

---

# Forward and Futures Pricing



Department of Finance, Hallym University  
Sun-Joong Yoon, Ph.D.

1

---

## I. General Principle

2

# Types of Assets

---

## □ 투자 자산 (Investment Asset)

- ❖ 많은 투자자들에 의해 투자 목적을 보유되는 자산
- ❖ 주식 / 채권 / 금 / 은 등

## □ 소비자 자산 (Consumption Asset)

- ❖ 우선적으로 소비를 목적으로 보유되는 자산
- ❖ 구리 / 석유 / 돼지고기 / 옥수수 등

## □ 선도 / 선물 가격의 결정

- ❖ 투자자산: 무차익거래조건 (arbitrage argument)을 사용하여 결정
- ❖ 소비자자산: 무차익거래조건을 이용할 수 없음

3

# Short Selling

---

## □ 공매의 정의

- ❖ 소유하고 있지 않은 증권을 매도하는 행위

## □ 공매의 프로세스

- ❖ (1) 투자자의 공매주문
- ❖ (2) 브로커가 다른 고객으로부터 주식을 빌려 시장에 매도
- ❖ (3) 투자자의 매입 및 포지션 마감
- ❖ (4) 매입한 주식은 원래 빌려온 고객의 계좌로 이동
- ❖ 배당이나 기타 이익은 원주인에게 이양
- ❖ 우리나라의 경우 대주/대차 거래등의 형태로 활용됨
- ❖ 공매를 위해서는 계약의 이행을 보증하기 위한 증거금 계정이 필요

## □ 예제

- ❖ 현재 IBM 주식이 주당 \$120, 1개월 후 주당 US\$1의 배당 실시, 2개월 후 주가는 주당 \$100으로 변화
- ❖ 현재 IBM 주식 500주를 공매도 하고, 2개월 후 청산을 한다고 할 때의 현금흐름은?
  - 현재: \_\_\_\_\_
  - 배당시점: \_\_\_\_\_
  - 청산시점: \_\_\_\_\_

4

# Forward Pricing

## □ 가정

- ❖ 무 거래비용
- ❖ 모든거래의 순이익에 대해 동일한 세율 적용
- ❖ 차입이자율과 대출이자율은 모두 무위험이자율로 동일
- ❖ 차익거래기회를 이용한 투자자 존재
- ➔ A marginal investor에게만 위의 가정이 성립하면 됨

## □ Notation

- ❖ T: 선도계약의 인도일까지의 기간 (연 단위)
- ❖ S: 선도계약의 기초자산의 현재 가격
- ❖ F: 선도계약의 현재 가격
- ❖ r: 현재의 zero rate (연속 복리기준 / 만기 T)

## □ 투자자산의 분류

- ❖ 중간무소득 투자자산: 무배당 주식 / 무이표채 등
- ❖ 예정소득 (known dollar income) 투자자산: 배당이 예정된 주식 / 이표채 등
- ❖ 예정수익률 (known yield) 투자자산: 연간 일정한 예정 수익률을 제공하는 자산

5

# Forward Pricing – With No Income

## □ 예제

- ❖ 현재 주가가 US \$40, 3개월 무위험 이자율이 연 5%, 3개월 후에 무배당 주식을 매입하는 선도 계약

## □ 차익거래의 활용

- ❖ (Case 1) 선도가격이 US \$43 인 경우
  - 현재: \_\_\_\_\_
  - 3 개월 후: \_\_\_\_\_
  - 차익거래 이익: \_\_\_\_\_
- ❖ (Case 2) 선도가격이 US \$39 인 경우
  - 현재: \_\_\_\_\_
  - 3 개월 후: \_\_\_\_\_
  - 차익거래 이익: \_\_\_\_\_

## □ 선도가격의 결정

$$F_0 = S_0 e^{rT} \quad \text{or} \quad F_0 = S_0 (1+r)^T$$

6

# Forward Pricing – With Known Dollar Income

## □ 예제

- ❖ 현재, 이표채의 가격은 US\$900, 해당 이표채는 4개월 후 US\$40의 이자를 지급할 예정, 선도계약의 만기는 9개월 후, 4개월 만기 무위험이자율은 연 3%, 9개월 만기 무위험이자율은 연 4% (모두 연속복리 기준)

## □ 차익거래의 활용

- ❖ (Case 1) 선도가격이 US \$910인 경우

- 현재: \_\_\_\_\_
- 4개월 후: \_\_\_\_\_
- 9개월 후: \_\_\_\_\_
- 차익거래 이익: \_\_\_\_\_

- ❖ (Case 2) 선도가격이 US \$870인 경우

- 현재: \_\_\_\_\_
- 3개월 후: \_\_\_\_\_
- 9개월 후: \_\_\_\_\_
- 차익거래 이익: \_\_\_\_\_

- 선도가격의 결정:  $F_0 = (S_0 - I)e^{rT}$      단, I는 예정된 미래소득의 현재 가치

7

# Forward Pricing – With Known Yield

## □ 선도가격의 결정

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T} \quad \text{단, } q \text{는 연속복리 기준의 예정 수익률}$$

## □ 예제

- ❖ 현재 KOSPI 200 지수는 200, 3개월 무위험이자율은 연속복리 기준으로 연 5%, 향후 3개월 간 예상되는 KOSPI 200 종목의 예상 배당률은 연속복리 기준으로 연 3%라고 하면, 만기가 3개월 남은 KOSPI 200지수 선도 가격은?

## □ 공매가 가능하지 않다면?

- ❖ 공매가 가능하지 않더라도 선도가격의 결정 공식은 여전히 유효
- ❖ 전제조건: 단순히 투자만을 위해서 보유하는 투자자들이 많다!!

8

# Valuation of a Forward Contract

## □ Notation

- ❖  $K$ : 계약 체결 시 선도계약의 가격 (i.e. 선도계약의 인도가격)
- ❖  $F_0$ : 계약 체결 이후 선도계약의 현재 가격
- ❖  $f$ : 체결한 선도계약의 현재 가치 (손익)
- ❖  $T$ : 현재부터 선도계약 만기까지의 기간
- ❖  $r$ :  $T$  기간 동안의 무위험 수익률

## □ 매입선도계약의 평가

$$f = (F_0 - K)e^{-rt}$$

## □ 매도선도계약의 평가

$$f = (K - F_0)e^{-rt}$$

## □ 예제

- ❖ 6개월 만기 무배당 주식에 대한 선도계약을 매입
- ❖ 현재 주가는 US \$25, 인도가격은 US \$24, 무위험이자율은 연 10%
- ❖ 선도계약의 평가 가치는?

9

# Futures Pricing

## □ 선도가격 = 선물 가격일 조건

- ❖ 무위험이자율이 일정하고 모든 만기에 대해 동일한 경우
- ❖ 무위험 이자율이 시간의 함수인 경우에 성립 (deterministic function of time  $t$ )

## □ 선도가격 $\neq$ 선물가격일 조건

- ❖ 이자율이 예측 불가능하게 변화하는 경우
- ❖ (Case 1) 선도/선물계약의 기초자산과 이자율이 양(+)의 상관관계를 보이는 경우
  - 선도가격 \_\_\_\_\_ 선물가격
- ❖ (Case 2) 선도/선물계약의 기초자산과 이자율이 음(-)의 상관관계를 보이는 경우
  - 선도가격 \_\_\_\_\_ 선물가격

## □ 선도가격과 선물가격 간의 괴리

- ❖ 만기가 긴 경우 두가격간의 괴리가 \_\_\_\_\_
- ❖ 세금, 거래비용, 증거금 등에서 차이가 클 수록 두 가격간의 괴리가 \_\_\_\_\_

10

---

## II. Application

11

---

### Futures on Stock Indices

---

#### □ 이론 가격

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}$$

#### □ 예제

- ❖ 현재 S&P 500 지수는 1200, 연속복리 기준 무위험이자율은 연 6%, 지수를 구성하는 주식들의 연 평균 배당률은 1%, 지수선물의 만기는 3개월
- ❖ S&P 500 지수선물의 이론가격은?

#### □ 전제조건

- ❖ 모형이 true가 되기 위해서는, 지수 자체가 투자자산의 가치를 그대로 반영하여야 함
- ❖ 즉 지수의 변화는 트레이드 가능한 포트폴리오 (tradable portfolio)의 가격의 변화를 반영해야 한다.
- ❖ Ex) 미국의 CME에서 거래되는 Nikkei 225 선물에서 USD로 표시되는 Nikkei 지수는 투자자산을 의미할 수 없다 (real tradable asset이 아님)

12

# Futures on Stock Indices

코스피200 F 200903

종목코드: 코스피200 F 200903 조회 프린트

현재시간: 2009/01/18 오후 4:10:19 [금일은 장을 운영하지 않습니다.]

(단위: 계약, 백만원, %)

시간	종목	K101D3000	시간	체결가	전일대비	체결수량
현재가 (전일대비)	148.85 (▲ 3.40)	기준가	145.45	15:15:01	148.85 ▲ 3.40	1
거래량	317,845	현물가	148.03	15:15:01	148.85 ▲ 3.40	1
거래대금	23,330,282	시장Basis	0.82	15:15:01	148.85 ▲ 3.40	1
미결제약정	94,880	시장Spread	0.00	15:15:01	148.85 ▲ 3.40	1
시가	146.45	배당액지수	-	15:15:01	148.85 ▲ 3.40	1
고가	149.00	최고가 (일자)	246.20 (2008/05/16)	15:15:01	148.85 ▲ 3.40	1
저가	145.10	최저가 (일자)	116.95 (2008/10/27)	15:15:01	148.85 ▲ 3.40	1
상한가	159.95	거래개시일	2008/03/17	15:15:01	148.85 ▲ 3.40	5
하한가	130.95	거래최종일	2009/03/12	15:15:01	148.85 ▲ 3.40	1
		잔존일수	54	15:15:01	148.85 ▲ 3.40	1

\*\* KRX 13

# Futures on Stock Indices

Europe/Africa						
INDEX	VALUE	CHANGE	OPEN	HIGH	LOW	TIME
DJ EURO STOXX 50	2,291.00	35.00	2,310.00	2,348.00	2,245.00	01/16
FTSE 100	4,129.50	59.00	4,167.00	4,220.00	4,051.00	01/16
CAC 40 10 EURO	3,021.00	18.50	3,049.00	3,113.50	2,970.50	01/16
DAX	4,388.00	45.00	4,427.00	4,488.00	4,311.00	01/16
IBEX 35	8,588.00	-2.00	8,749.00	8,861.00	8,586.00	01/16
S&P/MIB	18,750.00	286.00	18,650.00	18,955.00	18,650.00	01/16
AMSTERDAM	247.65	5.05	246.95	253.20	245.85	01/16
OMXS30	629.00	7.25	634.75	637.00	626.00	01/16
SWISS MARKET	5,376.00	56.00	5,399.00	5,470.00	5,352.00	01/16

  

North/Latin America						
INDEX	VALUE	CHANGE	OPEN	HIGH	LOW	TIME
DJIA INDEX	8,243.00	81.00	8,192.00	8,325.00	8,065.00	01/16
S&P 500	848.60	9.30	842.00	857.70	826.50	01/16
NASDAQ 100	1,197.00	19.75	1,162.75	1,201.00	1,162.75	01/16
S&P/TSE 60	536.90	2.60	545.80	546.90	524.20	01/16
MEX BOLSA	20,523.00	155.00	20,525.00	20,800.00	19,915.00	01/16
BOVESPA	39,794.00	283.00	40,400.00	40,600.00	38,950.00	01/16

  

Asia/Pacific						
INDEX	VALUE	CHANGE	OPEN	HIGH	LOW	TIME
NIKKEI 225	8,320.00	80.00	8,240.00	8,330.00	8,190.00	06:00
HANG SENG	13,252.00	201.00	13,300.00	13,423.00	13,075.00	01/16
SPI 200	3,534.00	10.00	3,532.00	3,569.00	3,490.00	15:59

\*\* Bloomberg

# Futures on Currencies

## 미국달러F 200903 [KR4175D30007]

현재시간 : 2009/01/18 오후 4:42:55 [금일은 장을 운영하지 않습니다.]

(단위 : 계약, 백만원, %)

시간	종목	K175D3000	시간	체결가	전일대비	체결수량
현재가 (전일대비)	기준가	1,391.10	11:41:57	1,372.30	▼ 18.80	100
거래량	현물가	1,358.00	11:41:41	1,372.50	▼ 18.60	50
거래대금	시장Basis	14.30	09:32:45	1,380.50	▼ 10.60	6
미결제약정	시장Spread	0.00	09:32:45	1,380.50	▼ 10.60	2
시가	배당액지수	-	00:00:00	-	-	-
고가	최고가 (일자)	1,380.50 (2009/01/16)	00:00:00	-	-	-
저가	최저가 (일자)	0.00 (-)	00:00:00	-	-	-
상한가	거래개시일	2008/05/20	00:00:00	-	-	-
하한가	거래최종일	2009/03/16	00:00:00	-	-	-
	잔존일수	58	00:00:00	-	-	-

\*\* KRW 3M interest rate: 3.00%, USD 3M interest rate: 1.15%

\*\* KRX  
23

# Futures on Commodities

### □ 투자자산의 경우

$$F_0 = (S_0 + U)e^{rT} \quad \text{or} \quad F_0 = S_0 e^{(r+u)T}$$

❖ 단, U는 보관비용 (storage cost)의 현재가치, u는 연간보관비용의 현물가격 대비 비율

### □ 소비자자산의 경우

$$F_0 \leq (S_0 + U)e^{rT} \quad \text{or} \quad F_0 \leq S_0 e^{(r+u)T}$$

❖ 소비자자산의 경우에는 \_\_\_\_\_ 차익거래를 통한 이익창출이 불가능

### □ 예제

- ❖ 금 현물의 가격은 온스 당 US \$800/oz, 1년만기 무위험이자율은 연간 7%
- ❖ 금을 보관하는 데 드는 비용은 온스당 US \$4
- ❖ 만기가 1년인 금선물의 이론가격은?
- ❖ 만약 금선물의 가격이 각각 \$900, \$780인 경우에 차익거래 전략은?



# Futures on Commodities

☛ **돈육 F 200901 [KR4186D10006]**

Ⓢ 현재시간 : 2009/01/18 오후 4:49:06 [금일은 장을 운영하지 않습니다.]

(단위 : 계약, 백만원, %)

시간	종목	K186D1000	시간	체결가	전일대비	체결수량
현재가 (전일대비)	기준가	4,250.00	14:59:20	4,255.00	▲ 5.00	1
거래량	현물가	4,308.00	14:55:22	4,260.00	▲ 10.00	1
거래대금	시장Basis	-53.00	14:47:59	4,265.00	▲ 15.00	1
미결제약정	시장Spread	0.00	14:47:08	4,265.00	▲ 15.00	1
시가	배당액지수	-	14:47:08	4,265.00	▲ 15.00	1
고가	최고가 (일자)	4,480.00 (2008/12/15)	13:18:16	4,260.00	▲ 10.00	3
저가	최저가 (일자)	0.00 (-)	13:16:15	4,260.00	▲ 10.00	2
상한가	거래계시일	2008/12/12	13:07:57	4,260.00	▲ 10.00	1
하한가	거래최종일	2009/01/21	13:07:57	4,260.00	▲ 10.00	1
	잔존일수	4	13:07:57	4,260.00	▲ 10.00	1
			13:06:56	4,260.00	▲ 10.00	2
			12:46:41	4,260.00	▲ 10.00	3

\*\* KRX 25

# Futures on Commodities

Energy					
	PRICE	CHANGE	%CHANGE	TIME	
■ BRENT CRUDE FUTR (USD/bbl.)	46.570	-1.110	-2.33	01/16	
■ GAS OIL FUT (ICE) (USD/MT)	463.500	5.750	1.26	01/16	
■ GASOLINE RBOB FUT (USD/gal.)	116.720	-0.700	-0.60	01/16	
■ HEATING OIL FUTR (USD/gal.)	147.340	-1.370	-0.92	01/16	
■ NATURAL GAS FUTR (USD/MMBtu)	4.801	-0.042	-0.87	01/16	
■ WTI CRUDE FUTURE (USD/bbl.)	36.510	1.110	3.14	01/16	

Industrial Metals				
	PRICE	CHANGE	%CHANGE	TIME
■ ALUMINUM FUTURE (USD/lb.)	67.550	-0.500	-0.73	01/16
■ COPPER FUTURE (USD/lb.)	152.750	7.400	5.09	01/16

Precious Metals				
	PRICE	CHANGE	%CHANGE	TIME
■ GOLD 100 OZ FUTR (USD/t oz.)	839.900	32.600	4.04	01/16
■ SILVER FUTURE (USD/t oz.)	11.215	0.775	7.42	01/16

\*\* Bloomberg

# Futures on Commodities

Agriculture				
	PRICE	CHANGE	%CHANGE	TIME
■ COCOA FUTURE - LI (GBP/MT)	1766.000	30.000	1.73	01/16
■ COCOA FUTURE (USD/MT)	2463.000	96.000	4.06	01/16
■ COFFEE 'C' FUTURE (USD/lb.)	115.800	1.900	1.67	01/16
■ CORN FUTURE (USD/bu.)	391.000	25.750	7.05	01/16
■ COTTON NO.2 FUTR (USD/lb.)	49.000	0.470	0.97	01/16
■ FCOJ-A FUTURE (USD/lb.)	72.100	1.150	1.62	01/16
■ SOYBEAN FUTURE (USD/bu.)	1020.000	25.500	2.56	01/16
■ SOYBEAN MEAL FUTR (USD/T.)	316.000	11.000	3.61	01/16
■ SOYBEAN OIL FUTR (USD/lb.)	34.590	0.190	0.55	01/16
■ SUGAR #11 (WORLD) (USD/lb.)	12.260	0.300	2.51	01/16
■ WHEAT FUTURE(CBT) (USD/bu.)	578.250	9.500	1.67	01/16
■ WHEAT FUTURE(KCB) (USD/bu.)	609.000	14.500	2.44	01/16

\*\* Bloomberg

Livestock				
	PRICE	CHANGE	%CHANGE	TIME
■ CATTLE FEEDER FUT (USD/lb.)	94.375	0.075	0.08	01/16
■ LEAN HOGS FUTURE (USD/lb.)	66.025	0.175	0.27	01/16
■ LIVE CATTLE FUTR (USD/lb.)	87.675	0.375	0.43	01/16

27

## Summary

### □ 주요 개념

#### ❖ 보유비용(Cost of carry)

- 현물을 보유함으로 해서 발생하는 제반비용
- 보관비용 (u), 자본조달비용(이자비용, r), 자산으로부터 얻는 소득 (q, 배당, 이자 등) Costs from holding the spot
- $c = r - q + u$

#### ❖ 보유편익률(Convenience yield)

- 실물자산을 보유함으로써 얻는 편익 (y)
- 일반적으로 소비자자산을 보유할 때 얻게 되는 정확하게 계량화되기 힘든 편익을 의미함

### □ 선도 / 선물 가격

❖ 투자자산:  $F_0 = S_0 e^{cT}$

❖ 소비자자산:  $F_0 = S_0 e^{(c-y)T}$

28

# Economic Meaning of Futures Price

## □ Q: 선도/선물가격과 기대현물가격

- ❖ 선도/선물가격은 기대현물가격과 동일하다?  $F_0 = E(S_T)$ ?
- ❖ 3개월 만기 KOSPI 200 지수선물의 현재 가격이 210, KOSPI 200 지수가 현재 200이라고 하면, 3개월 후 ,KOSPI 200 지수의 기대값은?

## □ Keynes / Hicks

- ❖ 헷저가 매도포지션을 취하는 경향이 있고, 투기자가 매수포지션을 취하는 경향이 있다면 선물가격은 기대현물가격보다 낮은 값에서 균형을 이룰 것이다.

## □ 예제: $ST > F$ 일 것이라고 예상하는 투기자 가정.

- ❖ 현재 가격이  $F_0$ 인 T 년 만기 선물(선도) 계약을 매입
- ❖ 위 선물(선도)계약을 만기시점에 이행하기 위해서 필요한 자금 \_\_\_\_\_을 마련하기 위하여, \_\_\_\_\_만큼 무위험 자산에 투자
- ❖ 투자자의 현금흐름은
  - 현재시점: \_\_\_\_\_
  - 만기시점: \_\_\_\_\_
- ❖ 위 투자의 현재가치는?

$$-F_0 e^{-rT} + E(S_T) e^{-kT} \quad \text{단, } k \text{는 투자자의 요구 수익률}$$

29

# Economic Meaning of Futures Price

## □ 예제 (continued)

- ❖ 만약 증권시장은 효율적이며, 위 투자의 현재가치(NPV)가 0이라면,

$$\Rightarrow F_0 = E(S_T) e^{(r-k)T}$$

## □ 결론

- ❖ (1) 선도/선물의 기초자산이 체계적위험(systematic risk)을 가지고 있지 않다면
  - $k$  \_\_\_\_\_  $r$  → \_\_\_\_\_
- ❖ (2) 선도/선물의 기초자산이 양(+의) 체계적 위험을 가지고 있다면
  - $k$  \_\_\_\_\_  $r$  → \_\_\_\_\_
- ❖ (3) 선도/선물의 기초자산이 음(-의) 체계적 위험을 가지고 있으면
  - $k$  \_\_\_\_\_  $r$  → \_\_\_\_\_

30