3rd Week

Procedure for Hypothesis Test

가설 검정의 절차

2011

Jongseok Lee

Business Administration

Hallym University

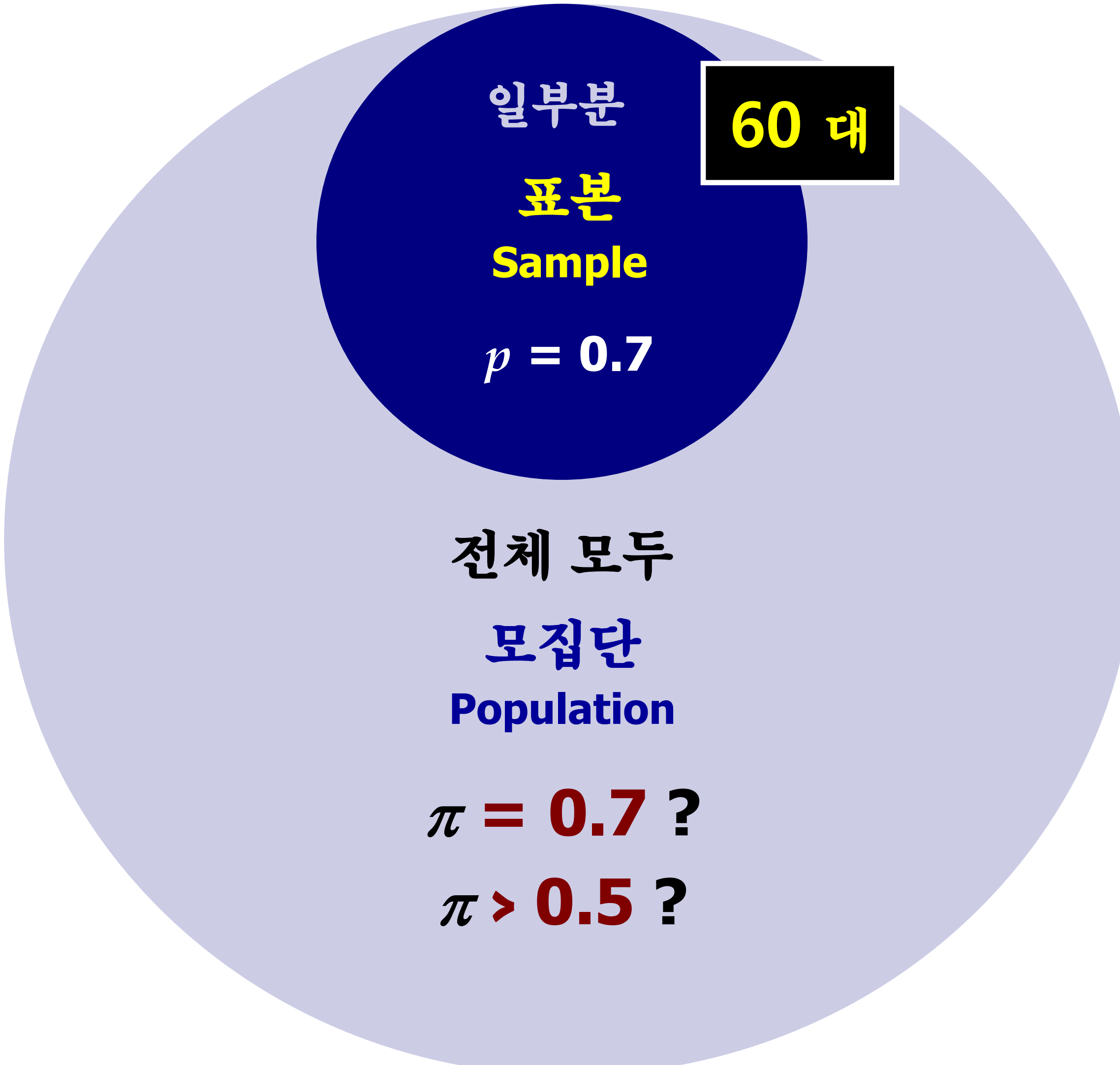
‘자동차 색깔’은 ‘판매량’과 관련이 있는가?

자동차 색깔	흰색	파란색	은색	빨간색	검정색	노란색	합계
판매량	11	4	15	9	14	7	60
판매비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%

이를 근거로

자동차 색깔에 따라 판매량의 차이가 있다고

라고 주장할 수 있을까?


일부분
표본
Sample
p = 0.7
60 대
전체 모두
모집단
Population
π = 0.7 ?
π > 0.5 ?

귀무가설이 옳다면 어떻게 이런 일이. . . .

10번 중 9번 앞면

$H_0 : \pi \leq 0.5$

$H_1 : \pi > 0.5$

간접 증명법 / 귀류법!

직접 증명하지 못함!

귀무가설이 옳다고 하자!

정상적인 동전을 10번 던졌을 때 (우연히)

앞면이 9번 이상 나올 확률은 얼마인가?

0.011 혹은 1.1% ⇒ 대립가설이 틀릴 확률

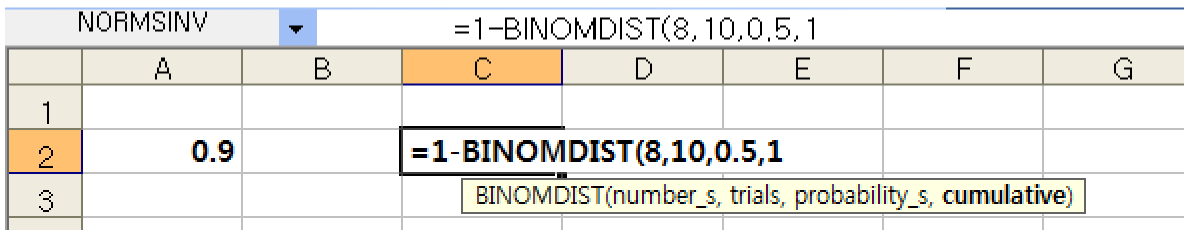
표본 10개에서 9개가 성공하면

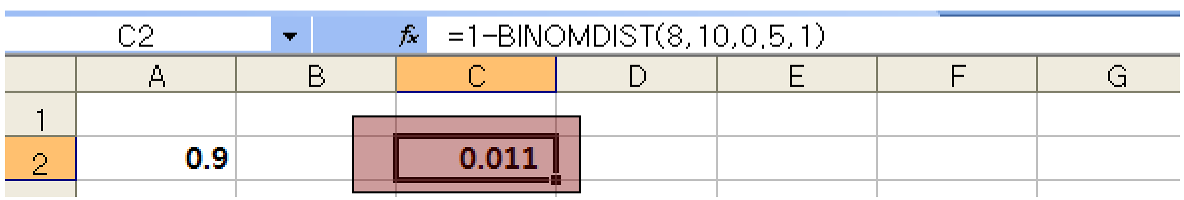
"모집단의 성공확률이 0.5보다 크다"

라고 말할 수 있는가?

$H_0 : \pi \leq 0.5$

$H_1 : \pi > 0.5$





p-value = 0.011! 이 값은 0.05보다 작은 값이네~

따라서 "모비율(π)가 0.5 이하 이다"라는 귀무가설을 기각한다.

CEO들의 최종 학위를 알아보기 위해, 100명을 대상으로 조사를 수행하였다. 이들 중 57명이 대졸 이상의 학력을 가지고 있었다. 그러면 CEO들 중 대졸 이상의 학력을 가진 사람의 비율이 50% 보다 크다고 말할 수 있는가? 적절한 가설을 세우고, 유의수준 0.05에서 검정하라.

한 중소기업은 대기업에 자동차 부품 중에 하나를 공급하고 있다. 불량률을 0.001 혹은 0.1% 이하로 하겠다는 것이 계약조건이다. 이번에 납품한 부품 1,000개 중 3개가 불량인 제품이었다. 이를 근거로 대기업 측에서 계약 위반이라고 부품 대금의 지급을 미루고 있다. 정말 불량률이 0.001보다 크다고 말할 수 있는가? 적절한 가설을 세우고, 유의수준 0.05에서 검정하라.

CEO들의 최종 학위를 알아보기 위해, 100명을 대상으로 조사를 수행하였다. 이들 중 57명이 대졸 이상의 학력을 가지고 있었다. 그러면 CEO들 중 대졸 이상의 학력을 가진 사람의 비율이 50% 보다 크다고 말할 수 있는가? 적절한 가설을 세우고, 유의수준 0.05에서 검정하라.

1. 가설 H_0: $\pi \leq 0.5$ H_1: $\pi > 0.5$

2. 검정결과

C2 fx =1-BINOMDIST(56,100,0.5,1)

	A	B	C	D	E
1					
2	0.57		0.097		

3. 해석 이항검정을 수행한 결과, p-값 0.097이 되어 유의수준 0.05에서 귀무가설을 기각할 수 없다. 따라서 주어진 자료는 CEO들 중 대졸 이상의 학력을 가진 사람이 과반수보다 많다는 주장에 대한 통계적으로 유의한 증거가 되지 못한다.

한 중소기업은 대기업에 자동차 부품 중에 하나를 공급하고 있다. 불량률을 0.001 혹은 0.1% 이하로 하겠다는 것이 계약조건이다. 이번에 납품한 부품 1,000개 중 3개가 불량인 제품이었다. 이를 근거로 대기업 측에서 계약 위반이라고 부품 대금의 지급을 미루고 있다. 정말 불량률이 0.001보다 크다고 말할 수 있는가? 적절한 가설을 세우고, 유의수준 0.05에서 검정하라.

1. 가설 H_0: $\pi \le$ 0.001 H_1: $\pi >$ 0.001

2. 검정결과

C2 fx =1-BINOMDIST(2,1000,0.001,1)

	A	B	C	D	E
1					
2	0.003		0.080		

3. 해석

이항검정을 수행한 결과, p-값 0.080이 되어 유의수준 0.05에서 귀무가설을 기각할 수 없다. 따라서 주어진 자료는 불량률이 0.001보다 크다는 대기업의 주장에 대한 통계적으로 유의한 증거가 되지 못한다.

'자동차 색깔'은 '판매량'과 관련이 있는가?

자동차 색깔	흰색	파란색	은색	빨간색	검정색	노란색	합계
판매량	11	4	15	9	14	7	60
판매비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%

이를 근거로

자동차 색깔에 따라 판매량의 차이가 있다고

라고 주장할 수 있을까?

‘자동차 색깔’은 ‘판매량’과 관련이 있는가?

자동차 색깔	흰색	파란색	은색	빨간색	검정색	노란색	합계
판매량	11	4	15	9	14	7	60
판매비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%

C2 =CHITEST(C5:H5,C6:H6)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2			0.1173						
3									
4		자동차 색깔	흰색	파란색	은색	빨간색	검정색	노란색	합계
5		판매량	11	4	15	9	14	7	60
6		기대값	10	10	10	10	10	10	60
7									

Act 1

'자동차 색깔'은 '판매량'과 관련이 있는가?

자동차 색깔	흰색	파란색	은색	빨간색	검정색	노란색	합계
판매량	11	4	15	9	14	7	60
판매비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%

가설(假設, hypothesis)

0. 귀무가설 / 영가설 ☞ 자동차 색깔에 따라 판매량에 차이가 **없다**.

1. 대립가설 / 연구가설 ☞ 자동차 색깔에 따라 판매량에 차이가 **있다**.

Step 1 가설의 설정

X : 자동차 색깔

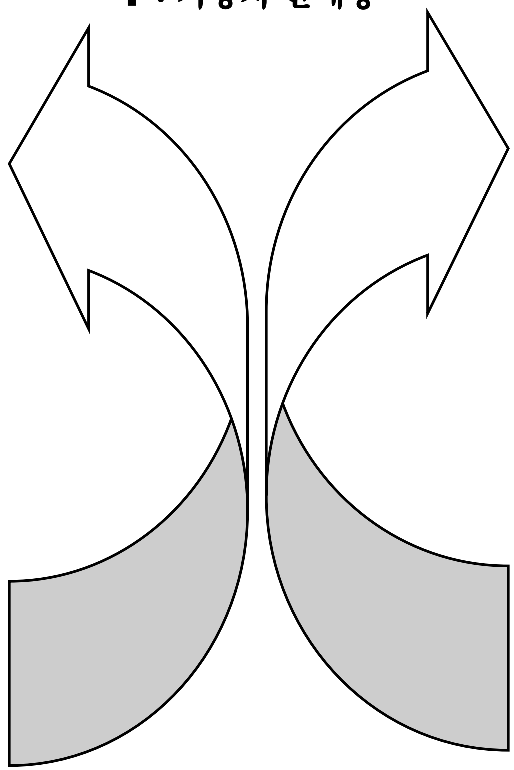
Y : 자동차 판매량

영가설 / 귀무가설

Null Hypothesis

자동차 색깔에 따른

자동차 판매량에 **차이가 없다.**



H_0 : X ⊥ Y

자동차 색깔(X)은 판매량(Y)과

관련이 없다 → 독립이다.

연구가설 / 대립가설

Alternative Hypothesis

자동차 색깔에 따른

자동차 판매량에 **차이가 있다.**

H_1 : X ~ Y

자동차 색깔(X)은 판매량(Y)과

관련이 있다.

‘자동차 색깔’은 ‘판매량’과 관련이 있는가?

자동차 색깔	흰색	파란색	은색	빨간색	검정색	노란색	합계
판매량	11	4	15	9	14	7	60
판매비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%
	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6	

$H_0 : X \perp Y$

자동차 색깔(X)은 판매량(Y)과 관련이 없다 → 독립이다.

☞ 자동차 색깔(X)에 따른 자동차 판매량(Y)에 차이가 없다.

$$H_0 : \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \pi_5 = \pi_6 = 1/6$$

통계적 가설

π_j = j 색깔 자동차의 판매비율

X : 자동차 색깔

Y : 자동차 판매량

영가설 / 귀무가설

Null Hypothesis

자동차 색깔에 따른

자동차 판매량에 **차이가 없다.**

$\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \pi_5 = \pi_6 = 1/6$

H_0 : X $\perp$ Y

자동차 색깔(X)은 판매량(Y)과

관련이 없다 → 독립이다.

연구가설 / 대립가설

Alternative Hypothesis

자동차 색깔에 따른

자동차 판매량에 **차이가 있다.**

H_0은 아니다

H_1 : X ~ Y

자동차 색깔(X)은 판매량(Y)과

관련이 있다.

Step 2 실증자료의 획득

'자동차 색깔'은 '판매량'과 관련이 있는가?

자동차 색깔	흰색	파란색	은색	빨간색	검정색	노란색	합계
판매량	11	4	15	9	14	7	60
판매비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%

$H_0: \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \pi_5 = \pi_6 = 1/6$

$H_1 : H_0$은 아니다

이를 근거로

자동차 색깔에 따라 판매량의 차이가 있다고

라고 주장할 수 있을까?

☞ 귀무가설을 기각할 수 있느냐?

'자동차 색깔'은 '판매량'과 관련이 있는가?

'자동차 색깔'에 따라 '판매량'의 차이가 있는가?

자동차 색깔	흰색	파란색	은색	빨간색	검정색	노란색	합계
판매량	11	4	15	9	14	7	60
판매비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%

'주사위 눈'은 '발생빈도'와 관련이 있는가?

'주사위 눈'에 따라 '발생빈도'의 차이가 있는가?

주사위 눈	1	2	3	4	5	6	합계
관찰빈도	11	4	15	9	14	7	60
관찰비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%

Step 3 유의수준의 설정

특정의 주사위 눈이 많이 나오는 주사위라고 말할 수 있는가?

당신은 조작된 주사위라고 주장하겠는가?

도박장에서 '정상적인 주사위'를 '조작된 주사위'이라고 주장했다가
잘못된 주장으로 판명되면 당신은 어떻게 되겠는가?

주사위 눈	1	2	3	4	5	6	합계
관찰빈도	11	4	15	9	14	7	60
관찰비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%

이를 근거로 조작된 주사위라고 주장한다면,
당신이 틀릴 확률은?

	p-value $<$ 유의수준, $\alpha = 0.05$

‘주사위 눈’은 ‘발생빈도’와 관련이 있는가?

‘주사위 눈’에 따라 ‘발생빈도’의 차이가 있는가?

Step 1 가설의 설정

$H_0 : \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \pi_5 = \pi_6 =$ **1/6**

$H_1 : H_0$**은 아니다**

Step 2 실증자료의 획득

주사위 눈	1	2	3	4	5	6	합계
관찰빈도	11	4	15	9	14	7	60

관찰비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%

Step 3 유의수준의 설정

귀무가설이 옳은데 귀무가설을 기각하는 오류의 최대 허용치인

유의수준, α =일반적으로 0.05

***p*-value?**

Act 2

Step 4 기대값의 계산

귀무가설이 옳다면. . .

- ‘자동차 색깔’에 따라 ‘자동차 판매량’의 차이가 없다면. . .
- 주사위가 조작된 것이 아니라면 . . .

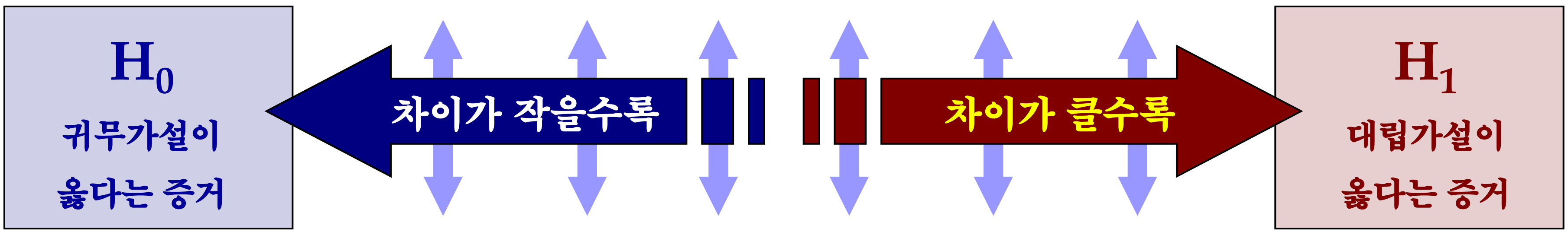
$$H_0: \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \pi_5 = \pi_6 = 1/6$$

귀무가설이 옳다면, 각 범주의 빈도는 얼마로 기대되는가?

범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
관찰값 (O_j)	11	4	15	9	14	7	60
기대값 (E_j)	?	?	?	?	?	?	60

기대값 (E_j)	10	10	10	10	10	10	60

범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
관찰값 (O_j)	11	4	15	9	14	7	60



기대값 (E_j)	10	10	10	10	10	10	60

$$\Sigma (O_j - E_j)$$

$O_j - E_j$	+ 1	- 6	+ 5	- 1	+ 4	- 3	0

Step 5 검정통계량의 계산

범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
관찰값 (O_j)	11	4	15	9	14	7	60
기대값 (E_j)	10	10	10	10	10	10	60

관찰값과 기대값의 차이를 나타낼 수 있는 검정통계량

$$\Sigma (O_j - E_j)^2 / E_j$$

C5 =(C$3-C$4)^2/C$4

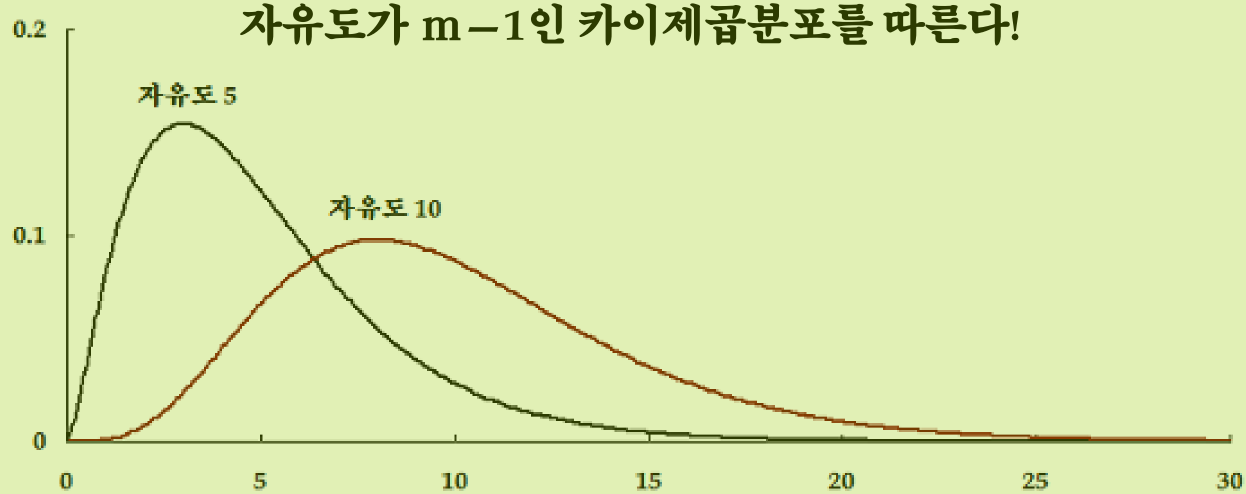
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
3		관찰값 (O_j)	11	4	15	9	14	7	60
4		기대값 (E_j)	10	10	10	10	10	10	60
5		$(O_j - E_j)^2 / E_j$	0.1	3.6	2.5	0.1	1.6	0.9	8.8

Karl Pearson (1857-1936)

$$\Sigma\,(O_j - E_j)^2 / E_j$$

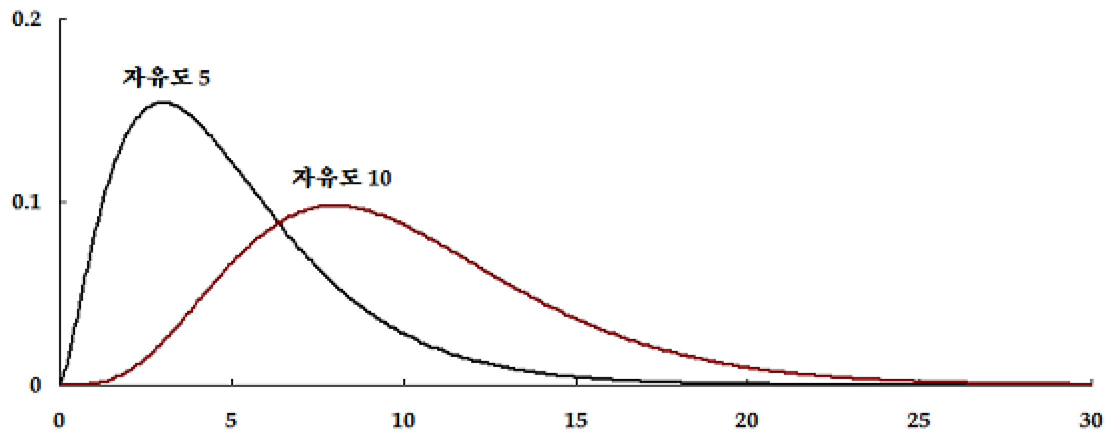
$$\sim \chi^2(m-1)$$

자유도가 m−1인 카이제곱분포를 따른다!



카이제곱분포

Chi-square Distribution



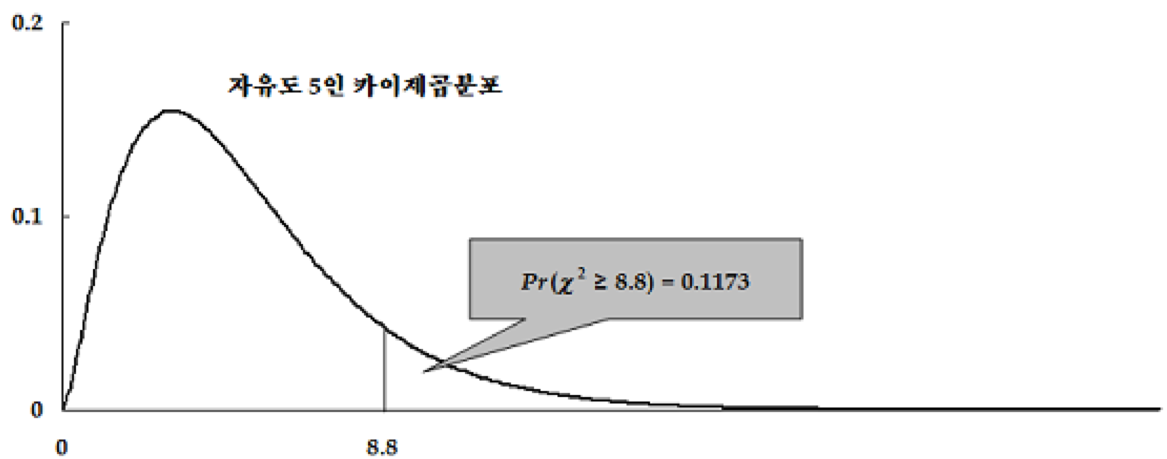
범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
관찰값 (O_j)	11	4	15	9	14	?	60

$\underbrace{11 \quad 4 \quad 15 \quad 9 \quad 14}_{53}$

Step 6 p-값의 계산

C5 =(C$3-C$4)^2/C$4

범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
관찰값 (O_j)	11	4	15	9	14	7	60
기대값 (E_j)	10	10	10	10	10	10	60
$(O_j - E_j)^2 / E_j$	0.1	3.6	2.5	0.1	1.6	0.9	8.8



$Pr(\chi^2 \geq 8.8)$ **=CHIDIST** (8.8, **5**)

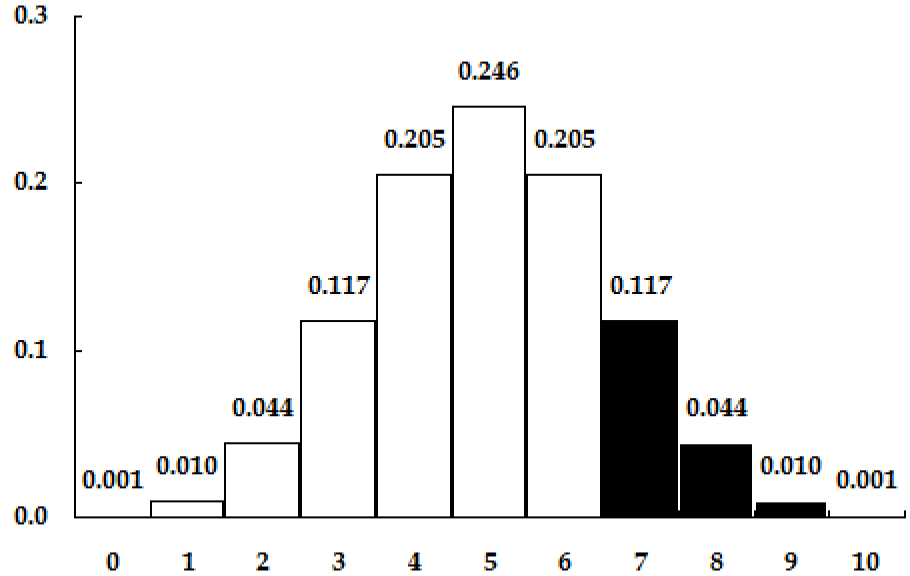
=CHIDIST(8.8,5)

C	D	E
0.117312		

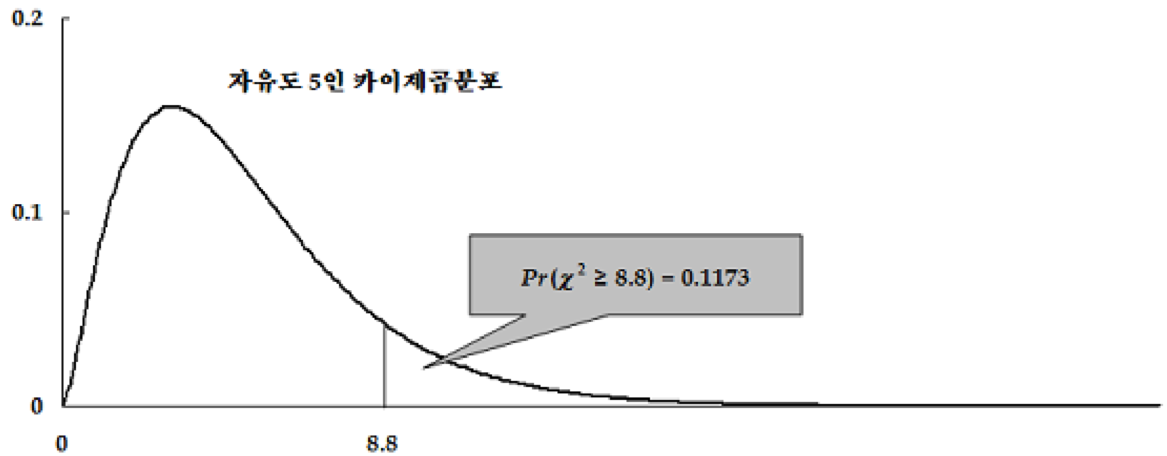
p-값, $Pr\,(N_{10} \geq 7) = ?$

N =	10
π =	0.5

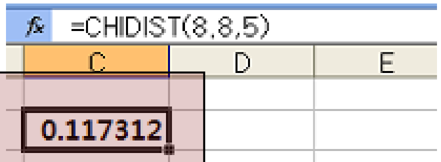
N_{10}	PDF	p-value
0	0.001	1.000
1	0.010	0.999
2	0.044	0.989
3	0.117	0.945
4	0.205	0.828
5	0.246	0.623
6	0.205	0.377
7	0.117	0.172
8	0.044	0.055
9	0.010	0.011
10	0.001	0.001



Step 7 귀무가설의 기각 여부 결정



$Pr(\chi^2 \geq 8.8)$ **=CHIDIST** (8.8, **5**)



p-value =

연구자의 주장(대립가설)이 틀릴 확률

유의수준인 0.05보다 크므로 . . .

귀무가설 기각 못함

'자동차 색깔'에 따라 '판매량'이 차이가 있는가?

'주사위 눈'에 따라 '발생빈도'의 차이가 있는가?

Step 1 가설의 설정

Step 2 실증자료의 획득

Step 3 유의수준의 설정

Step 4 기대값의 계산

Step 5 검정통계량의 계산

Step 6 p-값의 계산

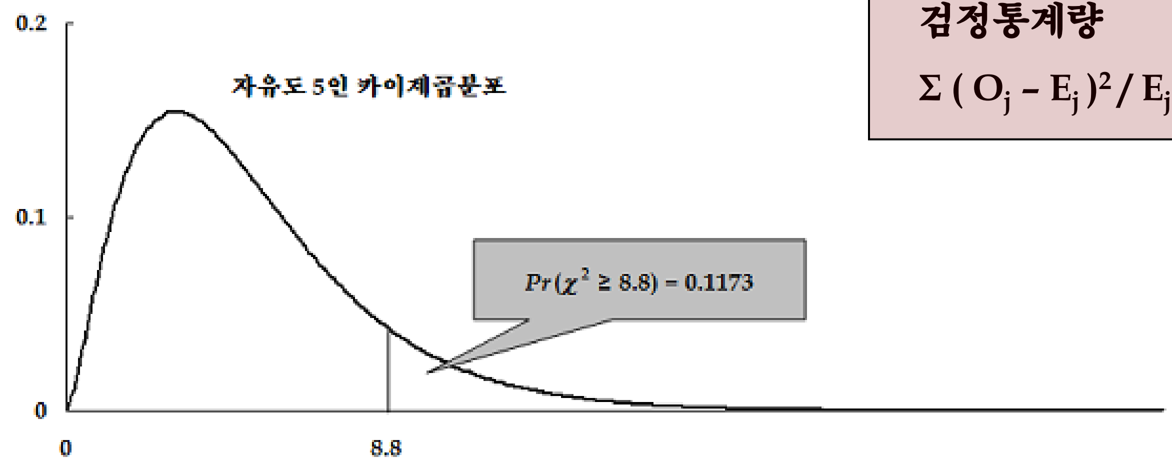
Step 7 기각여부의 결정

$H_0 : \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \pi_5 = \pi_6 = 1/6$ $H_1 : H_0$은 아니다 (유의수준, α = 0.05)

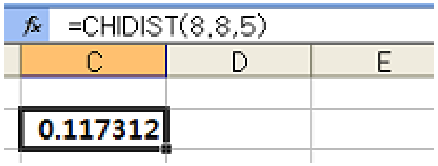
범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
관찰값 (O_j)	11	4	15	9	14	7	60
기대값 (E_j)	10	10	10	10	10	10	60
$(O_j - E_j)^2 / E_j$	0.1	3.6	2.5	0.1	1.6	0.9	8.8

검정통계량

$\Sigma\, (O_j - E_j)^2 / E_j$



$Pr(\chi^2 \geq 8.8)$ **=CHIDIST** (8.8, **5**)



귀무가설 기각 못함

C7 =CHIDIST(I5,5)

범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
관찰값 (O_j)	11	4	15	9	14	7	60
기대값 (E_j)	10	10	10	10	10	10	60
$(O_j - E_j)^2 / E_j$	0.1	3.6	2.5	0.1	1.6	0.9	8.8

p-value	0.1173

관찰값이 변화하면, . . .

5	6
16	5

C7 =CHIDIST(I5,5)

범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
관찰값 (O_j)	11	4	15	9	16	5	60
기대값 (E_j)	10	10	10	10	10	10	60
$(O_j - E_j)^2 / E_j$	0.1	3.6	2.5	0.1	3.6	2.5	12.4

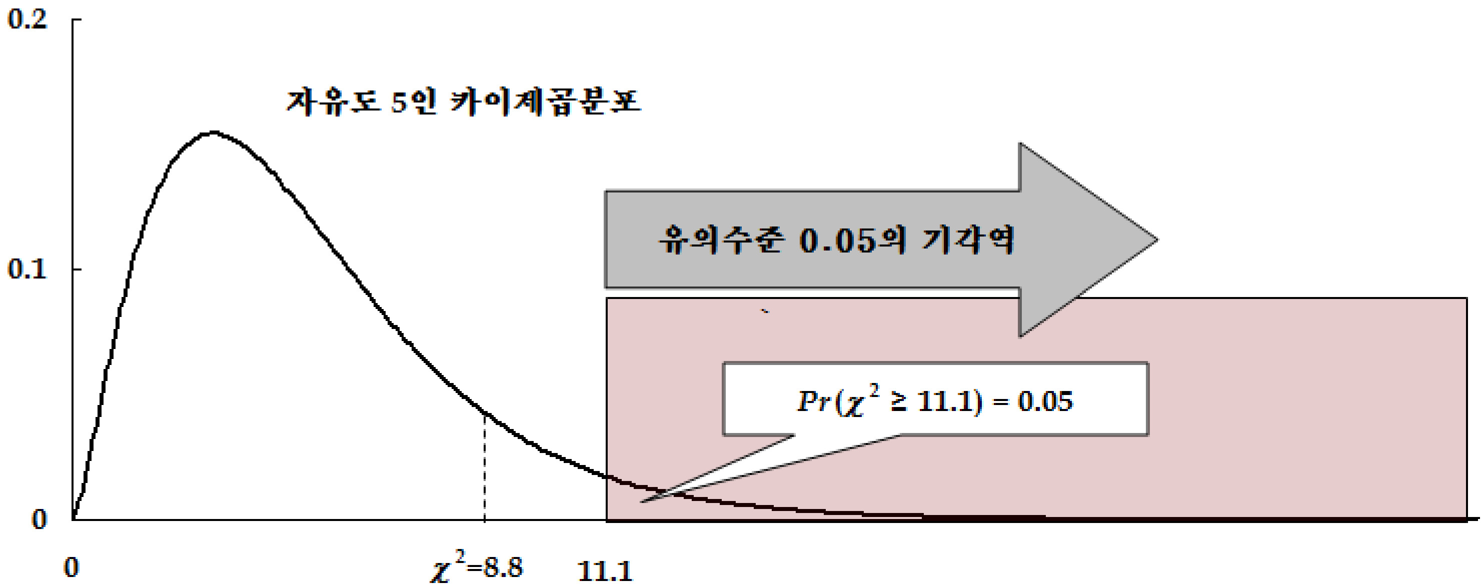
p-value	0.0297

p-값이 0.05가 되는 검정통계량의 값은?

p-값과 기각역

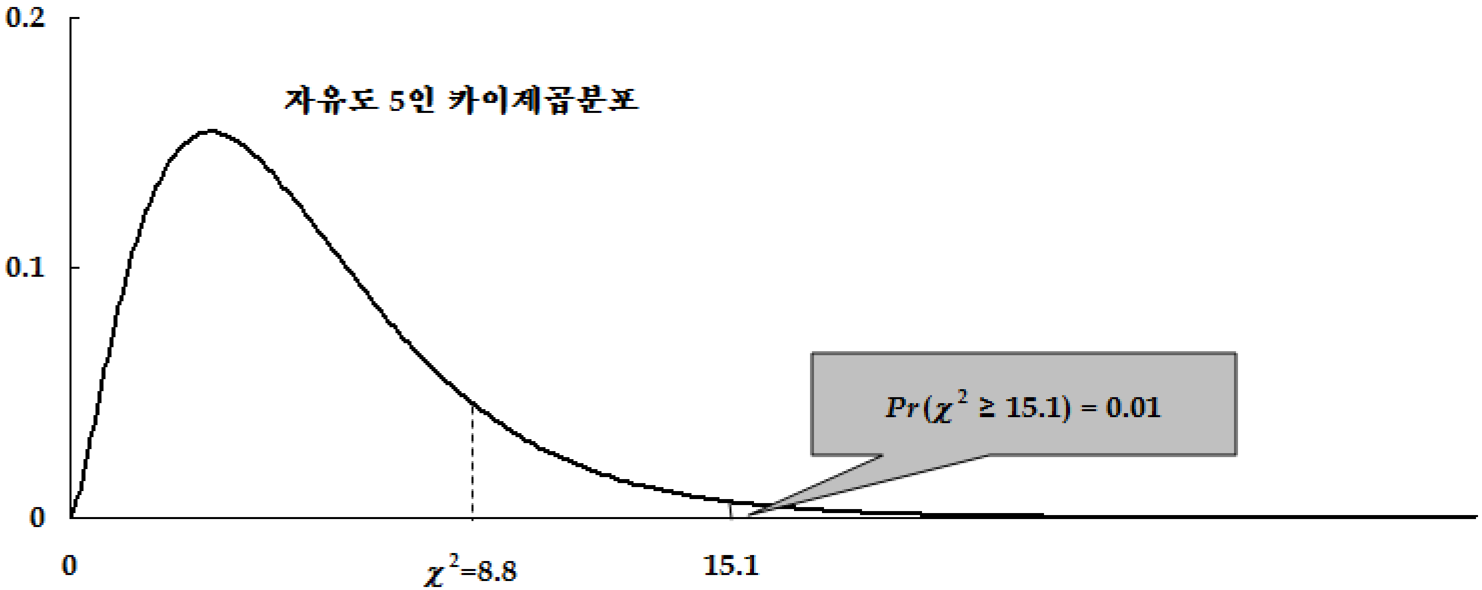
p-value and rejection region

p-값이 0.05가 되는 검정통계량의 값은?



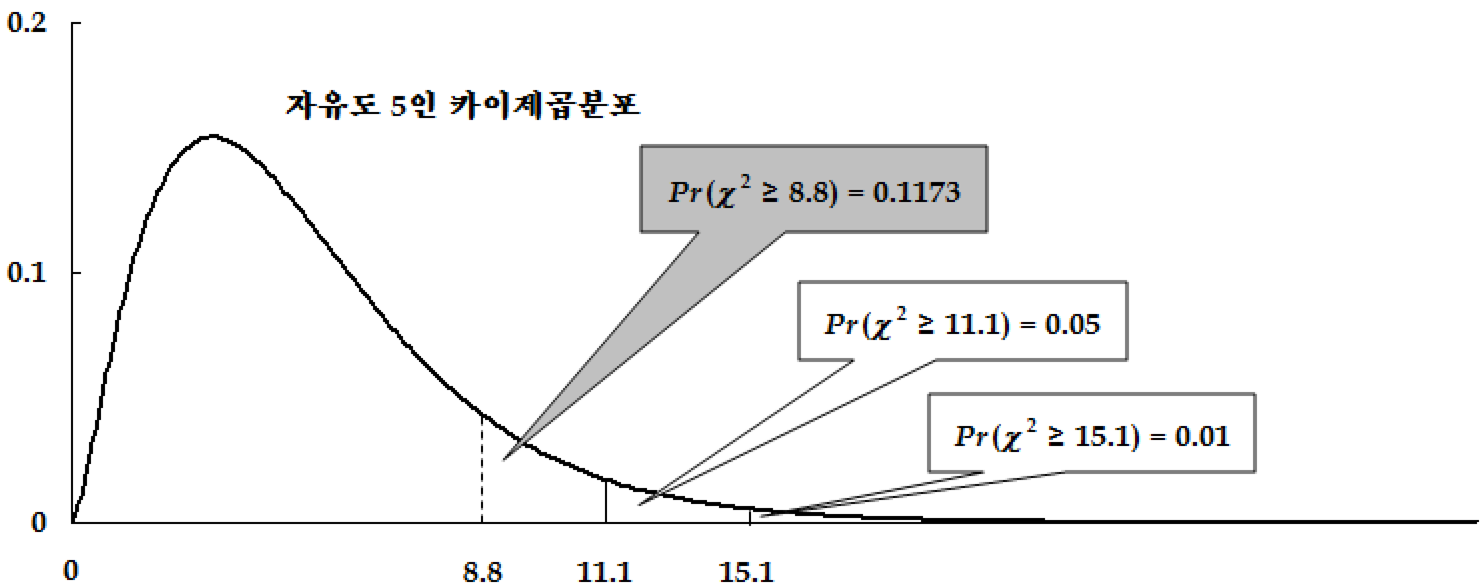
$\chi^2_{0.05}$ **=CHIINV** (0.05, **5**)

p-값이 0.01이 되는 검정통계량의 값은?



유의수준과 기각역

rejection region and significance level



Act 3

Today's Mission

'자동차 색깔'은 '판매량'과 관련이 있는가?

자동차 색깔	흰색	파란색	은색	빨간색	검정색	노란색	합계
판매량	11	4	15	9	14	7	60

판매비율	18.33%	6.67%	25.00%	15.00%	23.33%	11.67%	100.00%

=**CHITEST**(actual_range, expected_range)

C2 =CHITEST(C5:H5,C6:H6)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2			0.1173						
3									
4		자동차 색깔	흰색	파란색	은색	빨간색	검정색	노란색	합계
5		판매량	11	4	15	9	14	7	60
6		기대값	10	10	10	10	10	10	60
7									

☞ 자동차 색깔과 판매량이 독립이라는 귀무가설을 기각할 수 없다.

C7 =CHIDIST(I5,5)

범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
관찰값 (O_j)	11	4	15	9	14	7	60
기대값 (E_j)	10	10	10	10	10	10	60
$(O_j - E_j)^2 / E_j$	0.1	3.6	2.5	0.1	1.6	0.9	8.8

p-value 0.1173

홀수 눈이 짝수 눈보다 많이 나오는 주사위가 아닐까?

범 주 (C_j)	1	2	3	4	5	6	합계
관찰값 (O_j)	11	4	15	9	14	7	60

$H_0: \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \pi_5 = \pi_6 = 1/6$ $H_1 : H_0$은 아니다

범 주 (C_j)	홀수	짝수	합계
관찰값 (O_j)	40	20	60

$$\pi = \pi_1 + \pi_3 + \pi_6$$

$H_0 : \pi \leq 0.5$

$H_1 : \pi > 0.5$

이항 검정과 카이제곱 적합도 검정

Binomial Test and Chi-square Goodness-of-fit Test

C2 =CHITEST(D5:E5,D6:E6)

	A	B	C	D	E	F
1						
2			0.0098			
3						
4			C_j	홀수	짝수	sum
5			O_j	40	20	60
6			E_j	30	30	60

No!

이항분포는 범주가 두 개인 다항분포의 특수한 경우이지만, 카이제곱 검정을 수행해서는 안 된다. 카이제곱 검정은 범주가 흔히 범주가 3개 이상이거나 30개보다 작은 경우에 사용된다.

$$p\text{-값} = Pr\,(\,N_{60} \geq 40 \mid \pi = 0.5\,) = 1 - Pr\,(\,N_{60} \leq 39 \mid \pi = 0.5\,)$$

=1-BINOMDIST (39, 60, 0.5, **1**)

=1-BINOMDIST(39,60,0.5,1)

C	D	E
0.006745		

Just Do It !

C2 =CHITEST(D5:I5,D6:I6)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2			0.1173							
3										
4			C_j	1	2	3	4	5	6	sum
5			O_j	11	4	15	9	14	7	60
6			E_j	10	10	10	10	10	10	60

주사위 1의 눈과 2의 눈의 관찰값이 바뀐다면?

C2 =CHITEST(D5:I5,D6:I6)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2			0.1173							
3										
4			C_j	1	2	3	4	5	6	sum
5			O_j	4	11	15	9	14	7	60
6			E_j	10	10	10	10	10	10	60

C2 =CHITEST(D5:I5,D6:I6)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2			0.1173							
3										
4			C_j	1	2	3	4	5	6	sum
5			O_j	11	4	15	9	14	7	60
6			E_j	10	10	10	10	10	10	60

[표본크기의 증가] 주사위 각 눈의 관찰비율은 동일하지만, 관찰빈도가 2배가 된다면?

C2 =CHITEST(D5:I5,D6:I6)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2			0.0035							
3										
4			C_j	1	2	3	4	5	6	sum
5			O_j	22	8	30	18	28	14	120
6			E_j	20	20	20	20	20	20	120

Details

다항 과정과 다항 분포

Multinomial Process and Multinomial Distribution

다항 과정

실험결과가 m개의 범주로 구분되고, 각 범주의 성공확률이 $p_1, \cdots, p_m$인 다항 과정, $\{ X_{jn} ; j = 1, 2, \cdots, m$ and $n = 1, 2, \cdots \}$은 다음과 같은 특성을 갖는다.

- ❑ 각 다항 시행 $X_{j1}, X_{j2}, \cdots$ 은 독립이다.
- ❑ 모든 n에 대하여, $Pr(X_{jn} = 1) = p_j$, $Pr(X_{jn} = 0) = 1 - p_j$, $j = 1, 2, \cdots, m$
- ❑ $p_1 + p_2 + \cdots + p_m = 1$

$$O_{jn} = X_{j1} + X_{j2} + \cdots + X_{jn}, \quad j = 1, 2, \cdots, m$$

다항분포의 확률밀도함수

결과가 m개의 범주로 구분되는 다항실험을 n번 독립적으로 시행할 때, 각 범주가 $k_1, k_2, \cdots, k_m$ 번 성공할 확률은 다음과 같다.

$$Pr(O_{1n} = k_1, O_{2n} = k_2, \cdots, O_{mn} = k_m) = \frac{n!}{k_1! k_2! \cdots k_m!} p_1^{k_1} p_2^{k_2} \cdots p_m^{k_m}$$

엑셀 활용

범주가 m개인 다항실험과 관련된 카이제곱분포의 자유도는 $m-1$이다.

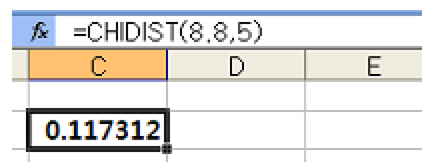
- ❑ 자유도가 $m-1$인 경우 $Pr(\chi^2 > x)$를 구할 때, **=CHIDIST** (x, $m-1$)

  이 함수가 $Pr(\chi^2 < x)$를 구하는 것이 아님에 유의하여라.
- ❑ 자유도가 $m-1$인 경우 $Pr(\chi^2 > x) = p$인 x를 구할 때, **=CHIINV** (p, $m-1$)

  이 함수는 역함수로서 p를 구하는 것이 아니고 x를 구하는 것임에 유의하여라.

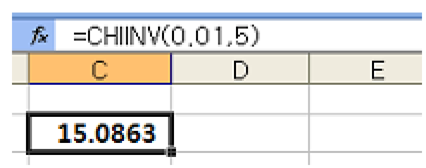
먼저 엑셀함수를 이용하여, 주사위던지기와 관련된 검정통계량 $\chi^2 = \sum(O_j - E_j)^2 / E_j$ 의 값이 8.8보다 크게 나올 확률을 구해보자. 주사위 눈의 범주가 6가지이므로 자유도는 5이다.

=CHIDIST (8.8, **5**)



다음으로 $Pr(\chi^2 \geq x) = 0.01$ 인 x의 값을 구해보자. 즉 검정통계량 χ^2 의 값이 얼마일 때, 그 값보다 클 확률이 0.01이 되겠는가? 이를 $\chi^2_{0.01}$로 표현한다.

=CHIINV (0.01, **5**)



Summary and Conclusion

- **Step 1 가설의 설정** 도박장에서 사용된 주사위에 조작이 있었는가? 이 문제에 답하기 위한 가설은 다음과 같이 설정되었다.

  H_0 : 주사위에 각 눈의 발생비율은 1/6 이다. 즉 $\pi_1 = \pi_2 = \cdots = \pi_6 = 1/6$.

  H_1 : 주사위에 적어도 하나의 눈의 발생비율은 1/6이 아니다.

- **Step 2 실증자료의 획득** 가설검정을 위한 자료를 획득하기 위해 간신히 주사위 하나를 빼내왔다. 그리고 이 주사위를 60번 던지는 실험을 통해, 각 눈에 대한 관찰빈도를 얻을 수 있었다.

- **Step 3 유의수준의 설정** 조작된 동전이라는 것을 입증되길 간절히 원하고 있다. 따라서 유의수준을 높게 설정하고 싶은 마음이 굴뚝같았다. 하지만 정상적인 주사위를 조작된 것이라고 잘못 말했다가 닥칠 위험을 고려해, 유의수준을 0.01로 설정하였다.

- **Step 4 기대값의 계산** 귀무가설이 맞는다는 가정 하에, 각 눈의 기대빈도는 모두 똑같이 나오는 것이다. 주사위를 60번 던졌으므로, 각 눈의 기대빈도는 10이 된다.

- **Step 5 검정통계량의 계산** 관찰빈도와 기대빈도의 차이를 측정할 수 있는 검정통계량을 찾아 헤매던 중, 200년 전의 한 통계학자의 도움을 받는다. 그의 이름을 딴 피어슨 카이제곱 검정통계량 $\chi^2 = \Sigma(O_j - E_j)^2 / E_j$ 을 계산한 결과 8.8 이었다

- **Step 6 p-값의 계산** 실험횟수가 클 때 귀무가설 하에 χ^2이 자유도가 5인 카이제곱분포를 근사적으로 따른다는 사실을 알아낸다. 엑셀을 이용하여 p-값을 계산해보니, 0.1173 이었다.