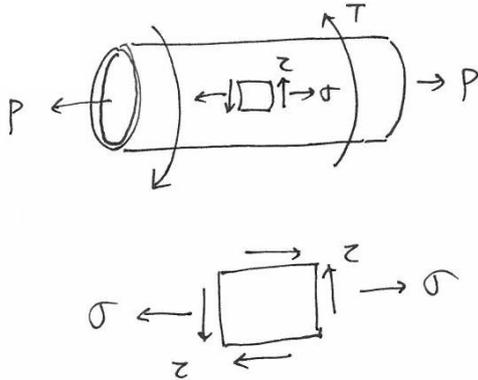


### 4.5 항복조건을 실험적 근거

- 얇은(두께 방향 응력상태 일정) 원통관의 조합응력



\* 실험조건: 탄성 토크 T를 가한 뒤 항복이 일어날 때까지 P를 가함

- 주응력( 평면응력조건, plane stress condition )

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\tau^2}$$

$$\therefore \sigma_1 = \frac{1}{2}\sigma + \left(\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad \sigma_3 = 0$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma - \left(\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \\ &= \left(\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= k = \frac{Y}{2} \\ \therefore \frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2 &= \left(\frac{Y}{2}\right)^2 \\ \text{or } \left(\frac{\sigma}{Y}\right)^2 + 4\left(\frac{\tau}{Y}\right)^2 &= 1 \end{aligned}$$

- 따라서  $\therefore \sigma_1 - \sigma_2 = 2\left(\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2\right)^{\frac{1}{2}}$  : Tresca 조건

- Von Mises 항복조건에서,

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad \text{: 주응력 — ①}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]} \quad \text{: 일반응력상태 — ②}$$

$$\text{② : } \bar{\sigma} = \left[\frac{1}{2}(2\sigma^2 + 6\tau^2)\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{— ③}$$

①, ③에서

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2(\sigma^2 + 3\tau^2)$$

- 단축인장에서 재료의 항복응력 :  $Y$

1) Tresca 조건

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2\left(\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2\right)^{\frac{1}{2}} = Y$$

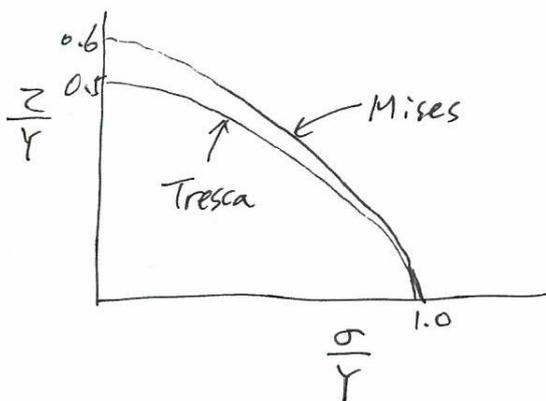
$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2 &= \left(\frac{Y}{2}\right)^2 \\ \left(\frac{\sigma}{Y}\right)^2 + 4\left(\frac{\tau}{Y}\right)^2 &= 1 \end{aligned}$$

2) Von Mises 조건

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2Y^2 = 2(\sigma^2 + 3\tau^2)$$

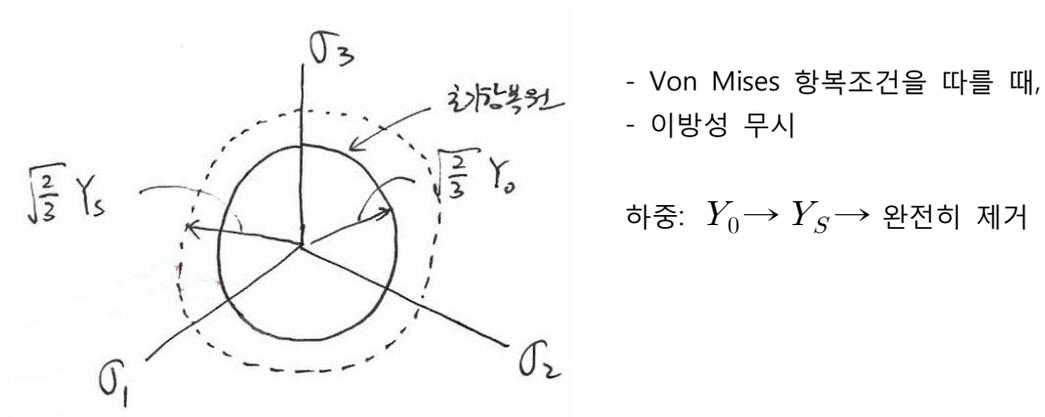
(- textbook 64p 식 4.8, 4.9 참조)

$$\therefore \left(\frac{\sigma}{Y}\right)^2 + 3\left(\frac{\tau}{Y}\right)^2 = 1$$



#### 4.7 변형경화 재료에 대한 후속항복조건 (가공)

- 최초의 항복에서의 응력상태는 초기 항복원 형태로 표현되고, 소성변형이 진행되면 이에 대응하여 항복 곡선의 형태가 변화되어 감.



\* 두 원의 중심은 일치

→ 등방경화특성( isotropic strain hardening )

: 항복곡선의 크기는 팽창하나 그 형태는 상사형을 유지.