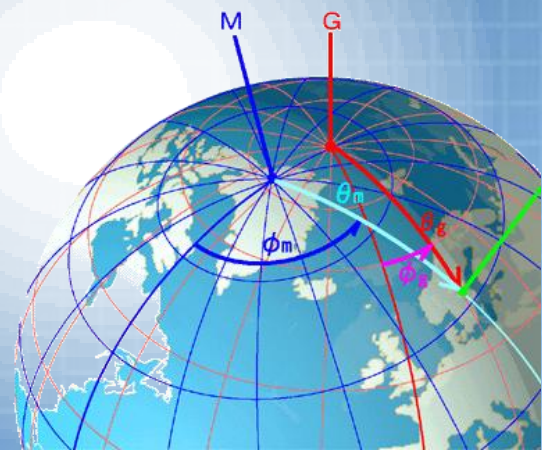


제7장 각의 측정

사회환경시스템공학과



목 차

7-1 개요

7-2 각측정용 기기

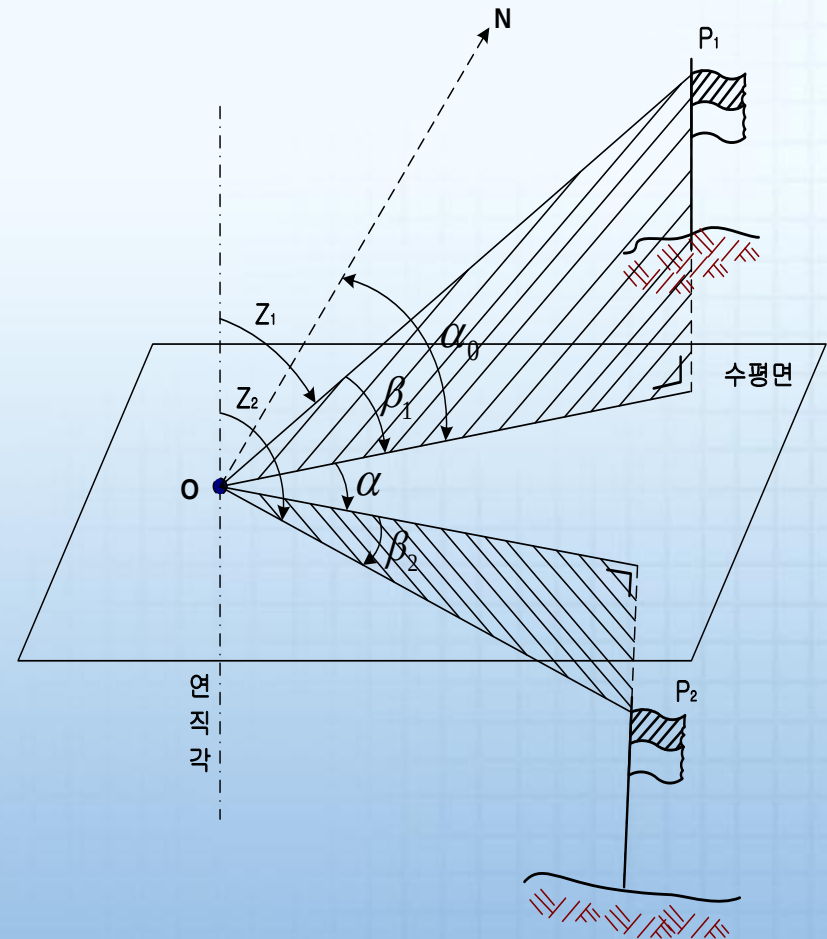
7-3 측각법

7-4 측각의 오차

7-1 개요

7-1-1 각의 측정

- 수평각(α) - 각 시준선을 수평면에 투영했을 때의 측선의 투영이 이루는 각.
- 연직각, 고도각(β) - 연직면 내에 있어서 수평선과 측선이 이루는 각.
- 천정각, 천정거리(Z) - 연직상방으로부터 측정한 각.
- 방향각(β_1) - 수평면에 있어서도 임의의 기준방향으로부터 우측방향으로 측정한 각
- 방위각(α_0) - 기준방향을 진북으로 선택하는 경우



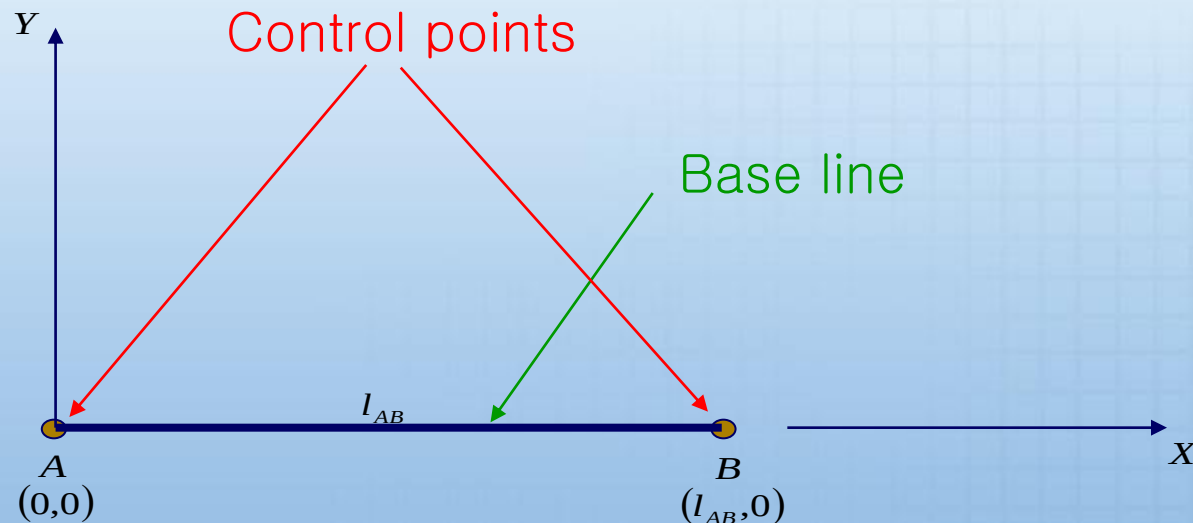
Measuring angles

What is Surveying?

The art of making measurements of the relative positions of natural and man-made features on the Earth's surface, and the presentation of this information either graphically or numerically.

Relative positions (2D case):

One needs to find two points and measure the distance between them. Hence we can create a coordinate system.



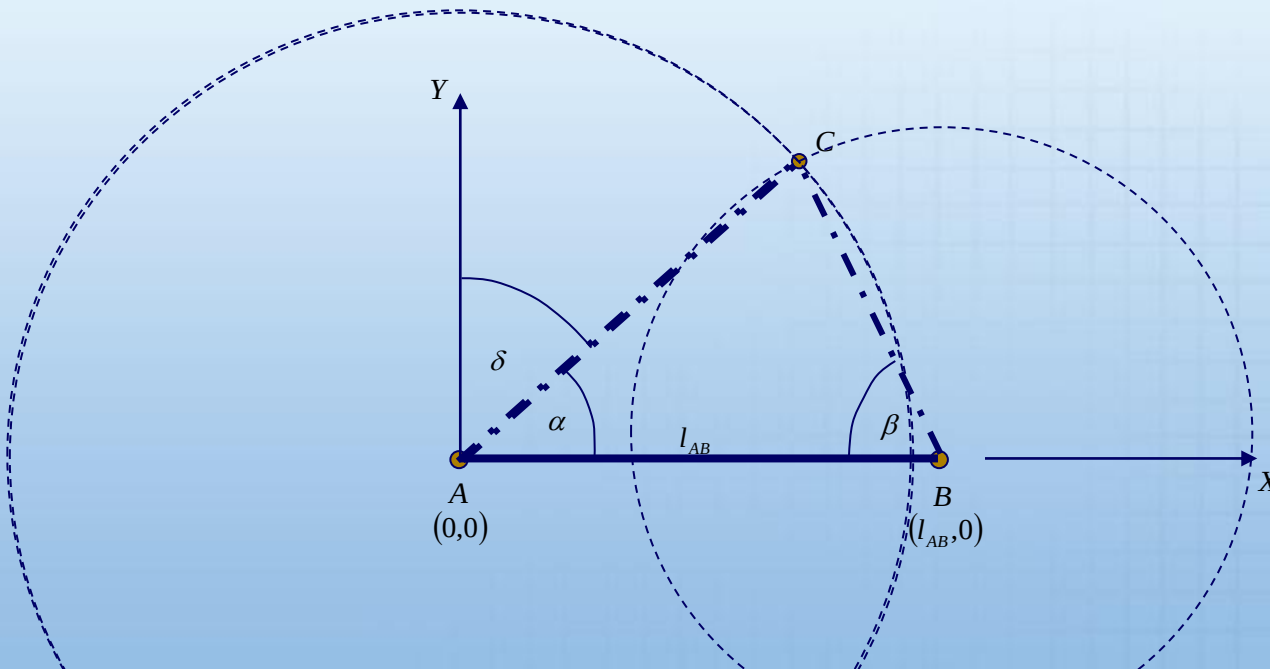
Measuring angles

Let's determine the position of a third, unknown point (C).

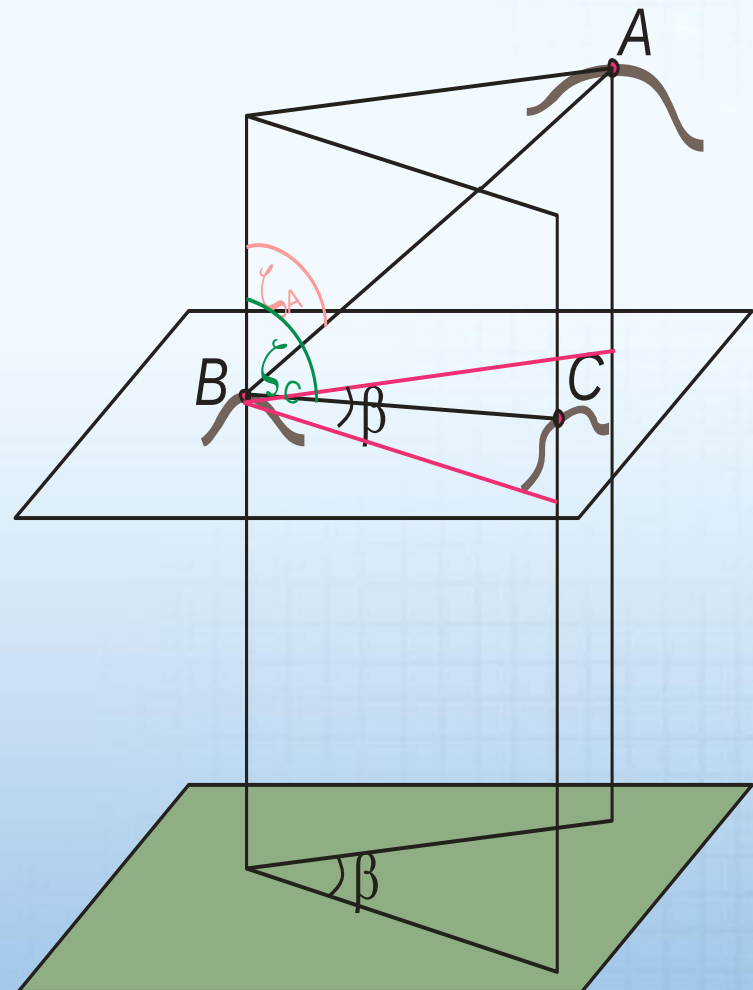
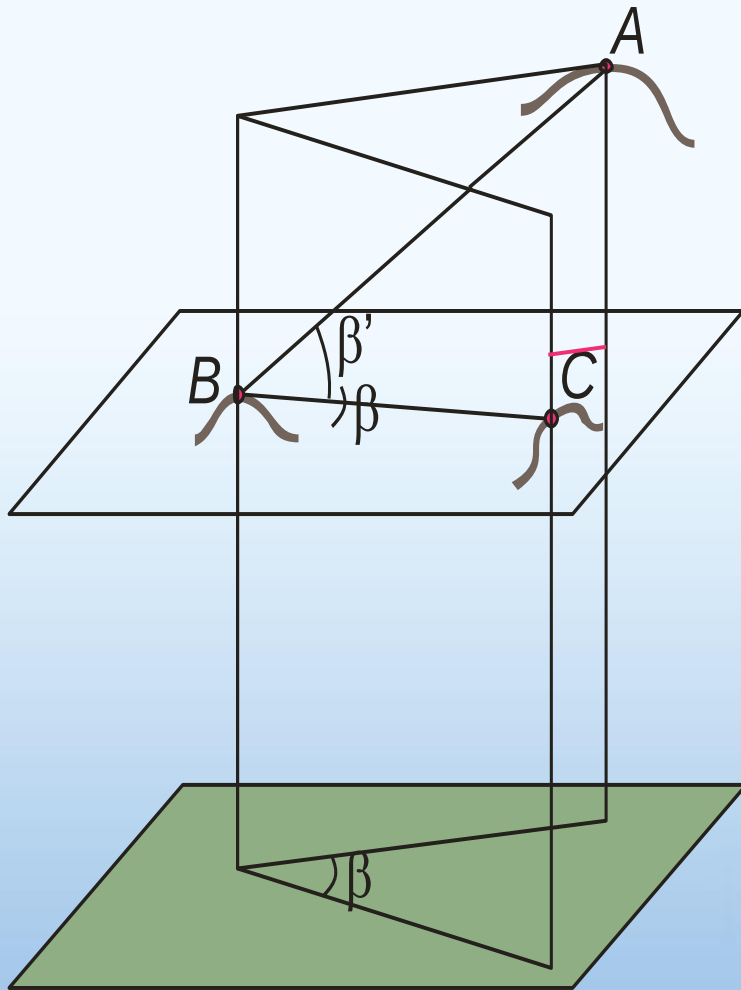
We have two unknowns: X_C, Y_C

We need two measurements:

- two distances
- one distance and an angle
- two angles



Measuring angles

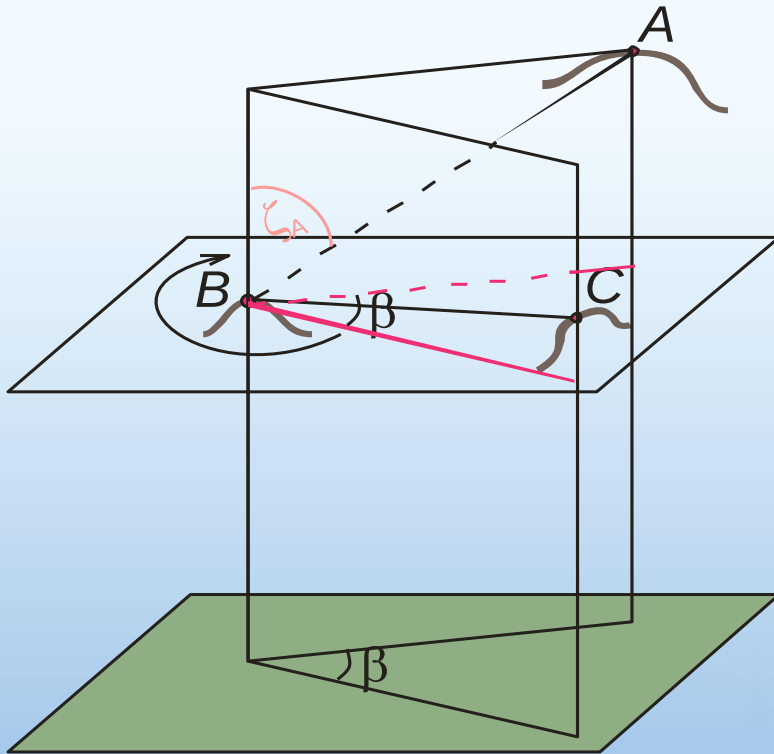


Measuring angles

What kind of instrument do we need?

It should

- contain two fixed graduated circles
- an upper part, which can be revolved around a vertical axis and eqiped with an index
- a telescope, which can be rotated around a horizontal axis
- bubble tubes to set up the instrument



7-1 개요

7-1-2 각도의 단위

■ 도(Degree)

- 원주를 360 등분한 호에 대한 중심각을 1도(1°)라고 하고,
- 이를 60 등분한 것을 1분($1'$),
- 다시 $1'$ 을 60 등분한 것을 1초($1''$)라고 함.

■ 그라드(Grad)

- 원주를 400 등분한 호에 대한 중심각을 1그라드(grad) 또는 1곤(gon)이라고 하고,
- 이를 100등분한 것을 1 센티그라드(c·g)라 하며,
- 다시 $1\text{c}\cdot\text{g}$ 를 100등분한 것을 1센티센티그라드(c·c·g)라고 함.

■ 호도(Radian)

- 원의 반지름과 동일한 호가 이루는 중심각을 1 라디안(radian)이라고 함.

$$2\pi^{rad.} = 360^\circ = 400^g \quad 1rad = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{360 \times 3600'}{2\pi} \cong 206,265' = \rho''$$

■ 밀(Mil)

- 원주를 6400 등분한 호에 대한 중심각을 1밀(Mil)이라고 함.

특별예제

예제 1) 10cm의 폭을 2km의 거리에서 보았을 때 그 사잇각은?

$$\theta'' = \rho'' \frac{l}{s} = \frac{206265 \times 0.1}{2000} \doteq 10''$$

예제 2) 방향 오차가 5'' 틀리면 4km 앞에서 생기는 위치오차는?

$$l = s \frac{\theta''}{\rho''} = \frac{4000 \times 5''}{206265''} \doteq 0.1m$$

예제 3) 1centi grade는 몇 초인가?

$$1\text{grade} = 100 \text{ centigrade} = 0.9^\circ = 54'$$

$$\therefore 1\text{centi grade} = 0.54' = 32.4''$$

7-1 개요

7-1-3 각측량의 측량에서의 용도

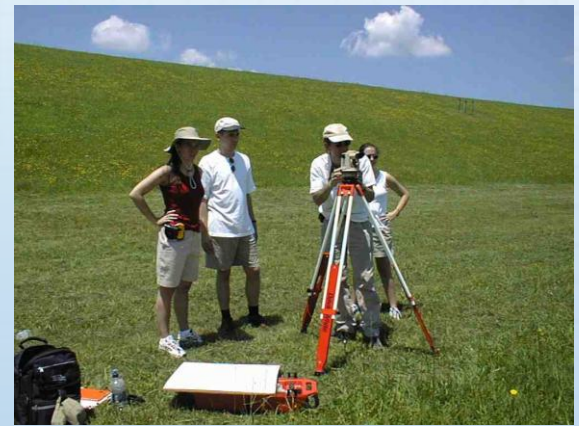
- 측점간을 시준할 수 있으면 그 시준선에 의하여 형성되는 각을 관측할 수 있으므로 도중에 지표상태에는 관계없이 측각이 가능함.
- 따라서 원거리에서도 측각은 쉽게, 또한 높은 정밀도로 관측이 가능하게 되었기 때문에 전자파측거리가 출현되기 이전까지는 광대한 지역에서의 고정밀도의 측량에서도 각 관측치가 이용되어 왔음.
- 대표적인 것이 **삼각측량**임.
- 트래버스측량, 미지교선법(전방교회법), 기지교선법(후방교회법), 보조기선법, 간접수준측량 등의 여러 가지 측량에도 각측정이 이용됨.

7-2 각측정용 기기

7-2-1 트랜짓(Transit)

■ [1] 개요

- 트랜짓은 망원경과 정밀한 눈금반을 가진 정밀도가 높은 측각기기로
서 주로 수평각 및 연직각을 측정하는 데에 사용됨.
- 뿐만 아니라 부속장치를 이용하여 여러 가지 측량을 할 수 있음.
 - ex) 직선의 연장, 각의 측설, 연직선 관측, 망원경 기포관에 의한 수준측량,
스타디아측량, 자침에 의한 컴퍼스측량 등.
- 트랜짓은 데오도라이트와 그 기능과 구조상으로 큰 차이가 없음.

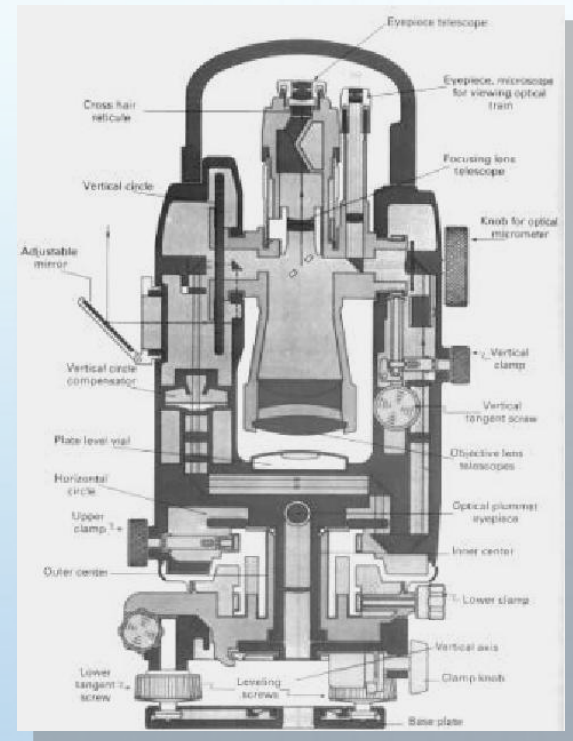


7-2 각 측정용 기기

7-2-1 트랜싯(Transit)

■ [2] 트랜싯의 구조

- 트랜싯의 구조는 상부와 하부로 크게 구별한다.
- 상부 또는 상반
 - 기계축(수평축, 연직축)
 - 시준장치(망원경)
 - 측각장치(수평분도원, 수직분도원, 컴퍼스분도원)
- 하부 또는 하반
 - 평행반(parallel plate)
 - 정준장치(leveling arrangement)

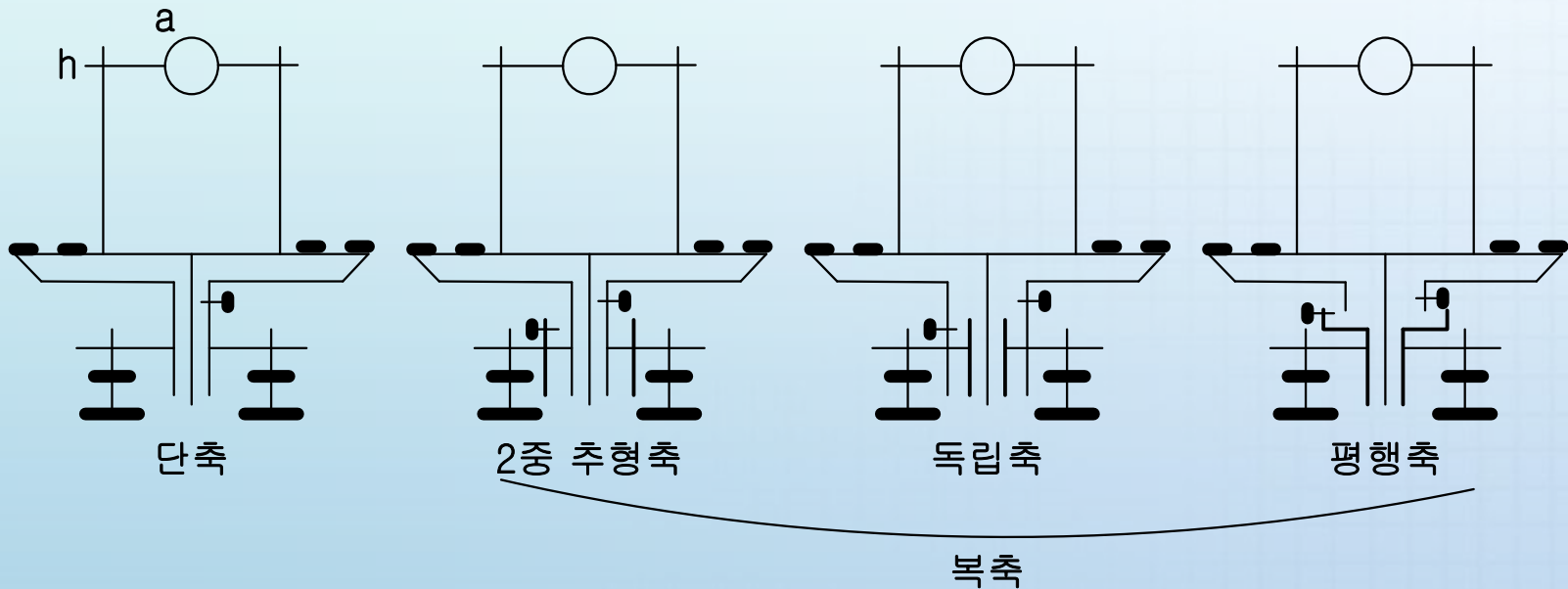


7-2 각측정용 기기

트랜짓(Transit)의 구조

■ (1) 연직축

- 트랜짓의 연직축에는 단축형과 복축형이 있음.
- 복축형은 연직축이 내축과 외축의 2중구조로 되어있음.



7-2 각측정용 기기

트랜짓(Transit)의 구조

■ (2) 수평축

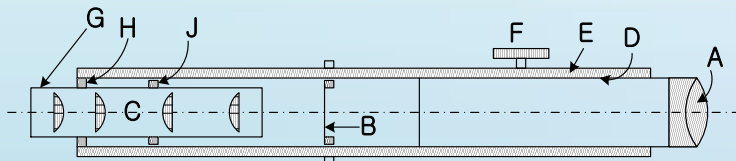
- 수평축은 지가(standards)상에 얹혀 있으며, 망원경의 회전축이 됨.
- 망원경은 수평축의 중앙에 위치하며 망원경의 시준선축과 수평축은 직교함.
- 연직분도원(vertical graduated circle)은 이 수평축의 일단에 연결되어 망원경의 시선이 수평일 때에 분도원의 값이 영이 되게 설치되어 있음.
- 연직각의 측정은 수평축을 포함하는 수평면으로부터의 양각(angle of elevation) 혹은 부각(angle of depression)을 구하는 것.

7-2 각측정용 기기

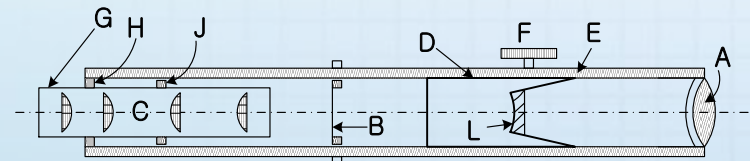
트랜싯(Transit)의 구조

■ (3) 망원경

- 대물경 (objective or object-galss) 과 접안경 (eye-piece of ocular) 을 갖춘 망원경관(telescope tube)을 신축시켜 원방의 물체를 확대시키는 장치.
- 대물경은 목표물의 상을 가까이 생기게 하는 역할.
- 접안경은 상과 십자선이 확대되어 눈에 보이게 하는 장치.



외부초준망원경



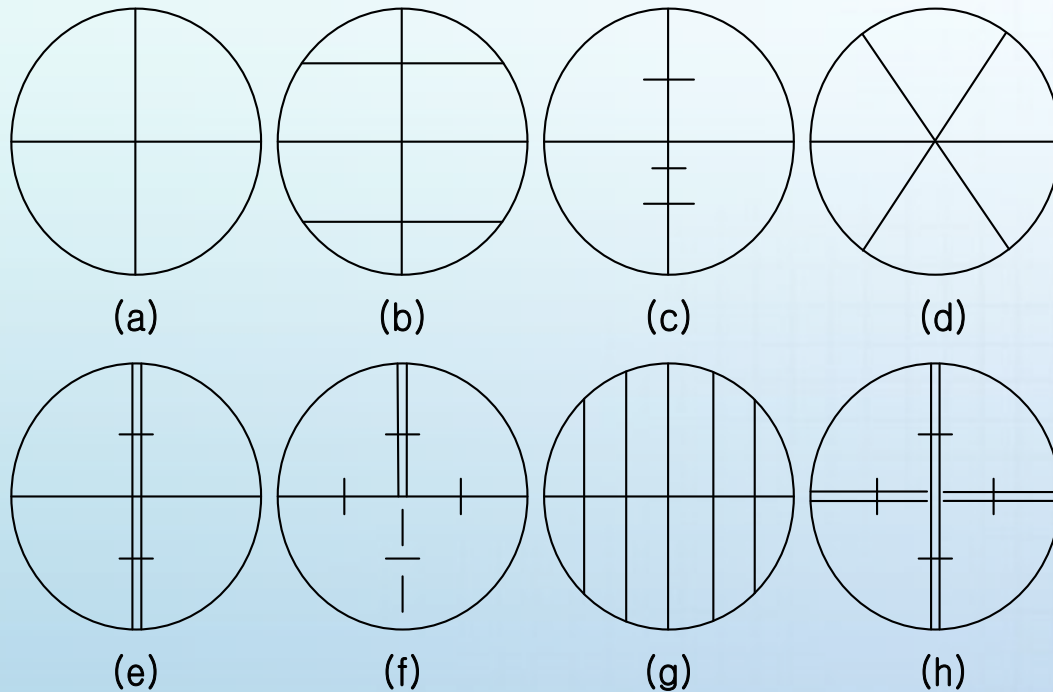
내부초준망원경

- 외부초준망원경(external focusing telescope) – 대물경(A)를 출입시키는 것
- 내부초준망원경(internal focusing telescope) – 오목렌즈(L)을 출입시키는 것.

7-2 각측정용 기기

트랜싯(Transit)의 구조

■ (4) 시거선(초준선)의 종류

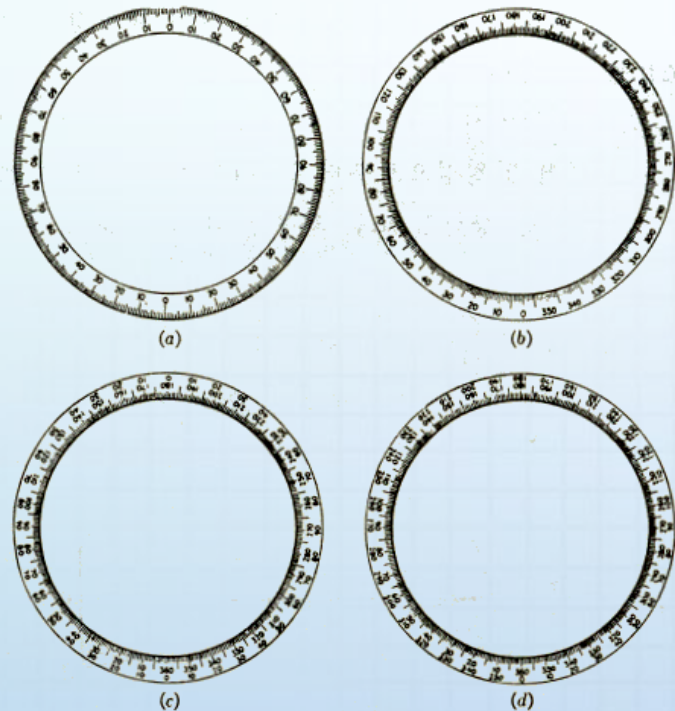


7-2 각측정용 기기

트랜싯(Transit)의 구조

■ (5) 분도원

- 대물경과 수평분도원
 - 트랜싯의 연직축에 직각되게 장치하여 수평각의 측정에 사용.
- 연직분도원
 - 망원경의 수평축에 직각되게 장치하여 연직각의 측정에 사용.



수평분도원의 종류

7-2 각측정용 기기

트랜싯(Transit)의 구조

■ (6) 유표 및 측미경 (vernier and microscope)

- 주척에 소속되어 주척의 최소 눈금 이하를 읽게 한 것.

- 순유표(direct vernier)
- 역유표(indirect vernier)
- 복유표(double vernier)
- 접기식 복유표(double folded vernier)

● 측미경(croscope)

- 분도원에 있어서 그 읽음한도는 약 $10''$ 정도이므로 그 이상으로 정확히 읽으려면 측미경을 사용함.
- 현미경의 측미나사를 회전함으로써 배표를 주척의 눈금에 합치시켜 그 때의 지표이동량을 측미나사로 측정하는 것. $1'' \sim 0.1''$ 이하까지 읽을 수 있음.

7-2 角測定用 機器(21)

■ 順遊標(direct vernier)

➤ 주척의 $(n-1)$ “눈금” 을 n 등분한 것으로서 주척의 $1/n$ 을 읽을 수 있음.

● M = 주척의 한 눈금의 길이 또는 각

● N = 유표의 한 눈금의 길이 또는 각

➤ 유표의 읽기식을 $A = A_0 + iM + r(M - N)$ 라고 하면

➤ 식 중의 $(M-N)$ 을 알게 되므로 이것을 a 라고 하면

$$L = nN = (n-1)M$$

$$\therefore N = \frac{n-1}{n} M$$

$$\therefore a = M - N = M - \frac{n-1}{n} M = \frac{M}{n}$$

➤ 즉 a 는 주척의 한 눈금의 $1/n$ 에 상당하므로 유표의 r 눈금의 주척의 눈금과 합치하는 곳을 발견하여 A 를 구함.

7-2 角測定用 機器(22)

■ 逆遊標(indirect vernier)

➤ 주척의 $(n+1)$ 눈금을 n 등분한 것으로서 유표의 숫자는 주척과 반대방향으로 증가함.

➤ 따라서 양 눈금의 일치점을 구하려면 주척의 진행하는 방향과 반대방향을 보아야 함.

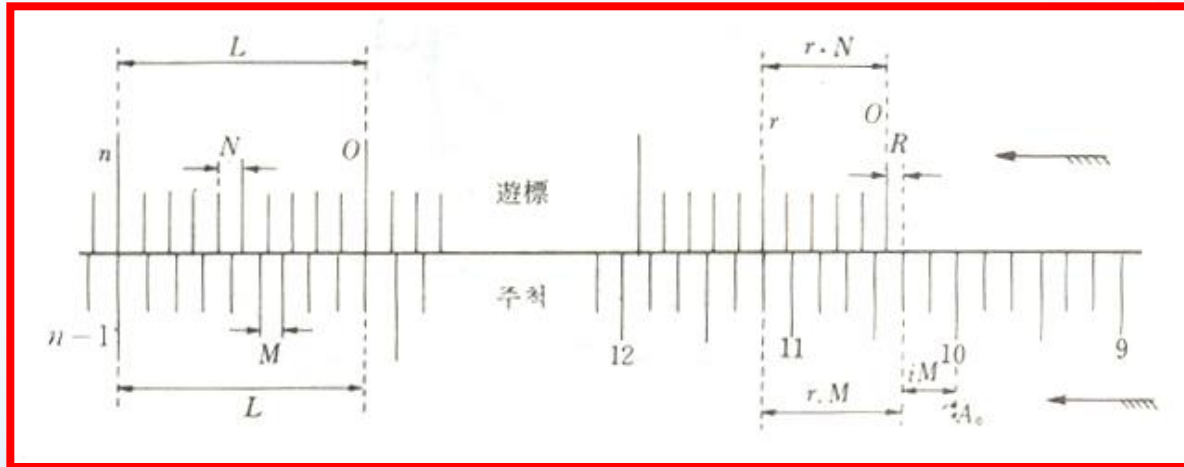
➤ 주척의 눈금 크기 M , 부척의 눈금 크기 N , 일정한 量 L 에 대하여 주척의 눈금수가 $n+1$, 부척의 눈금수가 n 개 이므로

$$a = M - N = \left(1 - \frac{n+1}{n}\right)M = \frac{n - (n+1)}{n}M = \frac{-1}{n}M$$

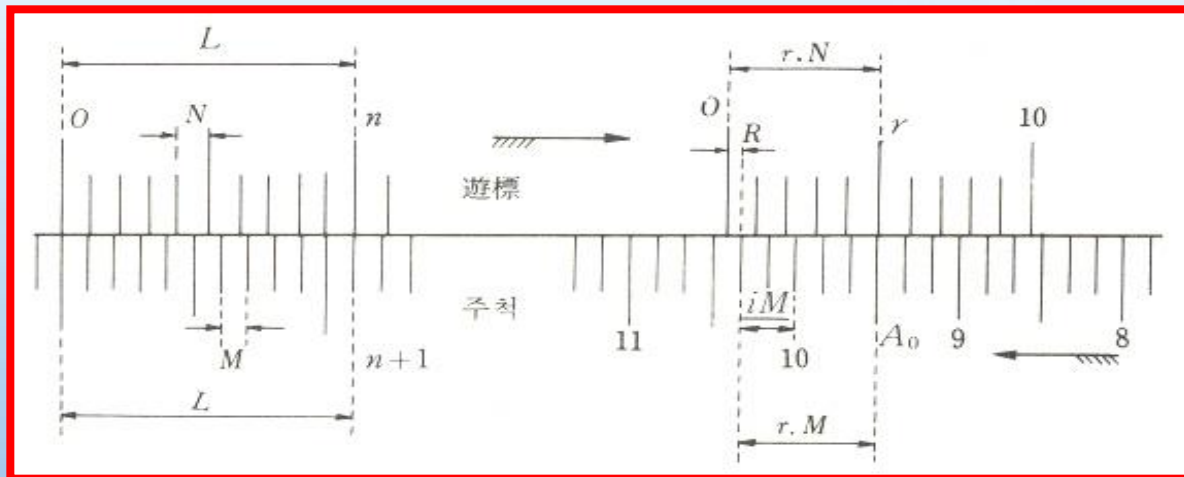
➤ 즉 a 는 順讀遊標 때와 마찬가지로 주척의 한 눈금의 $1/n$ 에 상당하나 그 방향이 반대임.

7-2 角測定用 機器(23)

順遊標



逆遊標

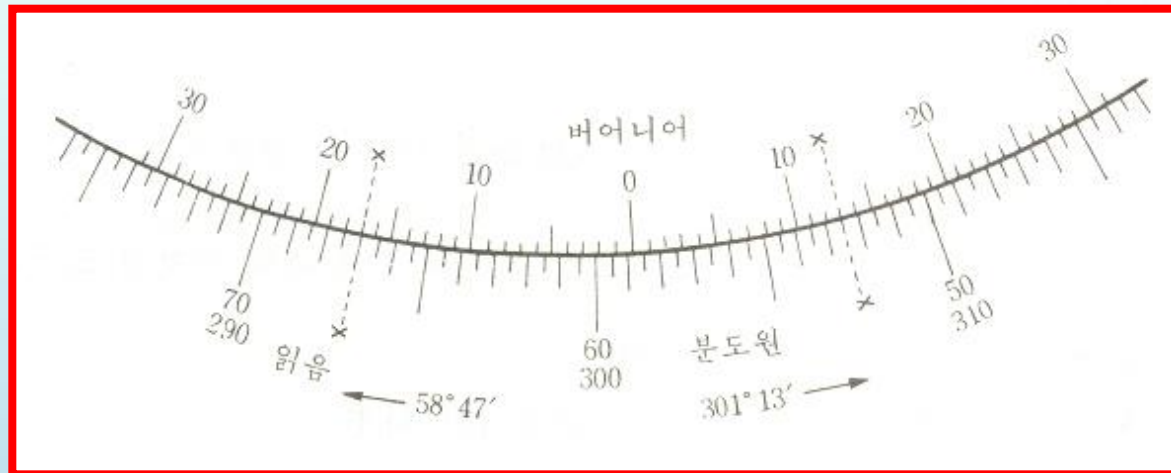


7-2 角測定用 機器(24)

■ 複遊標(double vernier)

- 각도 측량에만 사용
- 트랜싯에 주로 사용하는 유표임.

複遊標

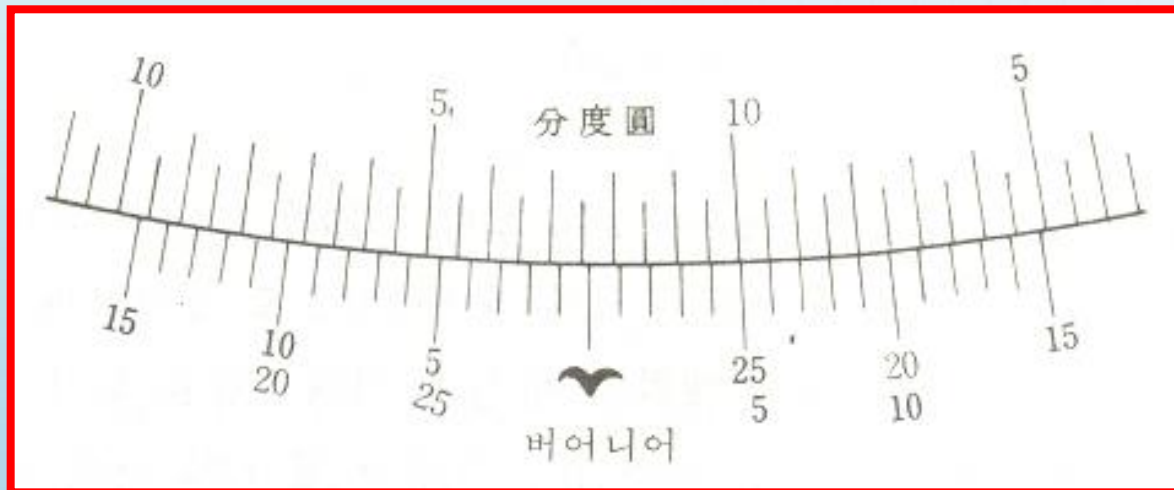


7-2 角測定用 機器(25)

■ 접기식 復遊標(double folded vernier)

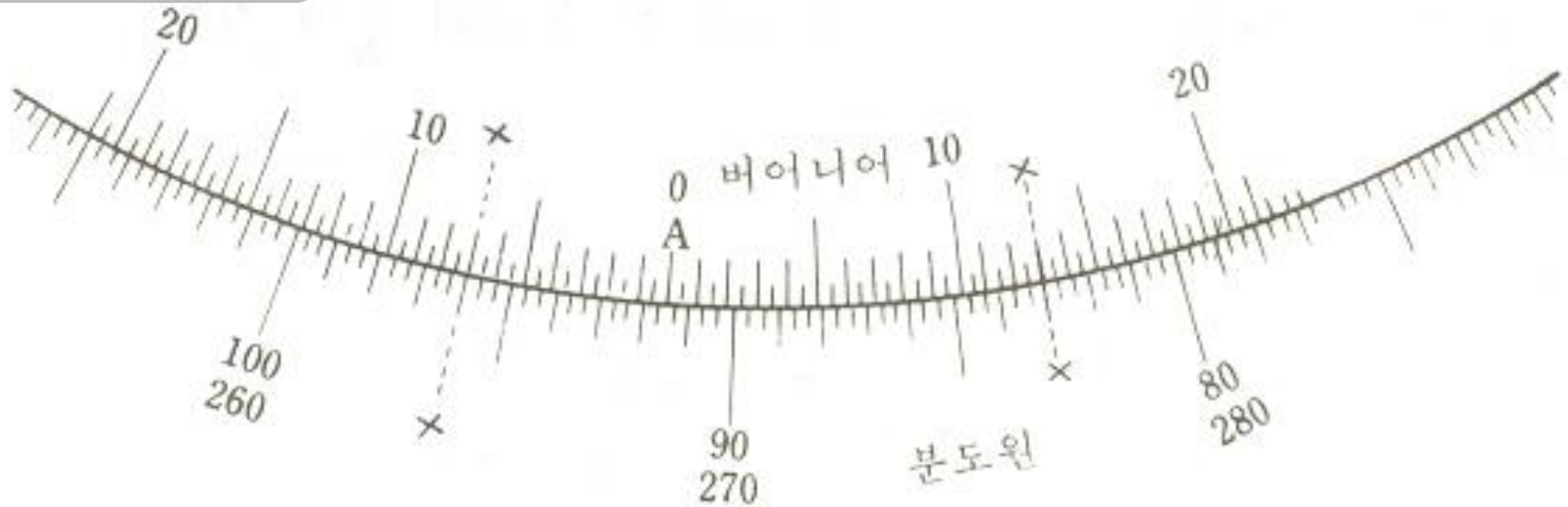
- 복유표의 길이를 반감하여 좌우회전에 사용하기 위하여 영을 중앙에 두고 반복하여 2중으로 “눈금”을 새긴 것.
- 유표의 길이가 2배로 되나 읽을 때에 잘못 읽을 염려가 없음.

접기식
復遊標



7-2 角測定用 機器(26)

유표실례 1



베어니어 눈금 : $n = 40$, 분도원 눈금 : $n - 1 = 39$, 분도원 최소눈금 : $M = 20'$

$$\therefore a = \frac{M}{n} = \frac{20'}{40} = 30'' \quad \text{따라서, } 30'' \text{까지 읽을 수 있다.}$$

7-2 角測定用 機器(27)

유표실례 2

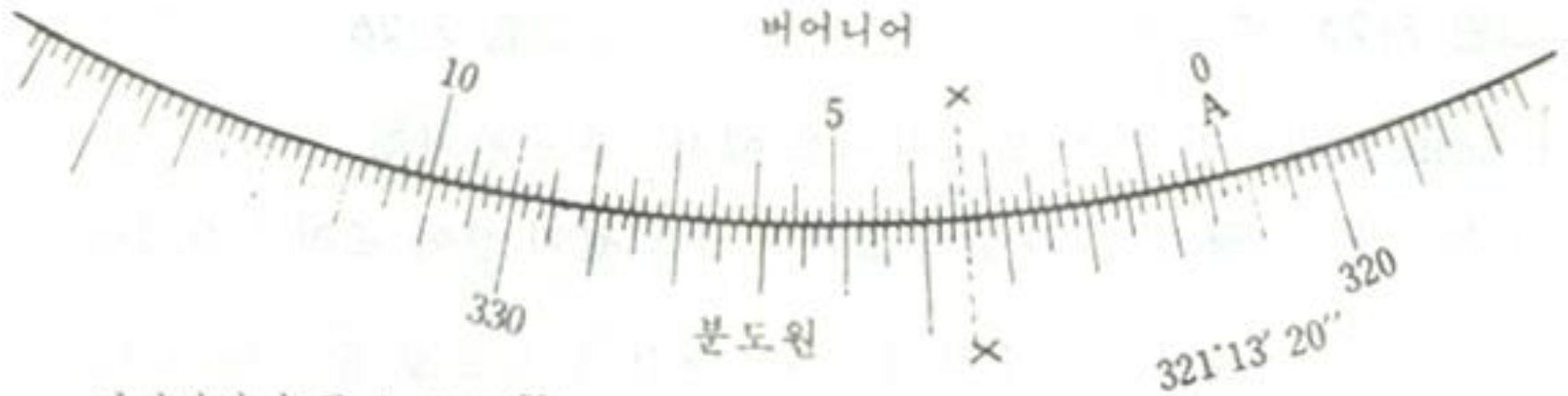


$$n - 1 = 29, \quad n = 30, \quad M = 30'$$

$$\therefore a = \frac{M}{n} = \frac{30'}{30} = 1' \quad \text{그러므로 } 1' \text{ 까지 읽을 수 있다.}$$

7-2 角測定用 機器(28)

유표실례 3



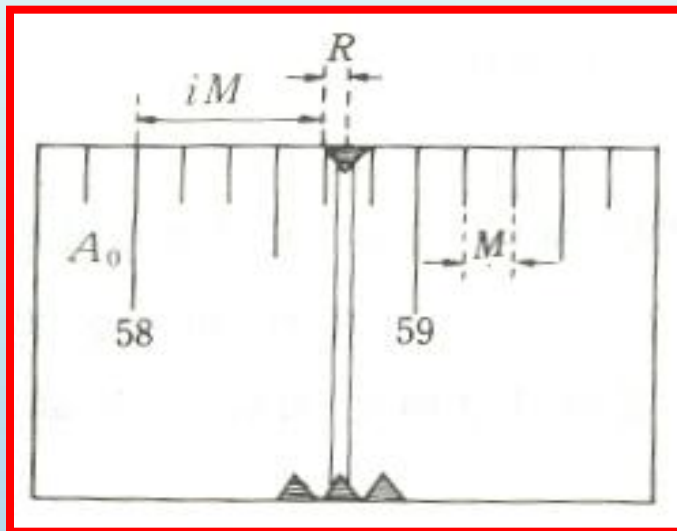
버니어 눈금 : $n = 60$

분도원의 눈금 : $n-1 = 59$, $M = 10'$ $\therefore a = \frac{M}{n} = \frac{10'}{60} = 10''$

7-2 角測定用 機器(29)

■ 測微鏡(microscope)

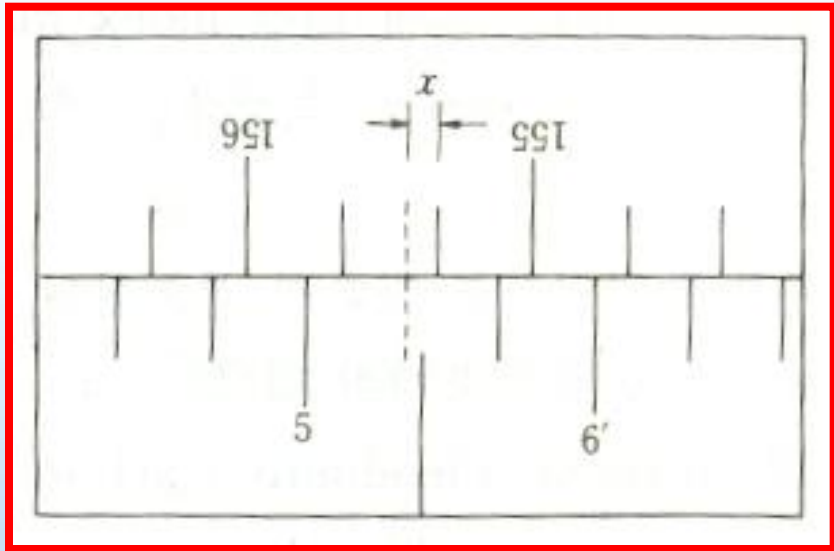
- 分度圓의 읽음 한도는 약 10“정도이므로 그 이상으로 정확히 읽으려면 測微鏡을 사용해야 함.
- 측미경은 현미경의 측미나사(micrometer screw)를 회전함으로써 指標(index mark)를 주척의 눈금에 합치시켜 그 때의 지표이동량을 측미나사로 측정하는 것. 1"~0.1"이하까지 읽을 수 있음.



$$A_0 + iM + R = 58^\circ + 40' + R$$

- 분도원(주척)의 한 “눈금”은 10’이므로
- 측미나사의 주위가 60등분이면 측미나사의 한 “눈금”은 10”이며
- 측미나사의 주위가 120 등분이면 5”,
- 측미나사의 주위가 600등분이면 1”까지 읽을 수 있음.

7-2 角測定用 機器(30)



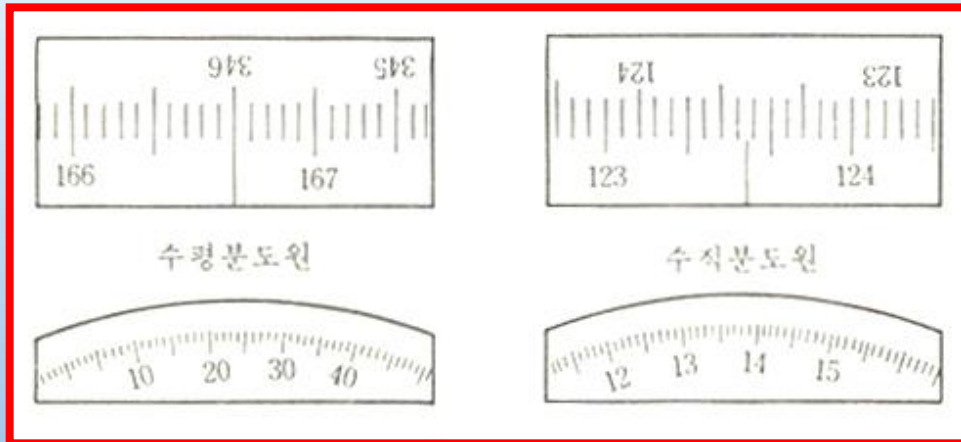
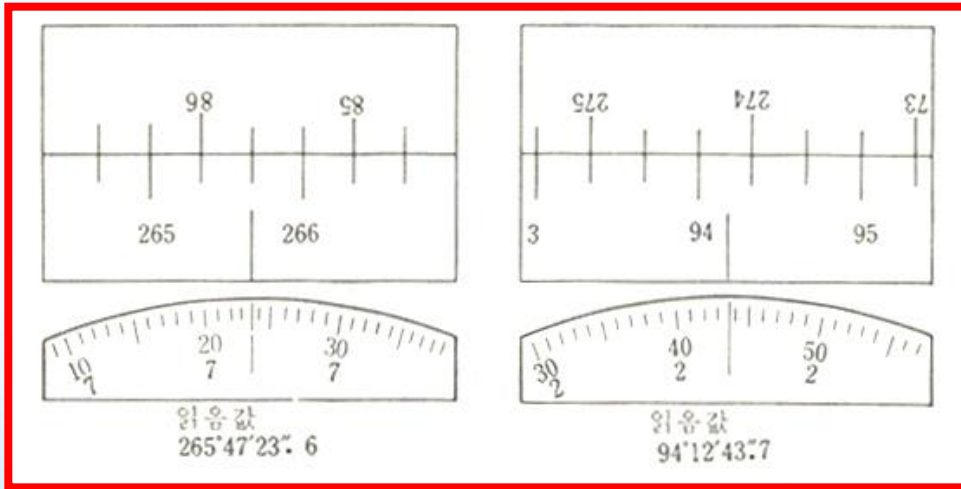
•Wild나 Zeiss社の 만능 데오도라이트에서 분도원처럼 상하로 접하는 2개의 평균치를 얻으려면 그림과 같이 2개의 분도원의 상이 프리즘 장치에 의하여 함께 나타나야 함.

•이 경우 지표의 읽기는 대략 읽으므로 $5^{\circ}+20'+(x/2)^{\circ}$ 임.

•측미나사를 회전하면 분도원의 상이 반대방향으로 이동하므로 측미나사 (coincidence screw)를 $x/2$ 회전하면 x 만큼 떨어진 2 개의 눈금이 일치됨.

•즉, 이 때의 읽음은 양측의 평균치 $x/2$ 를 얻게됨.

7-2 角測定用 機器(31)



7-2 각측정용 기기

트랜싯(Transit)의 구조

■ (7) 정준장치

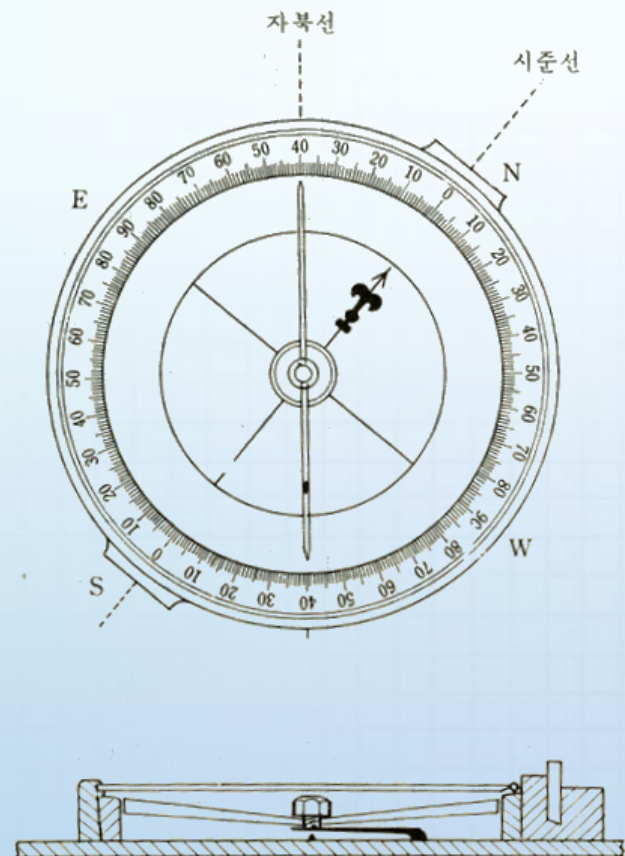
- 트랜싯으로 각을 정확하게 측정하려면 연직축이 정확히 연직이 되어야 함.
- 수평분도원과 수평축도 정확히 수평이 되게 하기 위하여 전술한 평행반, 정준나사 및 각종 기포관을 갖고 있음.
- 평행반(parallel plates)은 상평행반(upper parallel plate or leveling head)과 하평행반(lower parallel plate or foot plate)으로 되어 있음.
- 가운데 3개 혹은 4개의 정준나사(leveling screw)가 있음.
- 후자는 종래 우리나라, 일본, 미국, 호주 등에서 많이 사용되었으나 평행반이나 정준나사에 왜곡(strain)이 생김.
- 최근에는 유럽에서 많이 사용되는 전자의 것을 점차 사용하게 되었음.
- Wild와 Zeiss社의 theodolite, level 등은 모두 전자에 속함.

7-2 각측정용 기기

트랜짓(Transit)의 구조

■ (8) 컴퍼스반

- Compass반은 자침과 분도원으로 되어 있고 보통 상반 중앙에 장치됨.



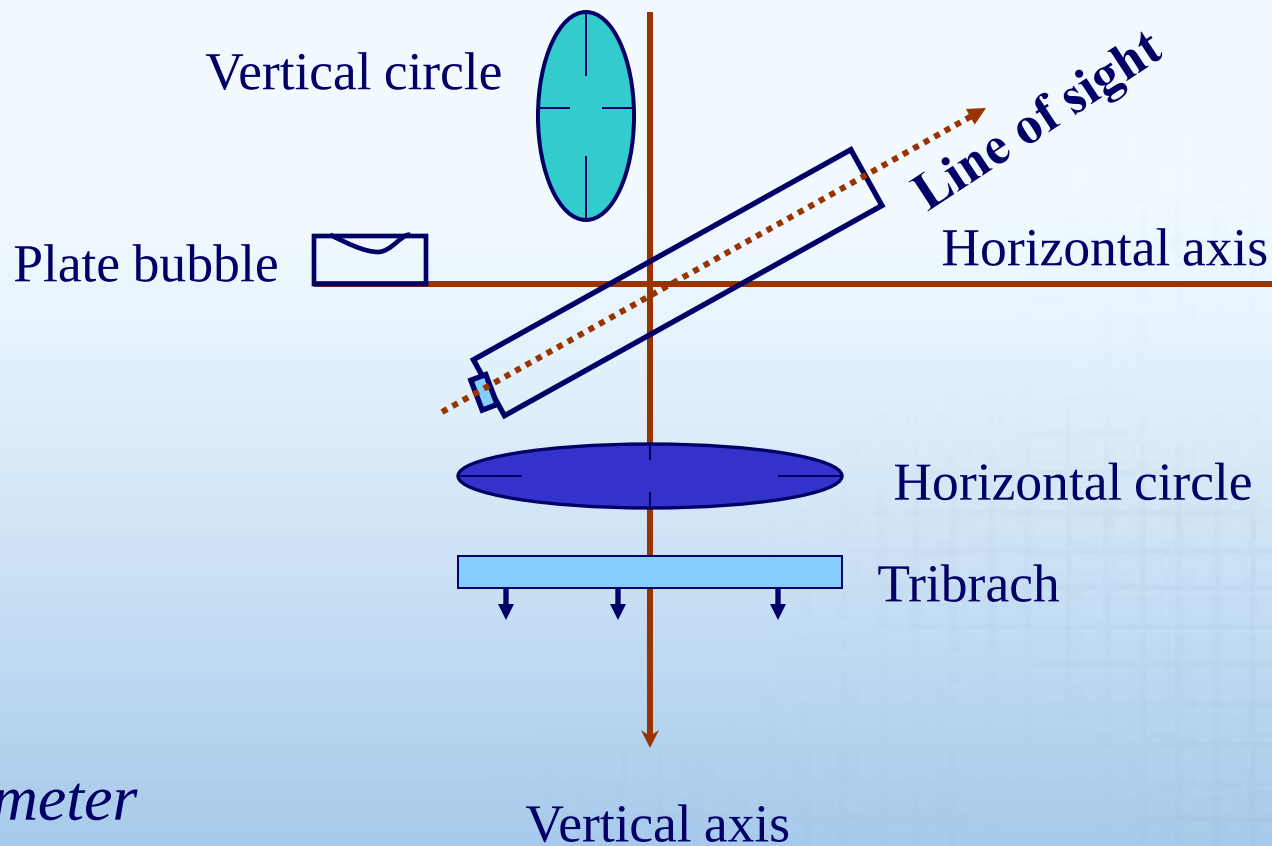
7-2 각측정용 기기

트랜싯(Transit)의 구조

■ (9) 삼각대(Tripod)

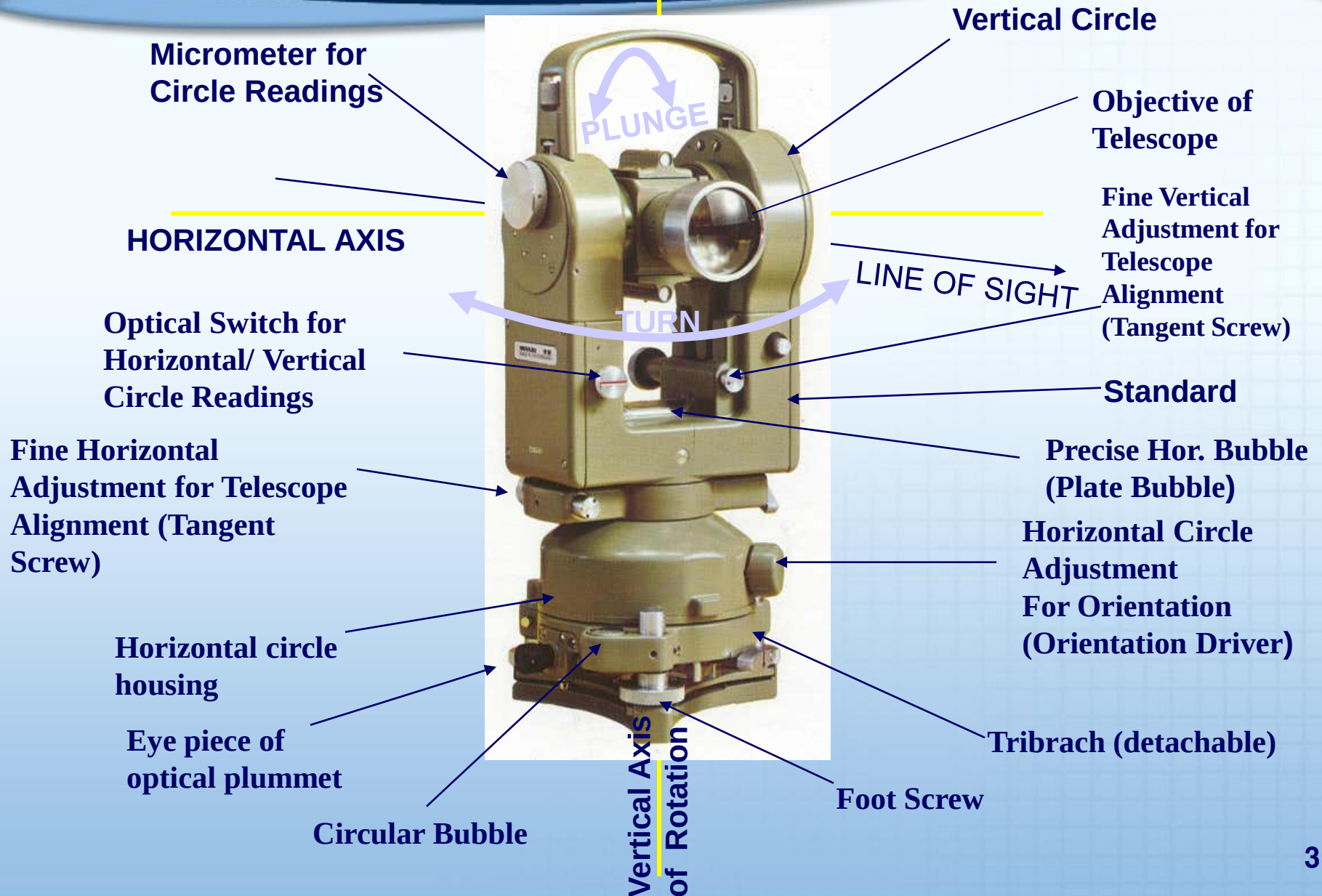
- 삼각대는 각부(leg)와 두부(head)로 구성되어 있음.
- 각부는 보통 나무로 만들어지고, 하단에 철로 뾰족하게 씌워져 있음.
- 두부는 트랜싯을 꽂기 위하여 트랜싯의 기저를 끼울 수 있게 나사가 달려있음.
- 삼각대에는 보통삼각(solid round leg tripod)과 활족삼각(splid leg tripod) 또는 신축삼각(extension leg tripod)의 3종류가 있음.
 - 보통삼각 – 일반적으로 널리 사용됨.
 - 활족삼각 – 중앙부에 세로로 공간을 두어 중량을 덜게 하여 운반에 편리한 것.
 - 신축삼각 – 신축할 수 있게 만든 것. 주로 산지 또는 갯내에서 많이 사용.

Components of a Theodolite



Micrometer
Optical Plummet

COMPONENTS OF A TYPICAL 'OPTO-MECHANICAL' THEODOLITE



7-2 각측정용 기기

트랜싯(Transit)의 구조

■ (10) 연직추

- 트랜싯의 중심과 지상의 측점이 동일연직선 중에 있게 하기 위하여 또는 동일 연직선 중에 존재하는가의 여부를 알려고 할 때 연직추선과 연직추를 사용함.



7-2 각측정용 기기

7-2-2 트랜싯의 검사

- 측정에 있어서 가능한 한 좋은 성과를 얻기 위해서는 기기의 오차나 불완전한 조정에 기인하는 오차의 성질을 알고 이것을 소거할 수 있는 측각법에 의하여야 함.
 - 분도원의 눈금이 균등하고 정밀할 것.
 - 내측 및 외측의 회전중심이 일치할 것.
 - 시준선평면은 수평분도원의 중심을 통하고 또 시준선과 수평축을 결정하는 평면은 연직분도원의 중심을 통할 것.
 - 정위 : 망원경의 대물경이 컴퍼스반분도원의 N축에 있고, 망원경 수준기가 경관의 하측에 있으며, 연직분도원이 시준선의 좌측에 있는 상태.
 - 반전위 : 망원경이 정위와는 반대로 수평축의 주위를 180° 회전한 상태.
 - 유효의수가 n 개 있을 때, 그 간격은 $360^\circ / n$ 일 것.
 - 망원경의 해상력(resolution)과 유효의 정밀도가 균형될 것.
 - 망원경의 해상력과 반수준기의 감도가 균형될 것.

7-2 각측정용 기기

7-2-3 트랜시의 조정

■ [1] 조정을 만족시키는 조건

- ① 수준기축이 연직축에 수직이 될 것.
- ② 시준선이 수평축의 종앙에 있어서 이것과 직교하고 더욱 시준선이 대물경(또는 내부초준렌즈)의 위치 여하에 관계 없이 그 광심이 움직이는 길 또는 망원경의 광축과 완전히 일치할 것.
- ③ 수평축이 연직축에 수직될 것.
- ④ 횡차선이 대물경의 광심과 수평축이 정하는 평면 내에 있을 것.
- ⑤ 시준선이 수평할 때 망원경수준기의 기포가 종앙에 있을 것.
- ⑥ 시준선이 수평이며, 망원경수준기의 기포가 종앙에 있을 때 연직분도원의 유효표가 영을 표시할 것.

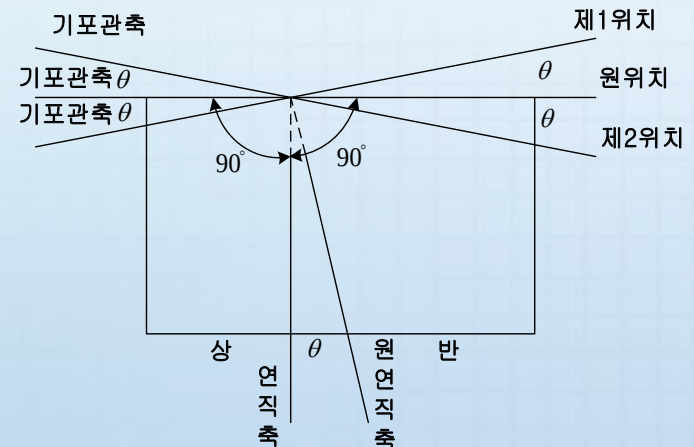
7-2 각측정용 기기

7-2-3 트랜싯의 조정

■ [2] 반수준기의 조정(adjustment of plate levels)

- 이 조정은 측량기기에 공통으로 이용되며 중요하고 필요한 것임.
- 연직축을 정확히 수직하게 하려면 상반, 즉 유효반을 수평되게 하여야 함.
- 상반이 수평일 때 그 위에 있는 2개의 반수준기의 기포가 중앙에 있도록 조정함.
- 검사를 한 후에 이상이 있을 때(상반을 연직축의 주위에 수평하게 180° 회전할 때에 기포가 중앙에 있지 않음) 조정을 함.

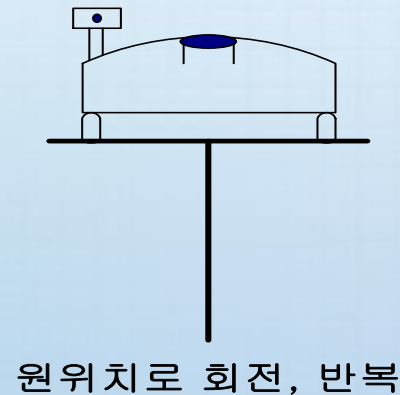
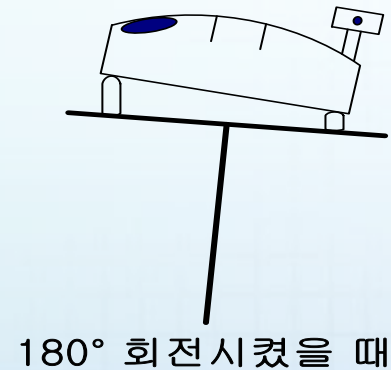
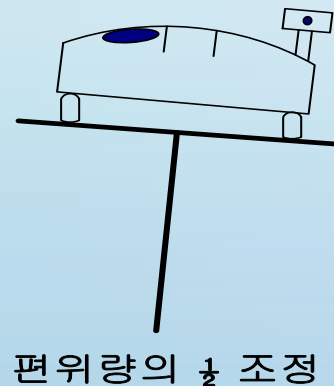
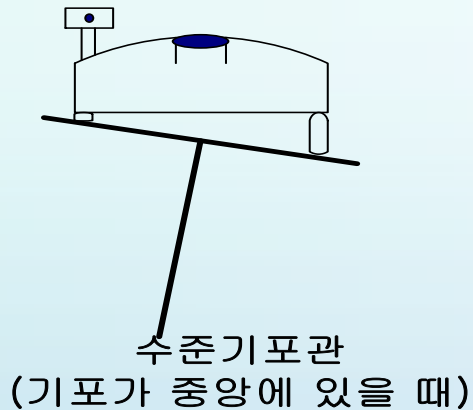
- 처음 수준기축과 연직축과의 사이에 θ 만큼 오차가 있으면 이것을 180° 회전시킬 때 2θ 가 되고,
- 그 다음 반수준기조정나사를 사용하여 절반을 조정하면 수준기축은 연직축에 직각으로 됨.
- 즉, 평행반과 평행하게 됨.
- 또 다시 정준나사로 나머지 절반 θ 를 조정하면 연직축은 비로소 수직으로 됨.



7-2 각측정용 기기

7-2-3 트랜싯의 조정

■ [2] 반수준기의 조정(adjustment of plate levels)



7-2 각측정용 기기

7-2-3 트랜싯의 조정

■ [3] 시거선의 조정(adjustment of the line of sight)

- 목적 : 시거선을 망원경의 광축에 일치시키는 데 있음.
- 즉, 교차선의 교점을 광축 중에 있게 하는 것.(총선 및 횡선을 조정)
 - 교차선의 조정
 - 교차선의 수직 및 수평설정
 - 총선의 조정
 - 횡선의 조정
 - 활동내통의 조정
 - 수평축의 조정
 - 망원경수준기의 조정
 - 연직분도원 유표의 조정

7-2 각측정용 기기

7-2-3 트랜시의 조정

■ [3] 조정상 주의할 점

- ① 조정은 1회에 한하지 말고 오차의 검출이 안 될 때까지 반복할 것.
- ② 투시하기 좋은 평탄지에서 무풍일 때에 행할 것.
- ③ 모든 조정나사를 돌리지 말고, 나사는 조금씩 돌려야 하며, 특히 棒狀 나사는 그 기기에 비치된 편을 사용해야 함.
- ④ 기계의 회전, 선회 및 반전은 조용히 행할 것.
- ⑤ 수평각측정에 있어서는 다음의 조정이 반드시 필요함.
 - 반수준기의 조정, 종선의 조정, 수평축의 조정
- ⑥ 연직각측정에 있어서는 다음의 조정이 반드시 필요함. 수평각측정시에 필요한 조정 전부, 횡선의 조정, 망원경수준기의 조정, 연직분도원 버어니어의 조정.
- ⑦ 더욱이 트랜시를 장기간 계속하여 사용할 때에는 매일 수시로 검사해야 함.