

식의 계산

2



2.1 다항식의 전개와 인수분해

항 : 수와 문자들의 곱으로 이루어진 것.

다항식 : 유한 개의 항들의 합으로 이루어진 식.

동류항 : 다항식에서 어떤 한 문자에 대하여 차수가 같은 항.

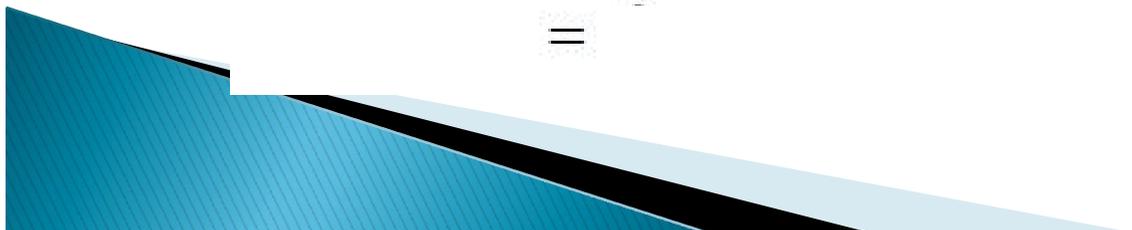
세 다항식 A, B, C 에 대하여

$$A + B = B + A, AB = BA \text{ (교환법칙)}$$

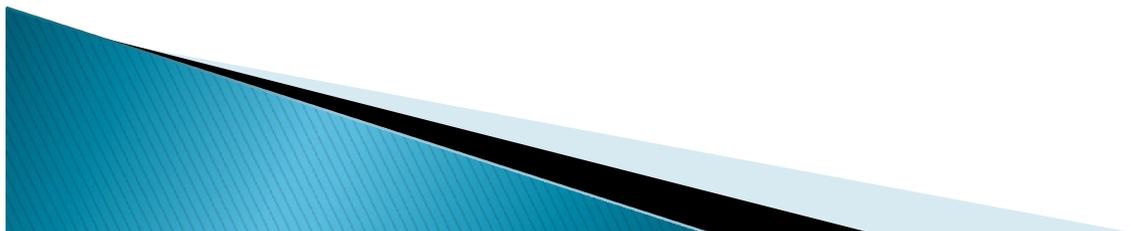
$$(A + B) + C = A + (B + C), (AB)C = A(BC) \text{ (결합법칙)}$$

$$A(B + C) = AB + AC, (A + B)C = AC + BC \text{ (분배법칙)}$$

$$(x + 2)(x + 5) =$$

$$=$$
$$=$$
$$=$$


예제 ① — $(a+b+c)^2$ 을 전개하여라.



예제 1 $(a + b + c)^2$ 을 전개하여라.

$$\text{[풀이]} (a + b + c)^2 = [a + (b + c)]^2$$

$$= a^2 + 2a(b + c) + (b + c)^2$$

$$= a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

... ◉



곱셈 공식

$$(1) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2) (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(3) (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(4) (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

$$(5) (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(6) (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3,$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

인수분해 : 다항식의 전개와는 역으로, 한 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타내는 것.

$$(x+2)(x-5) \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{전개}} \\ \xleftarrow{\text{인수분해}} \end{array} x^2 - 3x - 10$$



인수분해 공식

(0) $ax + ay = a(x + y)$

(1) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2, a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

(2) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

(3) $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

(4) $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

(5) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3,$

$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$

(6) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2),$

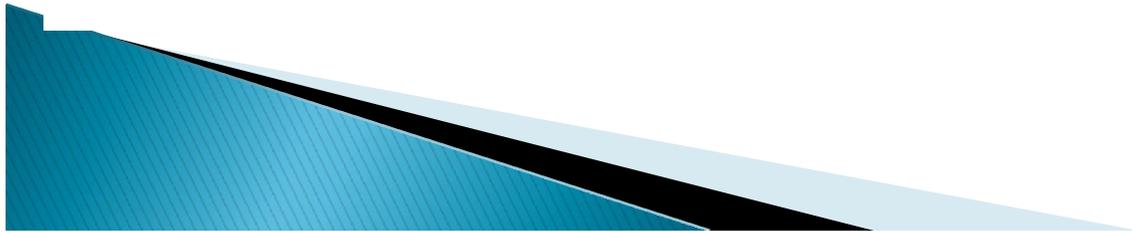
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

(7) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \longrightarrow$

$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3 - 3abc \\ &= (a + b)^3 + c^3 - 3ab(a + b + c) \\ &= (a + b + c)\{(a + b)^2 - (a + b)c + c^2\} - 3ab(a + b + c) \\ &= (a + b + c)\{(a + b)^2 - (a + b)c + c^2 - 3ab\} \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \end{aligned}$$

(8) $a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) \longrightarrow a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$



예제 2 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $2x^2 - 7x + 3$

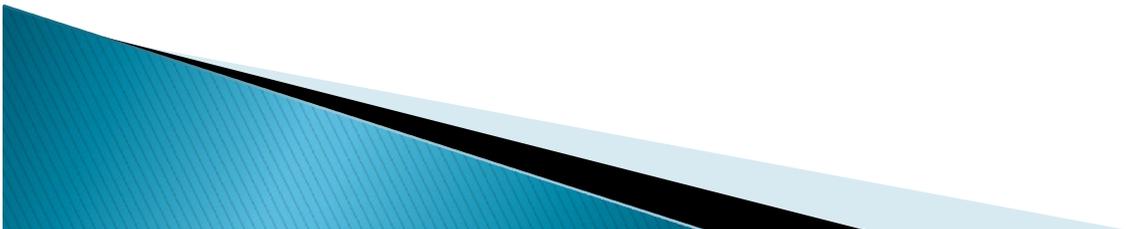
인수분해공식 (4)

(2) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

인수분해공식 (6)

(3) $x^3 + 64$

인수분해공식 이용



[풀이] (1) 2와 3을 적당히 조정해서 일차항의 계수 7이 나오도록
만들면

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - 7x + 3 \\
 2x \quad \times \quad -1 \quad -x \\
 x \quad \times \quad -3 \quad -6x \\
 \hline
 -7x
 \end{array}$$

이다. 따라서

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad x^3 - 6x^2 + 12x - 8 &= x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 - 2^3 \\
 &= (x - 2)^3
 \end{aligned}$$

$$(3) \quad x^3 + 64 = x^3 + 4^3 = (x + 4)(x^2 - 4x + 16)$$

... ○