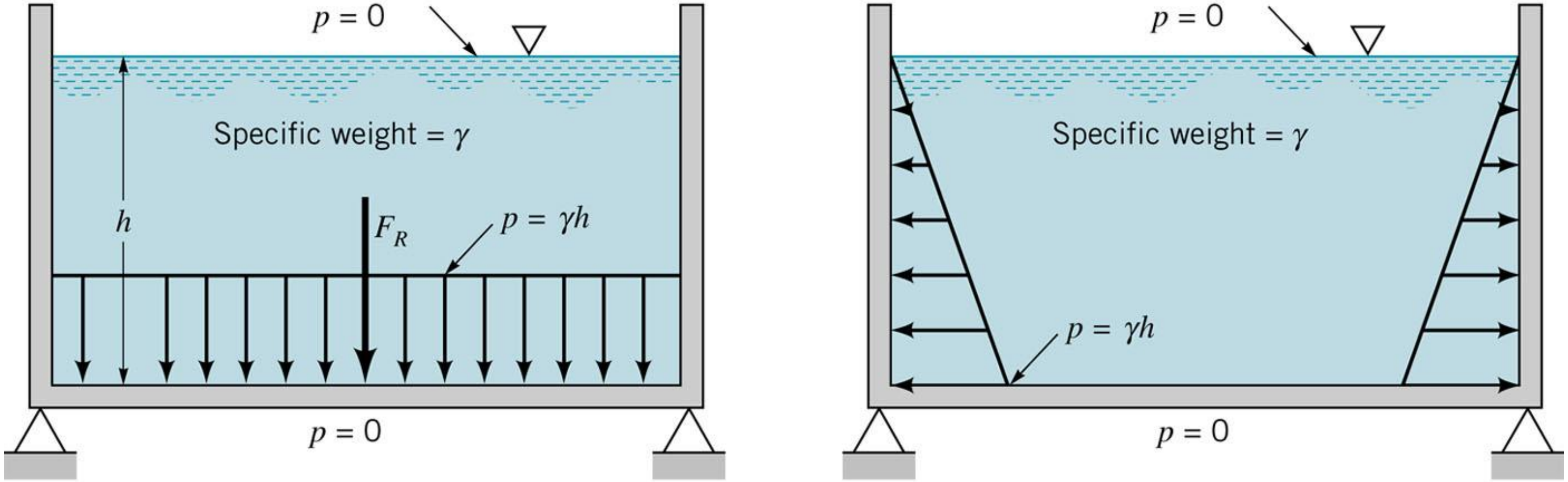
제2장 유체정역학

2.8 평면에 작용하는 정수력

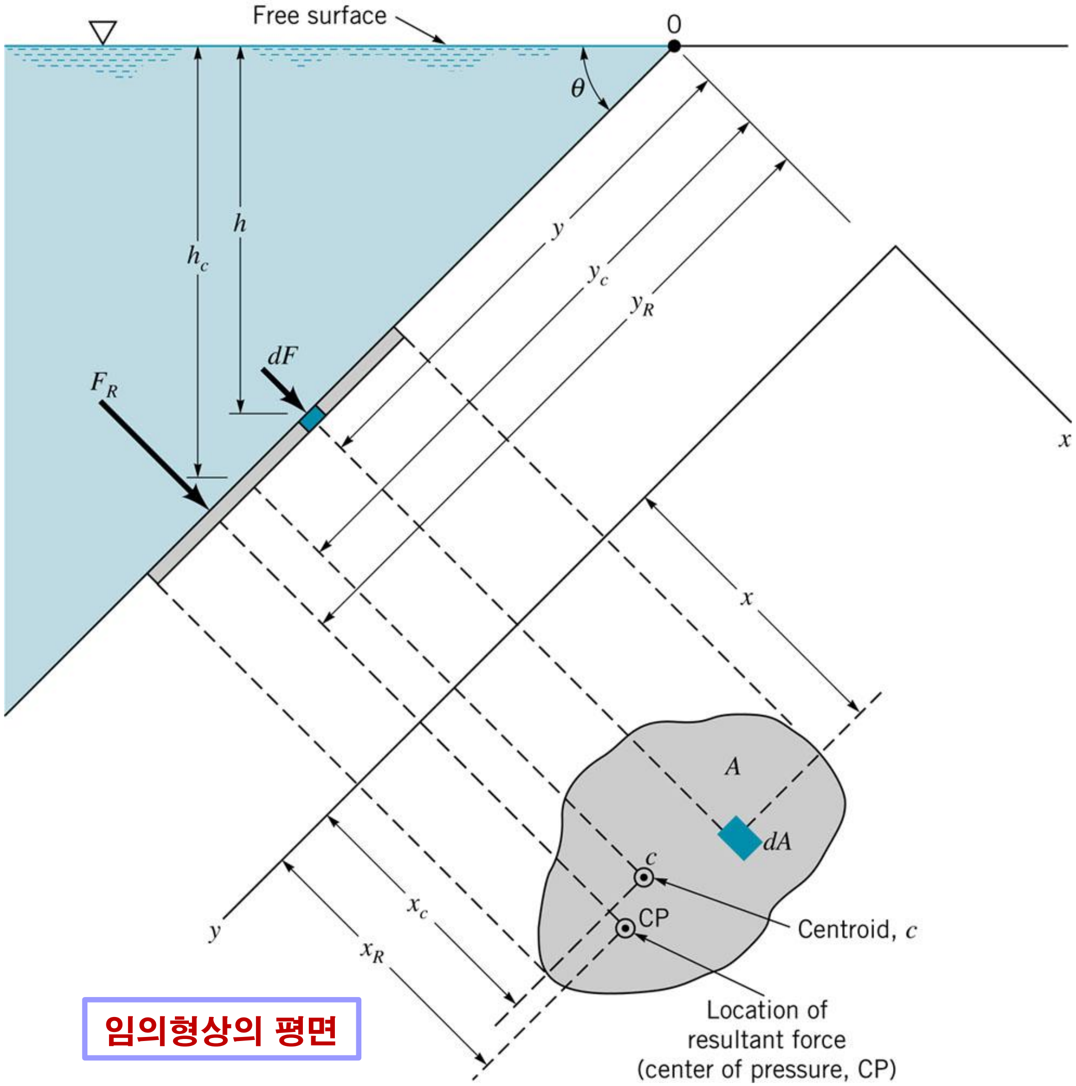
- 저장탱크, 배, 댐, 수력구조물 설계
- 정지되어 있는 유체 → 전단응력 x, 힘은 표면에 수직으로 작용
- 유체가 비압축성이면 압력은 깊이에 따라 선형적으로 변한다.



(a) Pressure on tank bottom (b) Pressure on tank ends

$$\boxed{F_R = pA}$$

제2장 유체정역학



임의형상의 평면

◆ 합력의 크기 : $\boxed{F_R = \gamma h_c A}$

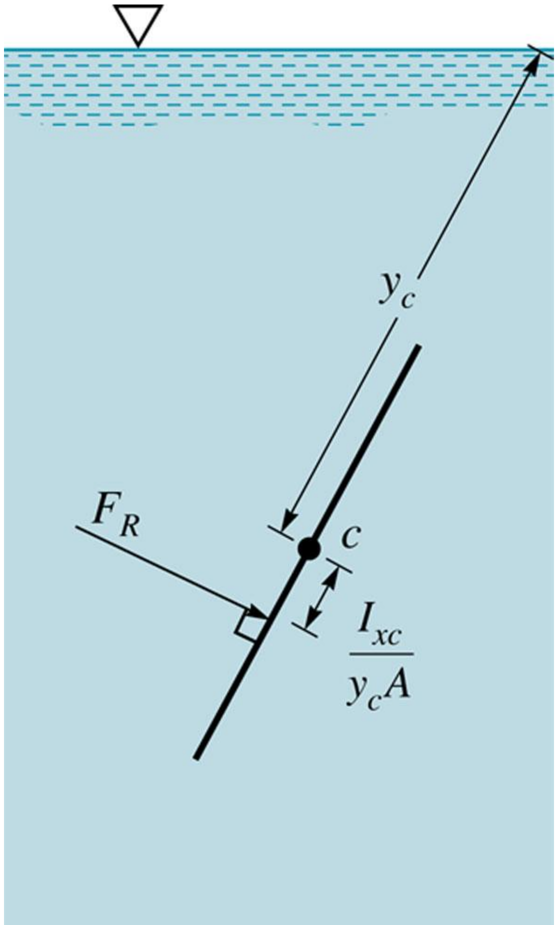
◆ 합력의 방향 : 표면에 수직

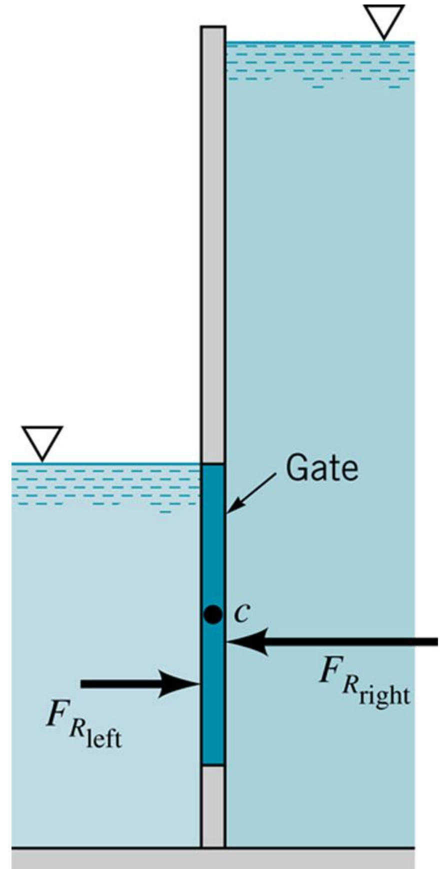
◆ 합력의 작용점(압력중심) :

$$\boxed{y_R = \frac{I_{xc}}{y_c A} + y_c} \quad \boxed{x_R = \frac{I_{xyc}}{y_c A} + x_c}$$

여기서,

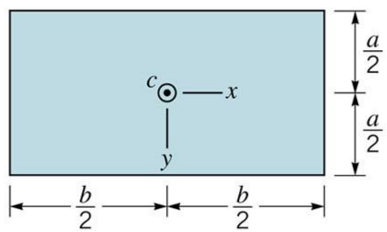
- h_c : 유체 표면에서 도심까지의 수직거리
- I_{xc} : x축에 평형하며 도심을 지나는 축에 대한 단면 2차모멘트
- I_{xyc} : x-y좌표계를 평형이동하여 도심을 지나도록 만든 직교좌표계에 대한 관성상승모멘트





yc가 커지면 작용점의 깊이는 작아진다.

유체의 합력은 면적의 도심을 지나지 않는다.



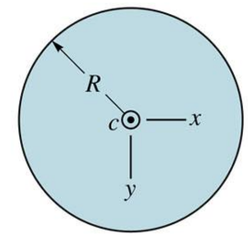
$A = ba$

$I_{xc} = \frac{1}{12}ba^3$

$I_{yc} = \frac{1}{12}ab^3$

$I_{xyc} = 0$

(*a*) Rectangle

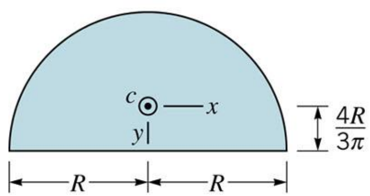


$A = \pi R^2$

$I_{xc} = I_{yc} = \frac{\pi R^4}{4}$

$I_{xyc} = 0$

(*b*) Circle



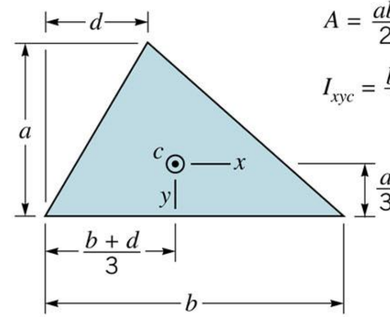
$A = \frac{\pi R^2}{2}$

$I_{xc} = 0.1098R^4$

$I_{yc} = 0.3927R^4$

$I_{xyc} = 0$

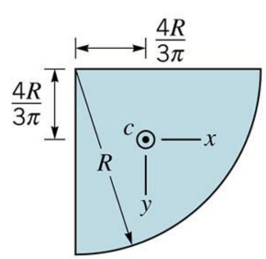
(*c*) Semicircle



$A = \frac{ab}{2}$ $\quad I_{xc} = \frac{ba^3}{36}$

$I_{xyc} = \frac{ba^2}{72}(b - 2d)$

(*d*) Triangle



$A = \frac{\pi R^2}{4}$

$I_{xc} = I_{yc} = 0.05488R^4$

$I_{xyc} = -0.01647R^4$

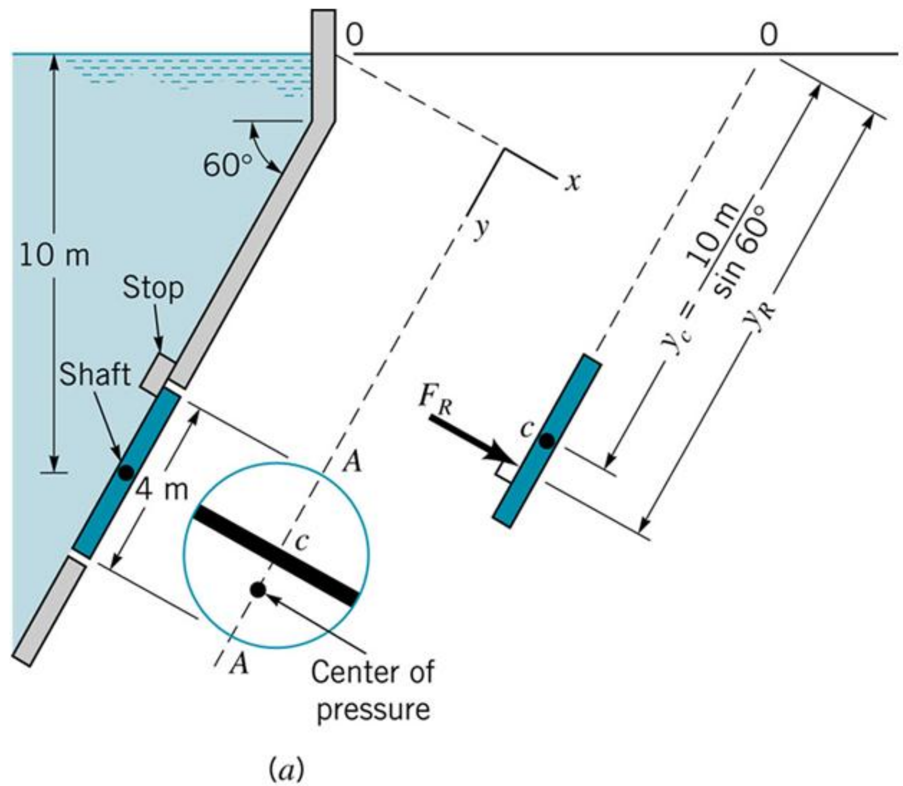
(*e*) Quarter circle

예제 2.6 : 평면 원형의 표면에 작용하는 정수력

직경 4m 원형수문, 물(γ =9.8kN/m^3), 수문은 수평방향의 직경을 따라 설치된 축에 의해 고정, 축 위로의 물 깊이는 10m이다.

(a) 물에 의하여 수문에 가해지는 합력의 크기와 위치?

(b) 수문을 열기 위해 축에 가해야 하는 모멘트



(a)물이 가하는 힘의 크기

$$F_R = \gamma h_c A$$

$$= (9.8\times10^3\,N/m^3)(10m)(\frac{\pi 4^2}{4}m^2)$$

$$= 1.23MN$$

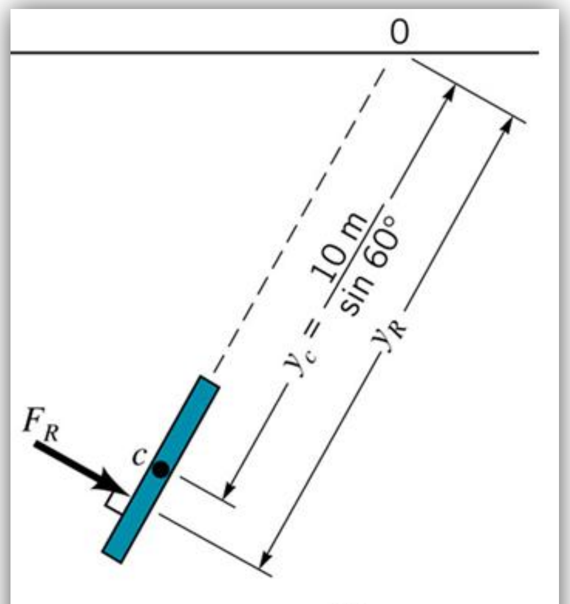
(a) 합력의 작용점

$$x_R = \frac{I_{xyc}}{y_c A} + x_c$$ 에서, 수문이 대칭이고 압력중심은 A-A위에 있어야 하므로 $x_R = 0$

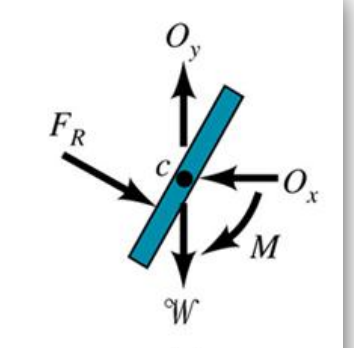
$$y_R = \frac{I_{xc}}{y_c A} + y_c$$ 에서, $I_{xc} = \pi R^4 / 4$ 이므로

$$y_R = \frac{(\frac{\pi}{4})(2m)^4}{(\frac{10m}{\sin 60})(\frac{\pi 2^2}{4} m^2)} + \frac{10m}{\sin 60} = 11.6m$$

여기서, $y_R - y_C = 0.0866m$



(b)



(c)

(b) 그림 (c)로 부터

여기서, W : 수문의 무게, Ox, Oy : 축에 작용하는 반력,

M : 축에 작용하는 모멘트 이므로

$$\sum M_C = 0$$

$$M - F_R(y_R - y_C) = 0$$

$$M = F_R(y_R - y_C) = 1.07\times10^5\ N.m$$

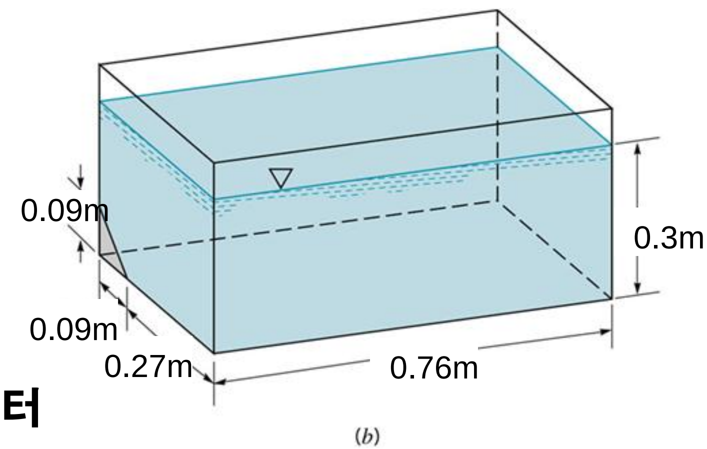
예제 2.7 : 평면 삼각형의 표면에 작용하는 정수압 힘

수족관, 바닷물(γ =10.1kN/m³), 0.3m 깊이.

수족관 한쪽 구석 수리

(a) 삼각형 면에 작용하는 힘의 크기?

(b) 힘의 위치?



(b)

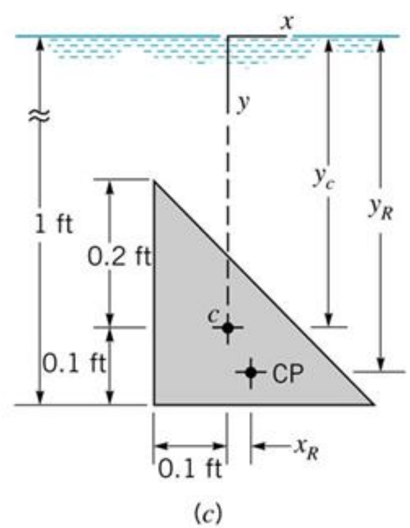
(a) 수리한 면이 수직면에 있으므로 그림 (c)로 부터

$$y_c = h_c = 0.27m$$

$$F_R = \gamma h_c A$$

$$= (10.1kN/m^3)(0.27m)(\frac{0.09^2}{4}m^2)$$

$$= 11N$$



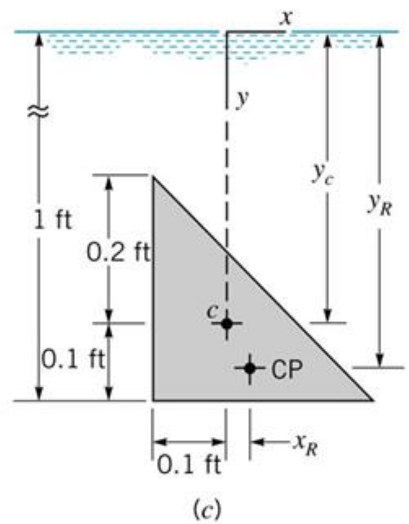
(c)

(b) 압력중심(CP)의 y좌표는 $y_R = \dfrac{I_{xc}}{y_c A} + y_c$ 이므로

아래의 그림에서

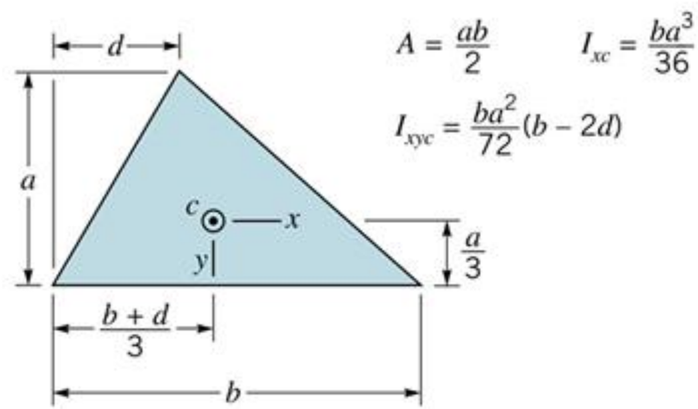
$$I_{xc} = \frac{ba^3}{36} = \frac{(009m)(0.09m)^3}{36} = \frac{6.6\times10^{-5}}{36} m^4$$, 따라서

$$y_R = 0.2717m$$



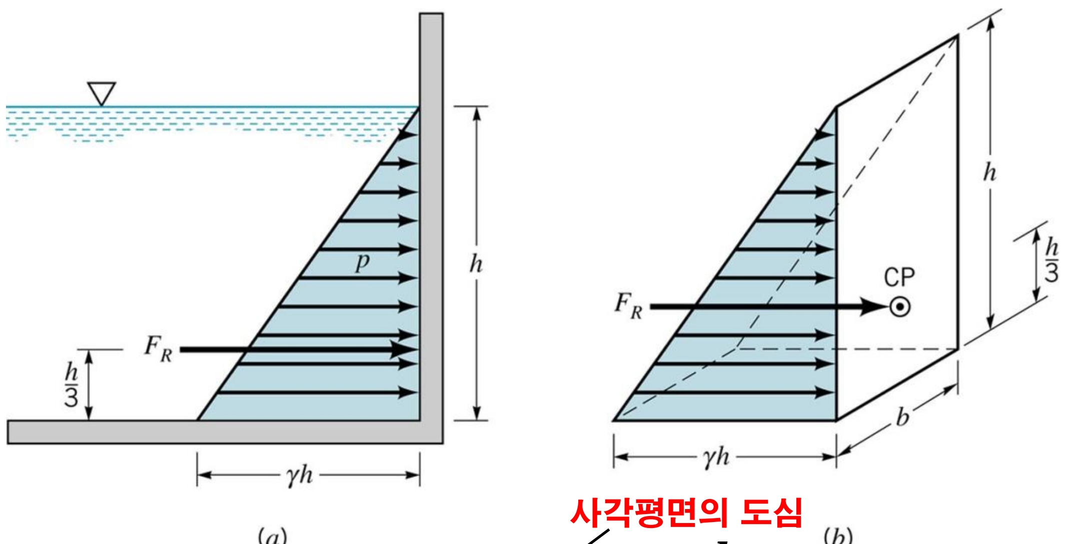
압력중심(CP)의 x좌표는 $x_R = \dfrac{I_{xyc}}{y_c A} + x_c$ 이므로

$$x_R = 8.38\times10^{-4} m = 0.84mm$$



2.9 압력프리즘

- 사각평면에 작용하는 유체의 힘에 대한 유익한 도식법
- 비중량 γ인 액체, 폭 b인 탱크의 수직벽에 가해지는 압력분포

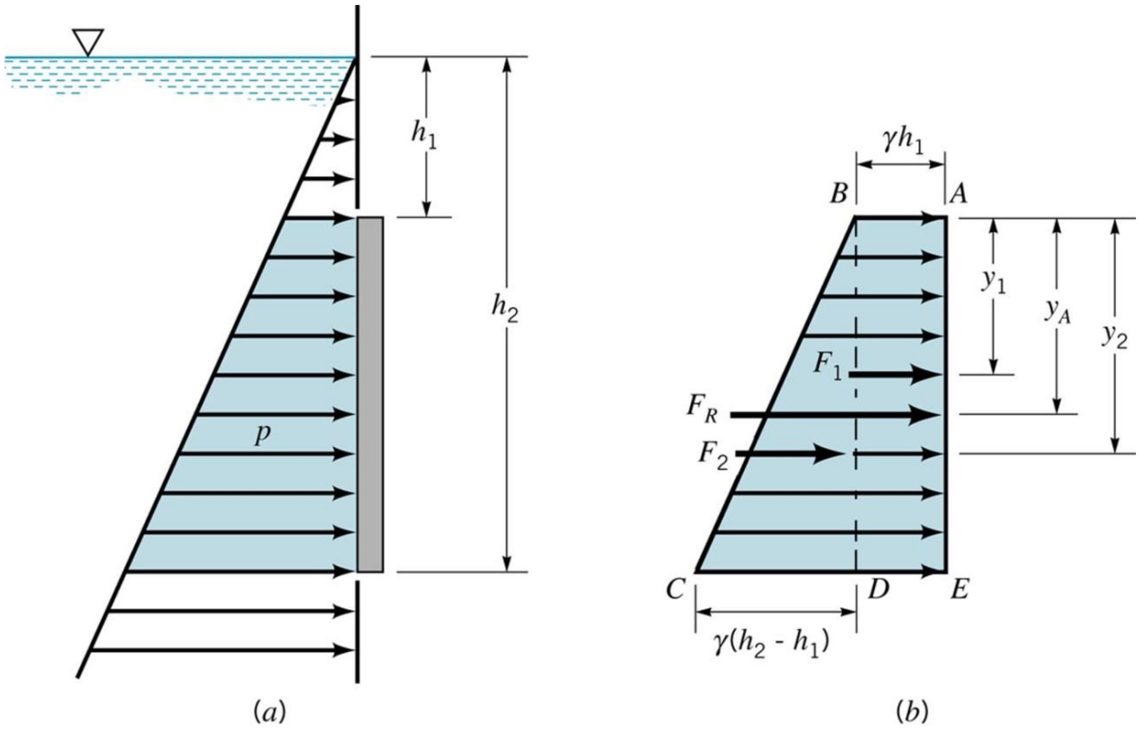


(1) 작용하는 합력 (식2.18) : $F_R = \gamma h_c A = \gamma(\frac{h}{2})A$

$$F_R = prism\ \text{volume} = \frac{1}{2}(\gamma h)(bh) = \gamma(\frac{h}{2})A$$

(2) 합력의 위치 : 프리즘의 도심(밑에서 h/3 위치)

◆ 평면이 유체표면까지 연장되지 않는 경우 : 앞과 동일

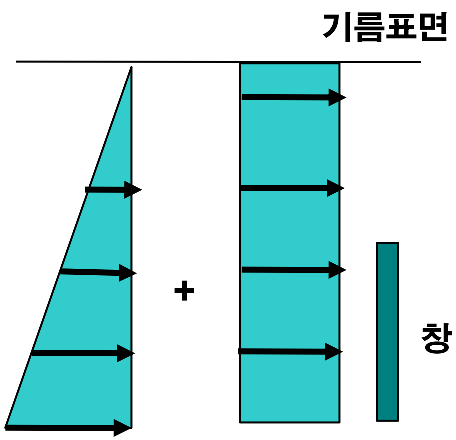


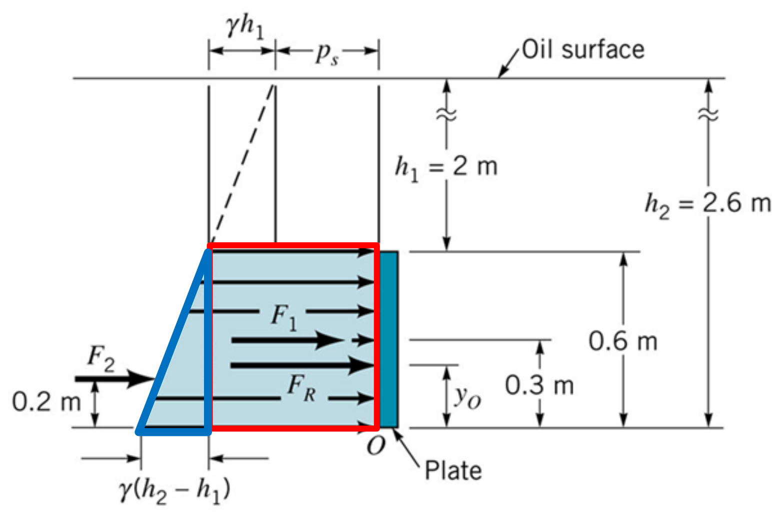
합력 : $F_R = F_1 + F_2$

합력의 위치 : $F_R y_A = F_1 y_1 + F_2 y_2$ 에서 $y_A = \dfrac{F_1 y_1 + F_2 y_2}{F_R}$

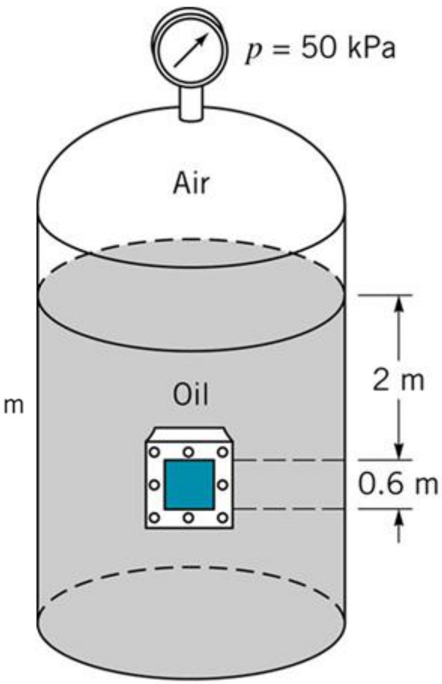
예제 2.8 : 압력 프리즘 개념의 적용

기름(SG=0.9), 가압탱크, 옆면 작은 창, 탱크내 공기의 압력 50kPa, 탱크 밖은 대기압 일 때 평판에 가해지는 합력과 위치?





(b)



(a)

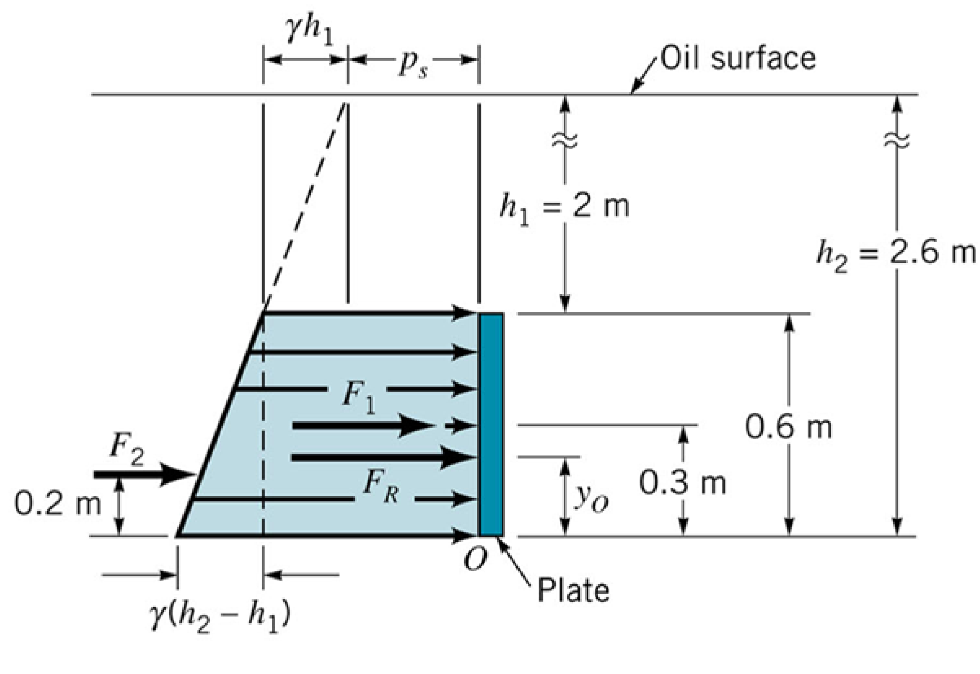
$$F_1 = (p_s + \gamma h_1)A = 24.4 \times 10^3\ N$$

$$F_2 = \gamma\left(\frac{h_2 - h_1}{2}\right)A = 0.954 \times 10^3\ N$$

$$\therefore F_R = F_1 + F_2 = 25.4kN$$

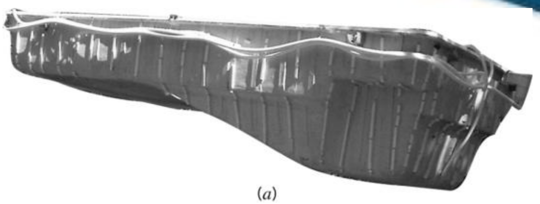
$$F_R y_o = F_1(0.3m) + F_2(0.2m)$$

$$\therefore y_o = 0.296m$$



(b)

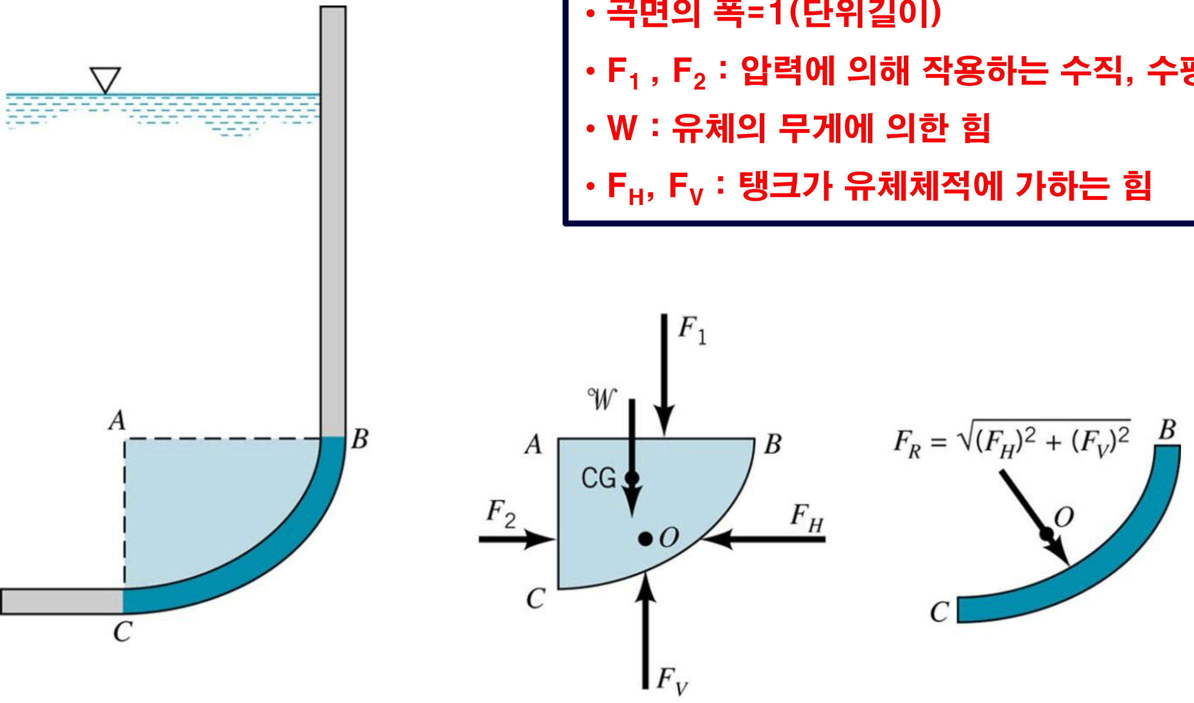
2.10 곡면에 작용하는 정수력



(a)

• 곡면의 수평 및 수직 투영면과 곡선으로 둘러싸인 유체체적의 평형을 고려

• 곡면의 폭=1(단위길이)
• F_1 , F_2 : 압력에 의해 작용하는 수직, 수평방향의 힘
• W : 유체의 무게에 의한 힘
• F_H, F_V : 탱크가 유체체적에 가하는 힘



(b) (c) (d)

$$\sum F_x = 0; \quad F_2 - F_H = 0$$

$$\therefore F_H = F_2$$

$$\sum F_y = 0; \quad F_V - F_1 - W = 0$$

$$\therefore F_V = F_1 + W$$

$$\boxed{F_R = \sqrt{F_H^{\,2} + F_V^{\,2}}}$$

예제 2.9 : 곡면에 작용하는 정수압 힘

**직경 1.8m 배수관, 흐르지 않는 물, 반만 차 있다.
길이 0.3m인 곡면 BC에 가해지는 물에 의한 합력과 작용위치는?**

- **합력 :**

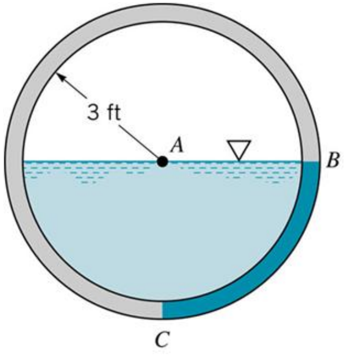
$$F_H = F_1 = \gamma h_c A = 1{,}191N$$

$$F_V = W = \gamma V = 1{,}870N$$

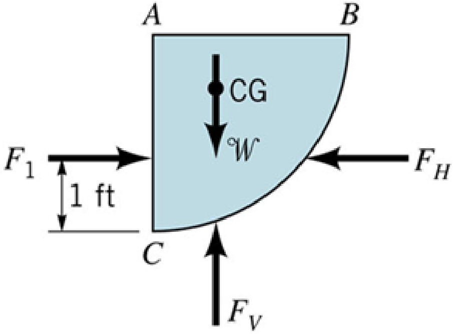
$$F_R = \sqrt{F_H^{\ 2} + F_V^{\ 2}} = 2{,}218N$$

- **작용점: 그림 (d)와 같이**

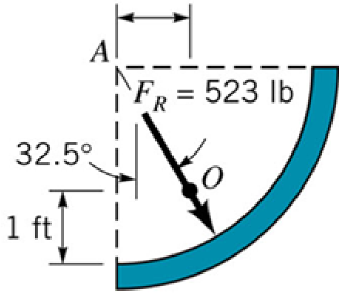
x방향으로는 무게중심과 y방향으로 도심을 지나는 위치에 작용한다.



(b)



(c)



(d)

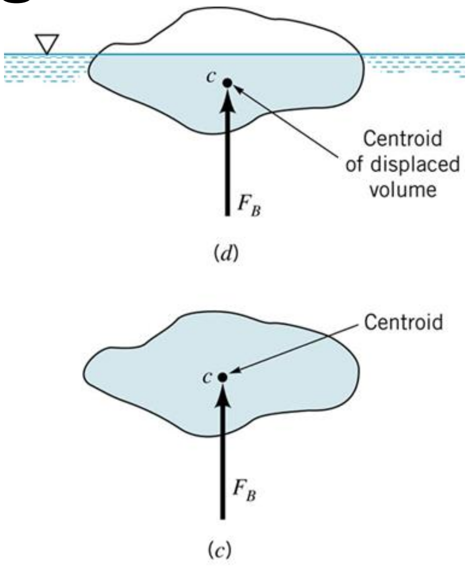
2.11 부력, 물체와 안정성

◆ 2.11.1 아르키메데스의 원리

• 부력(buoyant force) : 물체가 유체에 일부 또는 전부가 잠겨있을 때 물체에 가해지는 힘

• 압력은 깊이에 따라 증가➔ 물체의 밑에서 작용하는 압력 힘> 위에서 작용하는 압력 힘

∴ 위로 수직력이 발생



$$\boxed{F_B = \gamma V}$$

• 크기 : 물체에 의해 배제된 유체의 무게

• 방향 : 위 방향

• 작용점 : 배제된 체적의 도심 (부력중심)