

제3장 유체동역학

3.6 베르누이 방정식 응용의 예

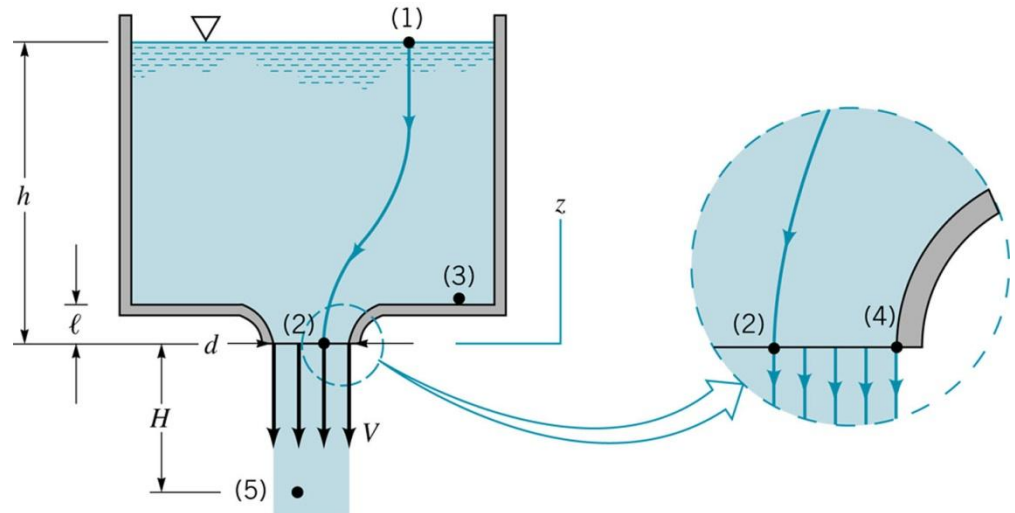
3.6.1 자유제트

유선 위의 두 점 (1)과 (2)사이에 베르누이 방정식을 적용하면

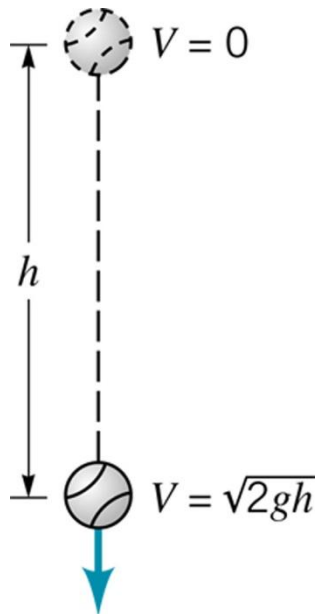
$$\cancel{P_1} + \frac{1}{2} \cancel{\rho} \cancel{V_1}^2 + \gamma Z_1 = \cancel{P_2} + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \gamma Z_2 \quad \text{이므로} \quad \gamma h = \frac{1}{2} \rho V_2^2 \quad \text{이다. 즉,}$$

Why? (자유제트는 대기 중에 노출되어 있으므로 대기압)

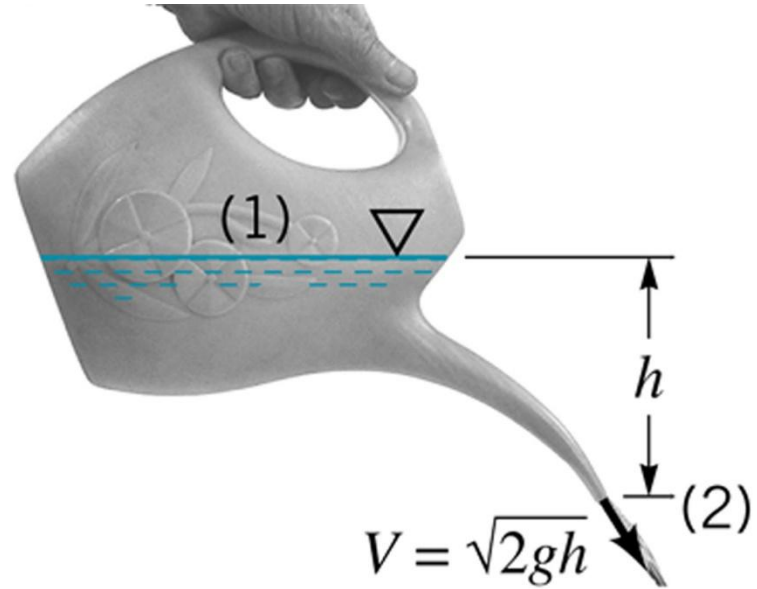
$$V = \sqrt{2 \frac{\gamma h}{\rho}} = \sqrt{2gh}$$



제3장 유체동역학

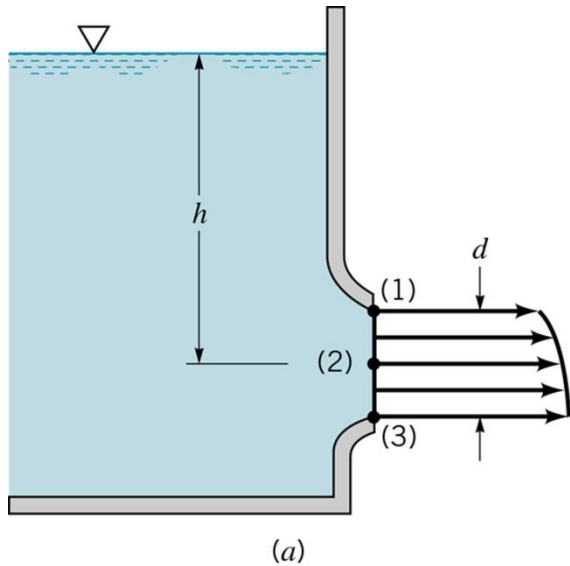


공기 저항이 없는 경우의 자유낙하운동
(동역학)

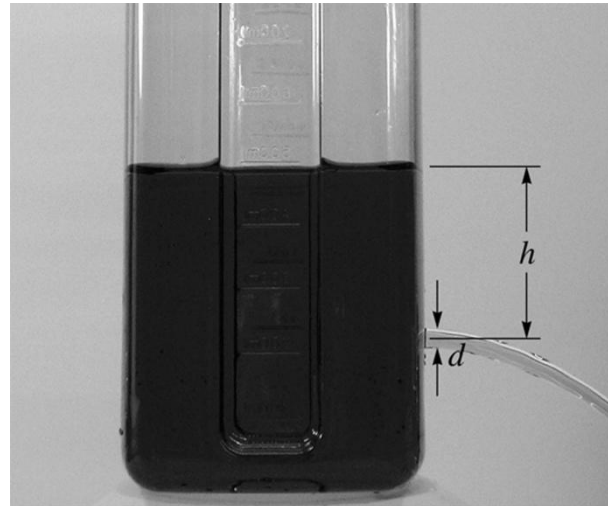


점성력(마찰)이 무시될 수 있을 때, 입자의 모든
위치에너지는 운동에너지로 변환된다는 의미

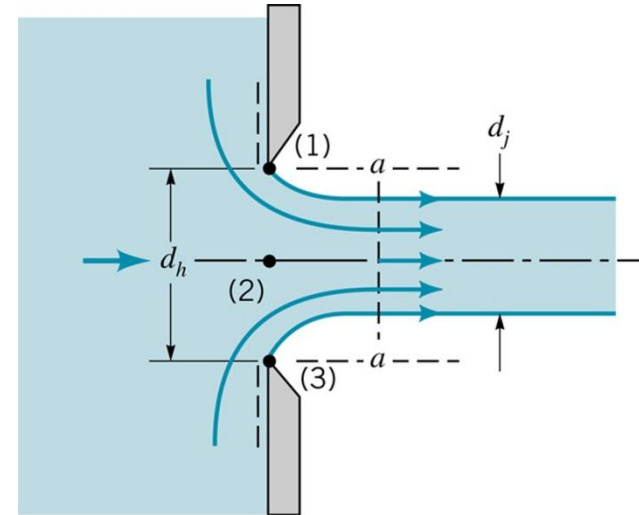
제3장 유체동역학



$$V_1 < V_2 < V_3$$



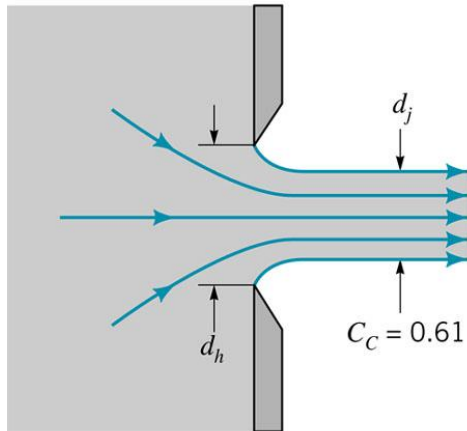
평균속도를 이용해도 무방



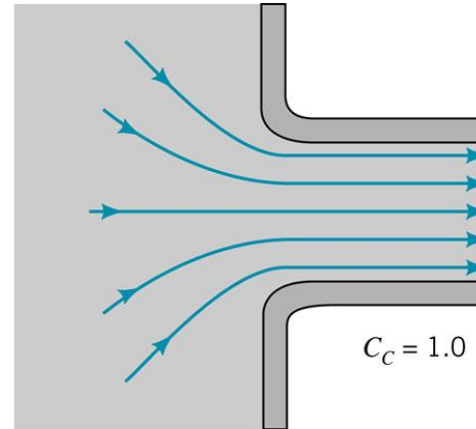
베나 콘트렉타 (Vena contracta)

제3장 유체동역학

• 수축계수 (contraction coefficient)

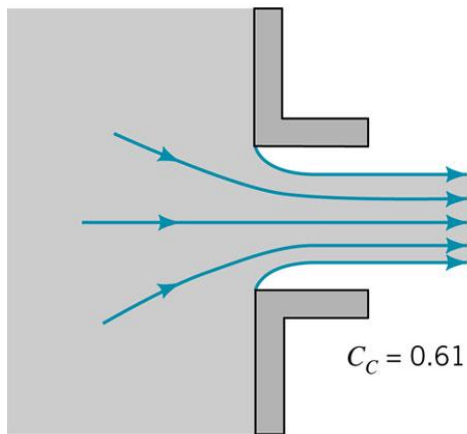


(a) Knife edge

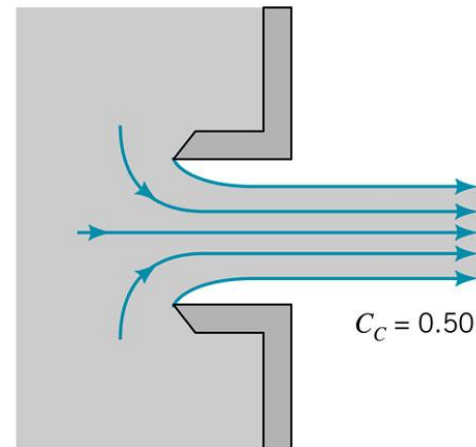


(b) Well rounded

$$C_c = A_j/A_h = (d_j/d_h)^2$$



(c) Sharp edge



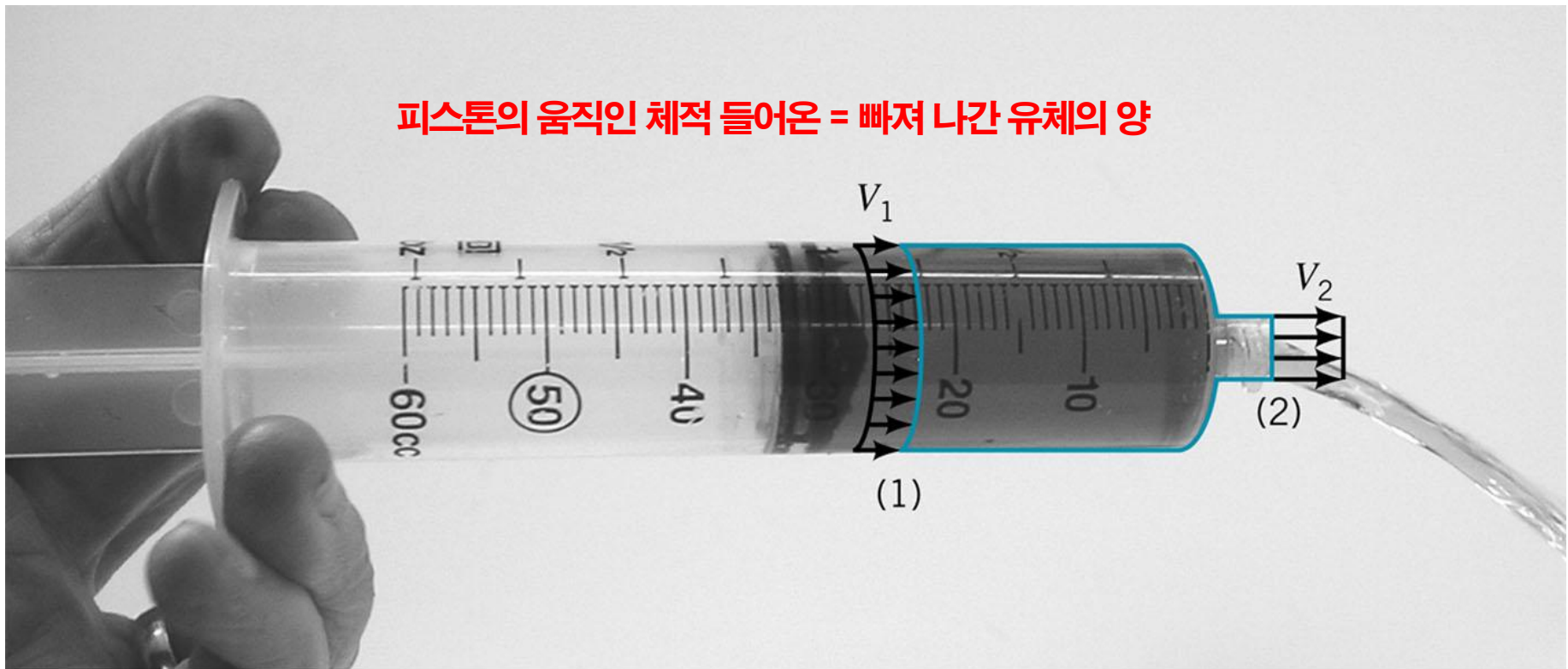
(d) Re-entrant

제3장 유체동역학

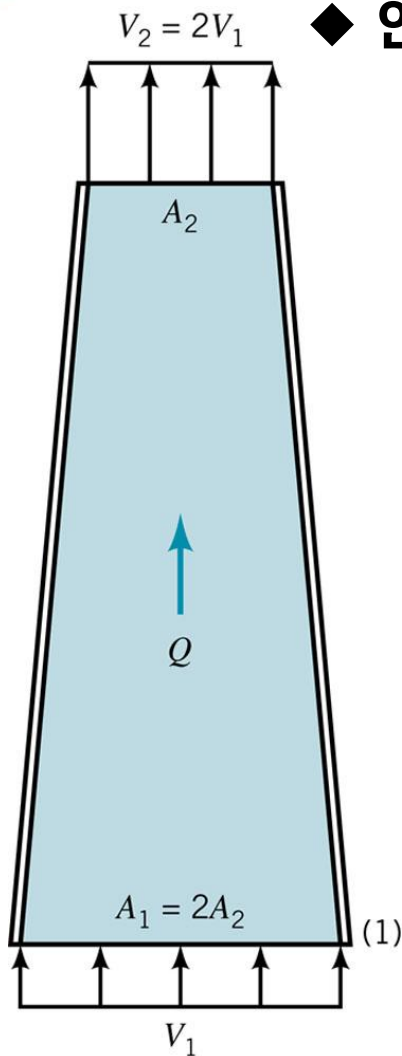
3.6.2 닫힌 유동

- 연속방정식 (continuity equation), 질량보존의 법칙

피스톤의 움직인 체적 들어온 = 빠져 나간 유체의 양



제3장 유체동역학



◆ 연속방정식 (continuity equation), 질량보존의 법칙

- (체적) 유량 : $Q = AV$

- 질량 유량 : $\dot{m} = \rho Q = \rho AV$

여기서, A: 단면적, V : 속도라고 할 때

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$$

비압축성 유동인 경우는

$$Q_1 = Q_2$$

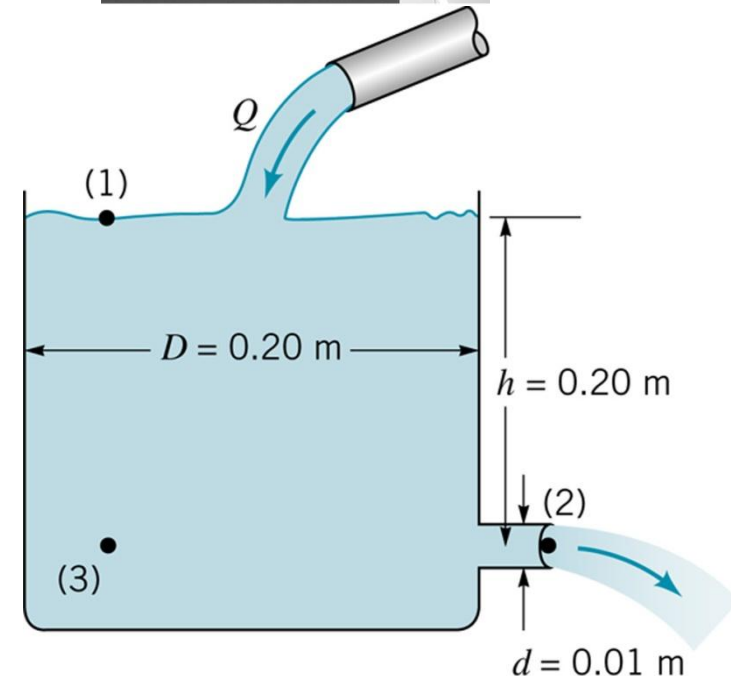
$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

} 연속방정식

제3장 유체동역학

예제 3.7 : 탱크로 부터의 유동 - 중력

직경 $d=0.01\text{m}$ 인 청량음료, 직경 $D=0.2\text{m}$ 인
쿨러로 부터 일정하게 흘러 나온다.
깊이 $h=0.2\text{m}$ 로 유지하기 위해 음료수 병으로부터
공급되어야 할 유량 Q 는?



(1)과 (2)사이에 베르누이 방정식을 적용하면

$$\cancel{P_1} + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \gamma Z_1 = \cancel{P_2} + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \gamma Z_2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}\rho V_1^2 + \gamma h = \frac{1}{2}\rho V_2^2$$

$$\therefore \frac{1}{2}V_1^2 + gh = \frac{1}{2}V_2^2 \quad (2)$$

(b)

제3장 유체동역학

연속방정식을 적용하면

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$\frac{\pi}{4} D^2 V_1 = \frac{\pi}{4} d^2 V_2$$

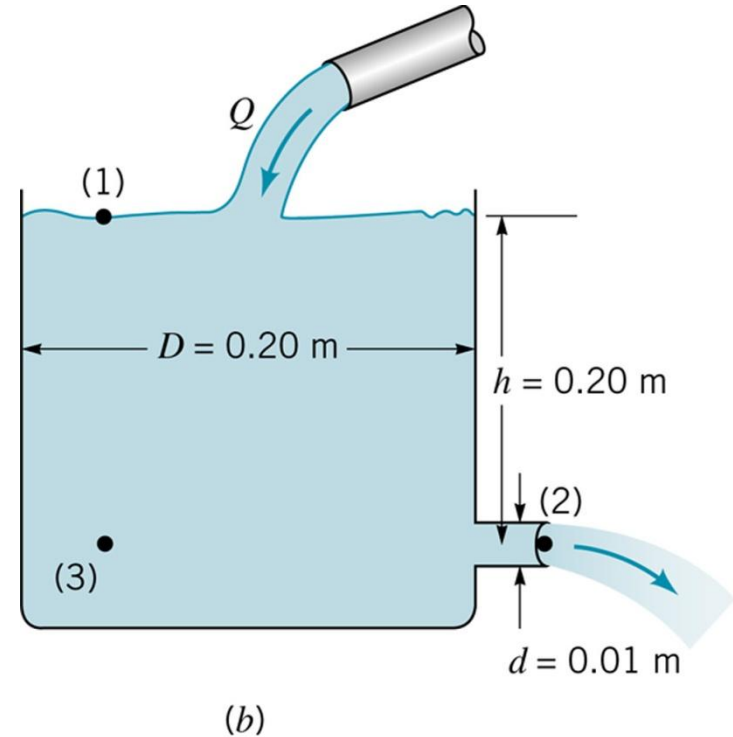
$$\therefore V_1 = \left(\frac{d}{D} \right)^2 V_2 \quad (3)$$

식(2)와 (3)으로부터

$$V_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4}} = 1.98 \text{ m/s}$$

그러므로

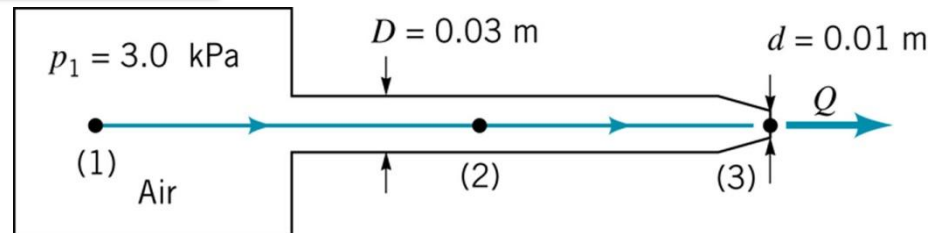
$$Q = A_2 V_2 = 1.56 \times 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{s} \quad // \text{Answer}$$



제3장 유체동역학

예제 3.8 : 탱크로 부터의 유동 - 압력

호스(2) 속의 유량과 압력을 구하여라.
(단, 비점성, 비압축성, 정상유동이라고 가정. 또한 탱크의 크기는 매우 크고, 공기의 $R=286.9\text{N.m/kg.K}$, $T=15^\circ\text{C}$ 이다.)



(1), (2), (3) 사이에 베르누이 방정식을 적용하면

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \cancel{\gamma Z_1} = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \cancel{\gamma Z_2} = \cancel{P_3} + \frac{1}{2}\rho V_3^2 + \cancel{\gamma Z_3}$$

탱크가 매우 큼

자유제트

(1), (3)지점의 식 에서 $V_3 = \sqrt{\frac{2P_1}{\rho}}$

(1), (2)지점의 식에서 $P_2 = P_1 - \frac{1}{2}\rho V_2^2 \quad (1)$

제3장 유체동역학

탱크 속의 공기의 밀도는 이상기체의 상태방정식으로부터

$$\rho = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{(3.0 + 101)10^3 \text{ N / m}^2}{(286.9 \text{ N.m / kg.K})(15 + 273) \text{ K}} = 1.26 \text{ kg / m}^3 \text{ 그러므로}$$

$$V_3 = \sqrt{\frac{2(3.0 \times 10^3 \text{ N / m}^2)}{1.26 \text{ kg / m}^3}} = 69.0 \text{ m / s}$$

$$\text{따라서 } Q = A_3 V_3 = 0.00542 \text{ m}^3 / \text{s} \quad // \text{Answer}$$

$$A_2 V_2 = A_3 V_3$$

$$V_2 = A_3 V_3 / A_2 = \left(\frac{d}{D} \right)^2 V_3 = 7.67 \text{ m / s}$$

따라서, 식 (1)로부터

$$P_2 = 3.0 \times 10^3 \text{ N / m}^2 - \frac{1}{2} (1.26 \text{ kg / m}^3) (7.67 \text{ m / s})^2 = 2,963 \text{ N / m}^2 \quad // \text{Answer}$$

제3장 유체동역학

예제 3.9 : 단면이 변하는 파이프 내의 유동

물, 비중 SG가 1보다 작은 기름이 들어 있는 U튜브액주계, 유체의 유량을 Q 라고 할때, 액주계의 높이 h 를 Q, A_1, A_2, SG 의 함수로 구하여라.

비점성, 비압축성, 정상유동이라 가정하면, (1)과 (2) 지점에 대한 베르누이 방정식은

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \gamma z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \gamma z_2$$

연속방정식으로부터 $Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 \rightarrow V_1 = \frac{A_2 V_2}{A_1}$

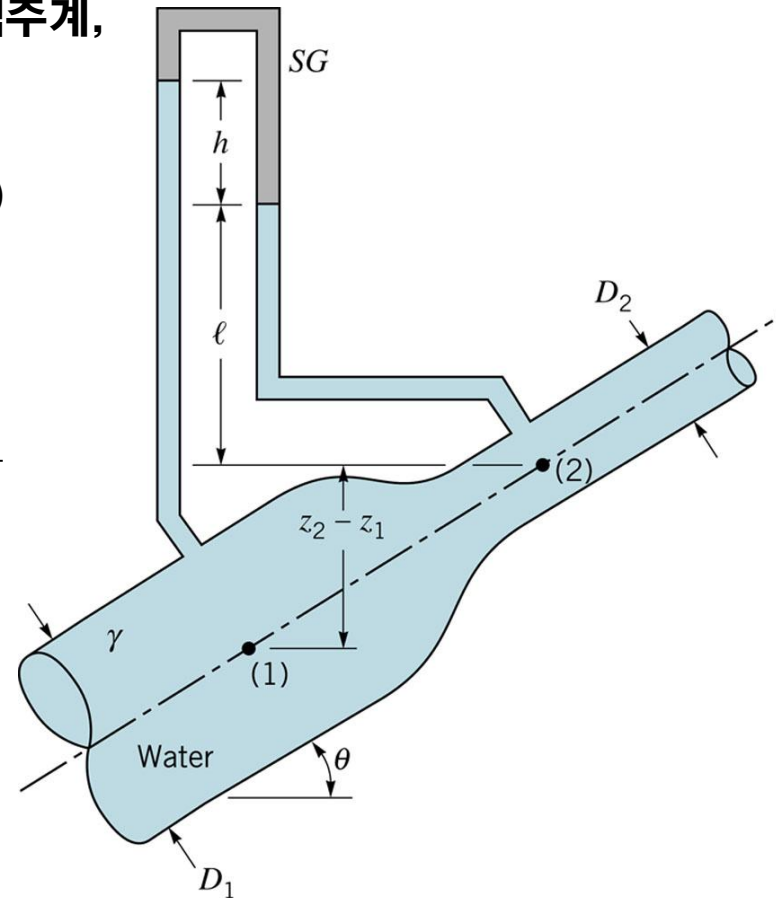
두 식으로부터

$$P_1 - P_2 = \gamma(z_2 - z_1) + \frac{1}{2}\rho V_2^2 \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right] \quad (1)$$

액주계로부터

$$P_2 = P_1 - \gamma(z_2 - z_1) - \gamma l - \gamma h + SG \gamma h + \gamma l$$

$$P_1 - P_2 = \gamma(z_2 - z_1) + (1 - SG)\gamma h \quad (2)$$



제3장 유체동역학

식(1)과 (2)로부터

$$(1 - SG)gh = \frac{1}{2} \rho V_2^2 \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]$$

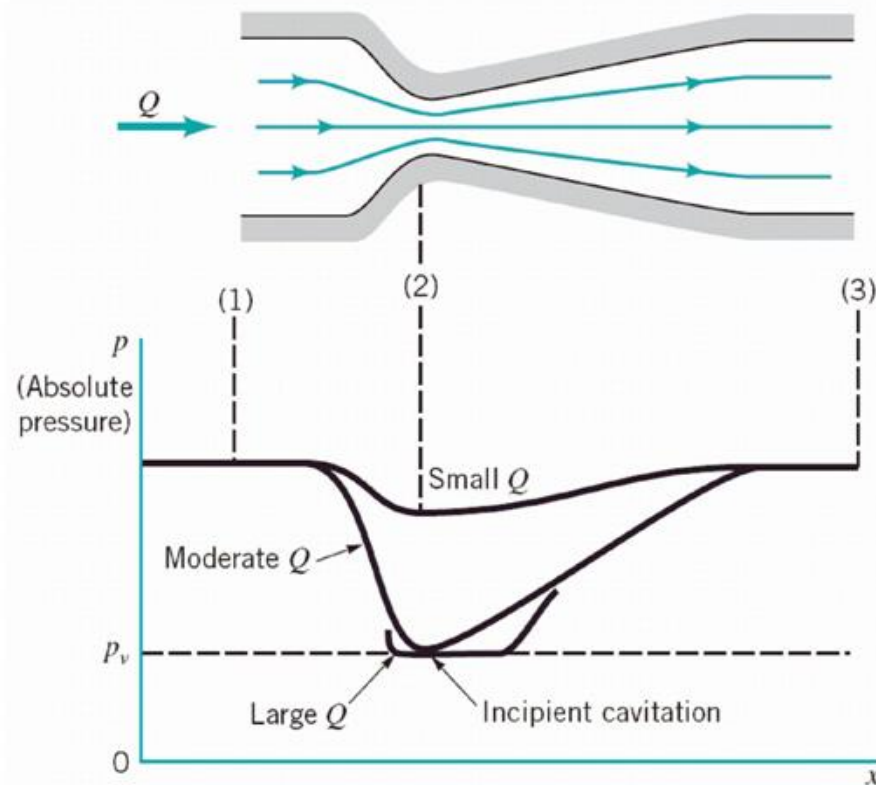
여기서 $V_2 = Q / A_2$ 이므로

$$h = (Q / A_2)^2 \frac{1 - (A_2/A_1)^2}{2g(1 - SG)} \quad // \text{Answer}$$

제3장 유체동역학

◆ 공동현상 (cavitation)

- 압력이 증기압까지 떨어져서 비등(기포발생) 발생



잔디에 물주기 : 중간에
꼬이면 단면적이 작아져
속도가 빨라지고, 압력은
떨어져 캐비테이션 현상
발생(물 속에 공기방울
생김) → ‘췌’ 소리



제3장 유체동역학

◆ Cavitation이 해로운 이유

발생한 기포 → 순간적인 와해 → **충격(내파, imploding, 최대 690MPa의 압력) 발생** → 부식, 고장의 원인

