



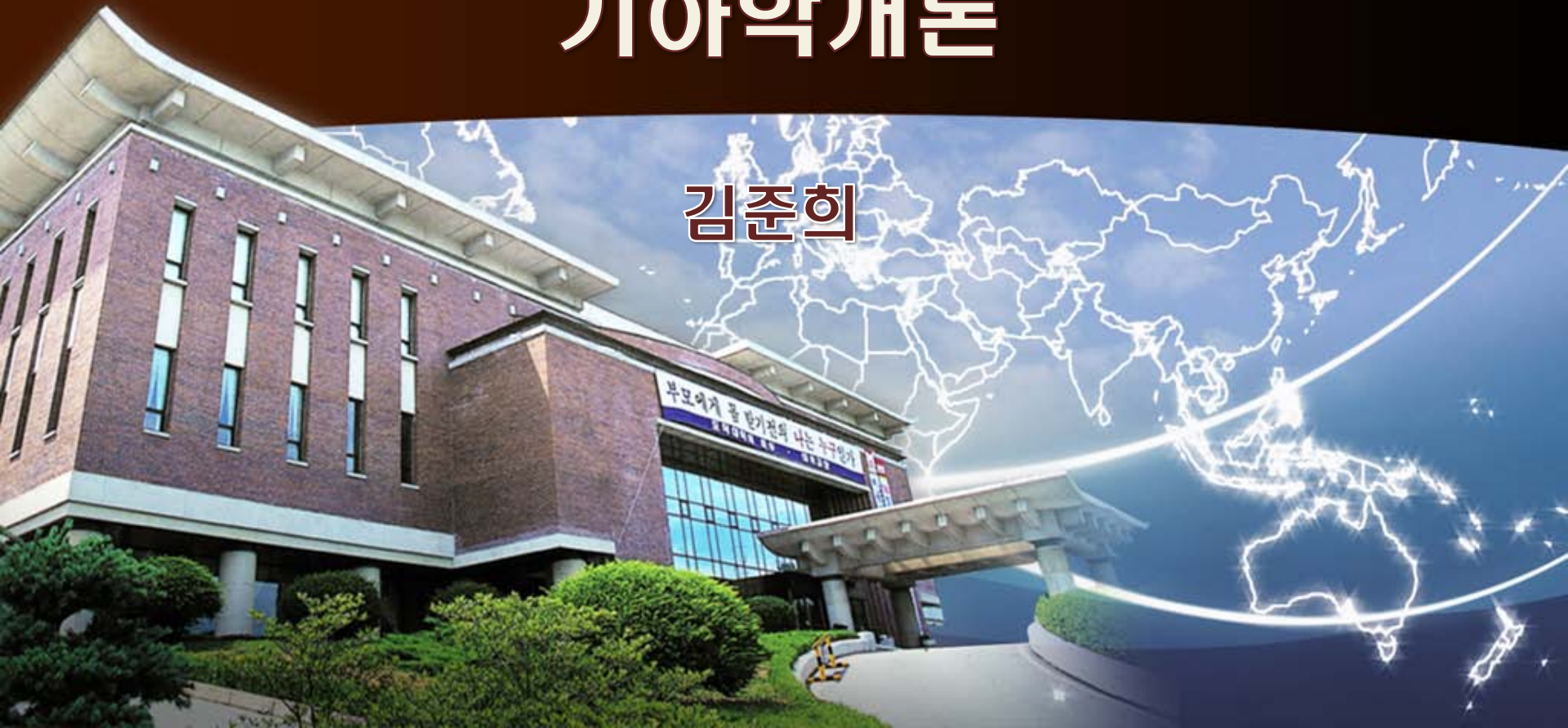
원광대학교
WONKWANG UNIVERSITY

자료 출처 : 기하학원론 가, 라 권
유클리드 씬, 이무현 옮김

NEW WAY, NEW LEADER WONKWANG UNIVERSITY

기하학개론

김준희



14 강 13권 정다면체

법칙6~법칙15



법칙 6

길이가 바른 직선을 평균과 작은 것의 비율로 잘라라. 그러면 각각의 토막들은 길이가 바르지 않은 직선이며, 뺀 직선이다.

보입

1. 길이가 바른 직선 AB를 평균과 작은 것의 비율로 점 C에서 잘랐다고 하자. AC가 더 긴 토막이라고 하자.

$$AB : AC = AC : CB$$

AC, CB는 길이가 바르지 않고, 뺀 직선임을 보여야 한다.

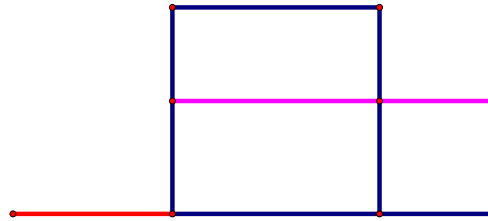


2. 직선 AB를 길게 늘여 AB의 길이의 절반이 되도록 AD를 잡자. $AB = 2AD$
3. 그러면 CD로 만든 정사각형의 넓이 = 5*(DA로 만든 정사각형 넓이)이다(13권 법칙1).
4. 따라서 정사각형(CD)과 정사각형(DA)의 넓이의 비율은 어떤 수와 어떤 수의 비율과 같다.
5. 그러므로 정사각형(CD)과 정사각형(DA)의 넓이를 같이 잴 수 있다(10권 법칙6).
6. 그런데 AB의 길이가 바르고 DA는 AB의 절반이므로 DA는 바르다. 따라서 정사각형(DA)의 넓이는 바르다(10권 뜻매김4). 그러므로 CD의 길이도 바르다.
7. 정사각형(CD) : 정사각형(DA) ≠ 제곱수 : 제곱수 이므로(단계3), CD와 DA는 길이를 같이 잴 수 없다(10권 법칙9).
8. CD, DA는 길이가 바른 직선들이며, 이들로 만든 직선은 정사각형들의 넓이만을 같이 잴 수 있으므로 AC는 뺀 직선이다(10권 법칙73). (뺀 직선의 정의에 의하여 AC는 길이가 바르지 않다).
9. 그리고 AB를 평균과 작은 것의 비율로 잘랐으며, AC가 긴 토막이니 직사각형(AB, BC) = 정사각형(AC)이다(6권 뜻매김3, 6권 법칙17, 참고: 단계1).

법칙 6

보입

10. 그러므로 뺀 직선인 AC로 만든 정사각형과 넓이가 같도록 직사각형을 만들어서 길이가 바른 직선 AB에 붙이면, 이 때 생기는 폭은 바로 BC이다.
11. 그런데 뺀 직선으로 만든 정사각형과 넓이가 같도록 직사각형을 만들어서 길이가 바른 직선에 붙이면 이 때 생기는 폭은 첫 번째 뺀 직선이다(10권 법칙97).
그러므로 CB는 첫 번째 뺀 직선이다. (뺀 직선의 정의에 의하여 CB는 길이가 바르지 않다)

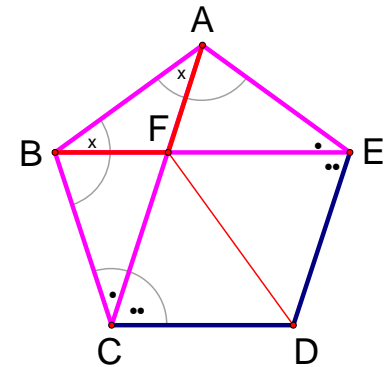


법칙 7

변들의 길이가 모두 같은 오각형이 있다고 하자. 이 오각형의 세 각의 크기가 같다고 하자. 그러면 이 오각형은 모든 각의 크기가 같다.

보입

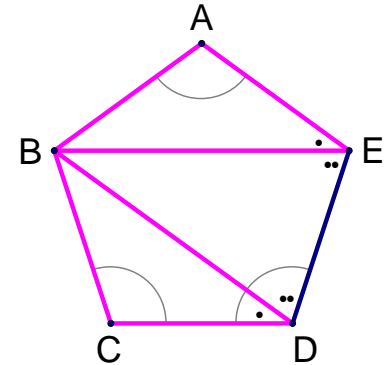
- 오각형 ABCDE의 모든 변들의 길이가 같다고 하자.
- 경우1)** 우선 연속된 세 각 A, B, C의 크기가 같다고 하자.
- 직선 AC, BE, FD를 그리자.
- $CB = EA$, BA는 공통, 각 $ABC =$ 각 BAE 이므로(교재와 다름)
 $AC = BE$ 이고, 삼각형 ABC는 삼각형 BAE와 같다(1권 법칙4).
- 따라서 각 $BCA =$ 각 AEB , 각 $CAB =$ 각 EBA 이다.
그러므로 $AF = BF$ 이다(1권 법칙6).
- 그런데 $AC = BE$ 이므로, 남는 것 $FC = FE$ 이다.
- 또한 $CD = DE$, $FC = FE$, FD 는 공통이므로,
각 $FCD =$ 각 FED 이다(1권 법칙8).
- 그러므로 각 $BCD =$ 각 AED 이다.
- 가정에 의하여 각 $BCD =$ 각 $A =$ 각 B 이므로, 각 $AED =$ 각 $A =$ 각 B 이다.
- 마찬가지 방법으로 각 $CDE =$ 각 $A =$ 각 $B =$ 각 C 임을 보일 수 있다.



법칙 7

보입

11. **경우2)** 세 각 A, C, D의 크기가 같다고 하자.
 12. 직선 BD, BE를 그리자.
 13. $BA = BC$, $AE = CD$, 각 A = 각 C이므로,
 $BE = BD$ 이고 삼각형 ABE와 삼각형 CBD는 같다(1권 법칙4).
 14. 따라서 각 AEB = 각 CDB 이다.
 15. 또한 $BE = BD$ 이므로 각 BED = 각 BDE 이다(1권 법칙5).
 따라서 각 AED = 각 CDE 이다.
 16. 가정에 의하여 각 CDE = 각 A = 각 C 이므로, 각 AED = 각 A = 각 C 이다.
 17. 마찬가지로 각 ABC도 다른 각과 같음을 보일 수 있다.
18. 모든 경우를 생각했으므로, 주어진 오각형 ABCDE의 모든 각들의 크기가 같다.

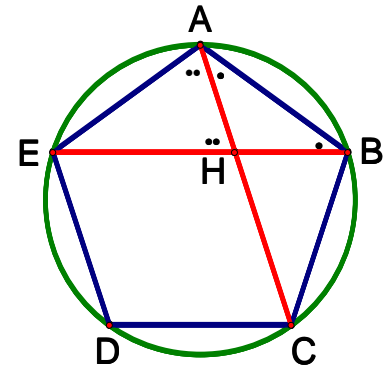


법칙 8

변들의 길이가 모두 같고 각들의 크기가 모두 같은 오각형(정오각형)에서 차례차례 있는 두 각을 마주 보는 직선들을 그으면, 그 직선들은 서로를 평균과 작은 것의 비율로 자른다. 이 때 생기는 긴 토막은 오각형의 변과 길이가 같다.

보입

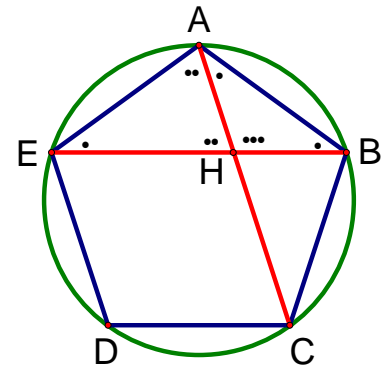
1. 정오각형 ABCDE에서 두 각 A, B와 마주 보도록 직선 BE, AC를 그리고, 그 교점을 H라 하자.
2. 오각형 ABCDE에 외접하도록 원 ABCDE를 그리자(4권 법칙14).
3. $EA = AB$, $AB = BC$, 각 A = 각 B 이므로, $BE = AC$ 이고 삼각형 EAB와 삼각형 ABC는 같다(1권 법칙4).
4. 따라서 각 $BAC =$ 각 ABE 이다. (교재와 같음, 법칙7의 단계4와 비교)
5. 그러므로 각 $AHE = 2*(\text{각 } BAH)$ 이다(1권 법칙 32).
6. 또한 호 $EDC = 2*(\text{호 } CB)$ 이기 때문에, 각 $EAC = 2*(\text{각 } BAC)$ 이다 (3권 법칙28, 6권 법칙33) (법칙 사용된 부분 주목)
7. 따라서 각 $HAE =$ 각 AHE 이고, $HE(AB) = EA$ 이다(1권 법칙6).



법칙 8

보입

8. $BA = AE$ 이므로, 각 $ABE =$ 각 AEB 이다(1권 법칙5).
따라서 각 $BEA =$ 각 BAH 이다.
9. 각 ABE 는 두 삼각형 ABE, HBA 에 공통으로 있으므로,
남은 각 $BAE =$ 각 AHB 이다(1권 법칙32).
10. 따라서, 두 삼각형 ABE, HBA 는 각들의 크기가 같다.
그러므로 $EB : AB = AB : HB$ 이다(6권 법칙4).
11. $AB = EH$ 이므로, $EB : EH = EH : HB$ 이다.
12. 그런데 $EB > EH$ 이므로 $EH > HB$ 이다(5권 법칙14).
13. 그러므로 점 H 는 BE 를 평균과 작은 것의 비율로 자른 것이다.
14. 마찬가지로 점 H 가 AC 를 평균과 작은 것의 비율로 자르고
긴 토막 CH 가 정육각형의 변과 길이가 같음을 보일 수 있다.

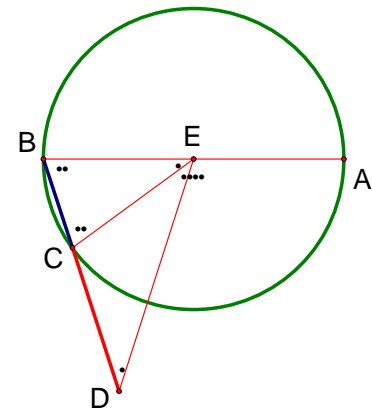


법칙 9

같은 크기의 원에 내접하는 정육각형의 변과 정십각형의 변을 더해라. 그러면 전체 직선을 평균과 작은 것의 비율로 자른 것과 같으며, 긴 토막이 정육각형의 변이다.

보입

1. 원 ABC에 내접하는 정십각형의 한 변을 BC라 하고 내접하는 정육각형의 한 변의 길이가 CD와 같다고 하자.
 $BD : CD = CD : BC$ 이고 CD가 더 긴 토막임을 보여야 한다.
2. 원의 중점 E를 잡고, 직선 EB, EC, ED를 그리자.
3. 직선 BE를 연장하여 원과 만나는 점을 A라 하자.
4. BC는 정십각형의 한 변이므로 호 $ACB = 5^*(\text{호 BC})$ 이다.
따라서 호 $AC = 4^*(\text{호 BC})$ 이다.
5. 또한 호 $AC : \text{호 BC} = \text{각 AEC} : \text{각 CEB}$ 이다(6권 법칙33). 따라서 $\text{각 AEC} = 4^*(\text{각 CEB})$ 이다.
6. $\text{각 EBC} = \text{각 ECB}$ (1권 법칙5)이므로, $\text{각 AEC} = 2^*(\text{각 ECB})$ 이다(1권 법칙32).
7. 그리고 $EC = CD$ 이므로(4권 법칙15의 딸린 법칙, 정육각형의 작도과정에서 알 수 있음), $\text{각 CED} = \text{각 CDE}$ (1권 법칙5)이다. 따라서 $\text{각 ECB} = 2^*(\text{각 EDC})$ 이다(1권 법칙32).
8. 단계6, 7에 의하여, $\text{각 AEC} = 4^*(\text{각 EDC})$ 이다. 그러므로 $\text{각 EDC} = \text{각 BEC}$ 이다.
9. 각 EBD는 두 삼각형 BEC, BDE에 공통으로 있으므로, 나머지 $\text{각 BED} = \text{각 BCE}$ 이다(1권 법칙32).
따라서 $DB : BE = EB : BC$ 이다(6권 법칙4).
10. $EB = CD$ 이므로, $BD : CD = CD : BC$ 이며, $BD > CD$ 이므로 $CD > BC$ 이다.



법칙 10~15

과제물입니다.
법칙 11은 소직선 관련 법칙으로 제외

