

주인-대리인 문제:2

경우 4(주인문제)

- 주어진 대리인의 효용수준을 만족하면서 이윤을 극대화 하는 보상체계를 선택하는 문제로 귀결됨.

- $\text{Max } \Pi_{a,b} \quad \text{s.t.} \quad U = U^a$

Step 1

- 대리인의 주어진 효용수준 U^a 에 도달하기 위한 'a' 수준을 구하기

$$\begin{aligned} \text{- Recall } U &= Y - C(E) = a + b*Q - C(E) = a + b*E - E^2 / 2 \\ &= a + b^2 / 2 \rightarrow \text{대리인 문제로부터 } E^* = b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{- 따라서 } U^a &= a + b^2 / 2 \\ a &= U^a - b^2 / 2 \end{aligned}$$

Step 2

- 대리인의 주어진 효용수준 U^a 제약하에서 이윤극대화를 하기 위한 'b' 수준을 구하기

$$- \text{Max } \Pi_b \quad \text{s.t.} \quad a = U^a - b^2/2$$

$$- \Pi = E^* - (a + b \cdot E)$$

$$= b - (a + b^2) \rightarrow \text{대리인 문제로부터 } E^* = b$$

$$= b - b^2 - a = b - b^2 - U^a + b^2/2 = b - b^2/2 - U^a$$

– $\text{Max } \Pi_b = b - b^2/2 - U^a$

– FOC for a maximum $\rightarrow \partial \Pi / \partial b = 1 - b = 0$

– $b^* = 1$

– 이윤을 극대화 하기 위해서 주인은 100%의 commission rate 을 설정해야만 한다. 즉 대리인이 수입에 1원 기여하면 그 만큼 임금을 올려주어야 만 함.

보상체계와 노력수준, 효용, 이윤과의 관계

<u>b</u>	<u>E</u>	<u>bQ</u>	<u>a</u>	<u>U</u>	<u>Π</u>
0.5	0.5	0.25	0.125	0.25	0.125
1	1	1	-0.25	0.25	0.25

Lesson: “Put rewards where the decisions are made”

대리인의 의사결정이 자신을 포함한 주인의 효용에 영향을 주는 경우
의사결정과 관련된 결과로 발생한 모든 비용과 수익을 대리인이 책임지
는 것이 최선의 정책임

문제의 일반화 (Generality):

- 100% 수준의 commission rate 결과는 아래 조건들에 영향을 받지 않음.

1. 선형생산함수 $\rightarrow Q = E$

2. 노력비용함수의 이차성 $\rightarrow C(E) = E^2 / 2$

3. 보상함수의 선형성 $\rightarrow Y = a + b * E$

4. 생산함수의 확실성 (대리인이 위험중립적인 경우) $\rightarrow Q = E + \varepsilon$

- 100% 수준의 commission rate 결과는 아래 조건들에 영향을 받음.

1. 대리인이 위험회피적이며 생산의 불확실성이 존재하는 경우

2. 주인도 계약이 실행된 경우 주인과 대리인 모두에게 영향을 주는 의사결정을 하는 경우 ex: 변호사는 대리인의 노력을 요구함.

3. 대리인이 한 가지 유형 이상의 재화를 생산하며 그 가운데 몇 가지는 관측이 되지 않는 경우

The Principal-Agent Problem with Uncertainty and Risk Aversion

- 생산에 불확실성을 첨가하기 위하여 $Q = d \cdot E + \varepsilon$
- 여기서 ε 는 random variable 로서 생산의 불확실성을 보여줌
- 여기서 100% 의 piece rate 의 경우 근로자는 high risk 에 직면하게 됨.
- Ex: 자신은 최선의 노력을 했는데 기후가 나빠서, 즉 $\varepsilon < 0 \rightarrow$ 생산량이 적은 경우
- 근로자에게 일종의 보험을 제공하는 것이 좋은 선택임

경우 1: 회사가 자연상태(State of nature)를 발견할 수 없는 상황

– $Y = a + b*Q$

– \mathcal{E} is either $k/2$ or $-k/2 \rightarrow E(\mathcal{E}) = 0 \quad \text{Var}(\mathcal{E}) = k^2/2$

– In good state: $Y^G = a + b*(dE + k/2)$

– In bad state: $Y^B = a + b*(dE - k/2)$

– $Y^G - Y^B = bk \rightarrow$ income difference, 즉 위험의 정도

- 위험회피적 근로자에 있어서 자연상태로 인한 소득의 격차는 자신의 효용을 감소시키는 요인으로 작용함. 만일 근로자가 위험중립적이라면 미래상황의 기대 값이 0 이기 때문에 자신의 효용수준에 영향을 주지 않음.

For risk-averse worker

$$- U = a + b \cdot E - r(bk)^2$$

- $r(bk)^2$ is a measure of worker's degree of risk aversion

- if agent is risk neutral, then $r = 0$

대리인 문제:

$$-\text{Max } U_E = a + b^*E - E^2 / 2 - rb^2 k^2$$

$$-\text{F.O.C: } \partial U / \partial E = b - E = 0$$

$$-b^* = 1$$

주인 문제:

$$- U^a = a + b^*E - E^2/2 - rb^2 k^2 = a + b^2/2 - rb^2 k^2$$

$$- a = U^a - b^2/2 + rb^2 k^2$$

$$- \text{Max}_E \Pi \text{ s.t } a = U^a - b^2/2 + rb^2 k^2$$

$$- \Pi = E^* - (a + b^*E) = b - b^2 - a = b - b^2 - U^a + b^2/2 - rb^2 k^2$$

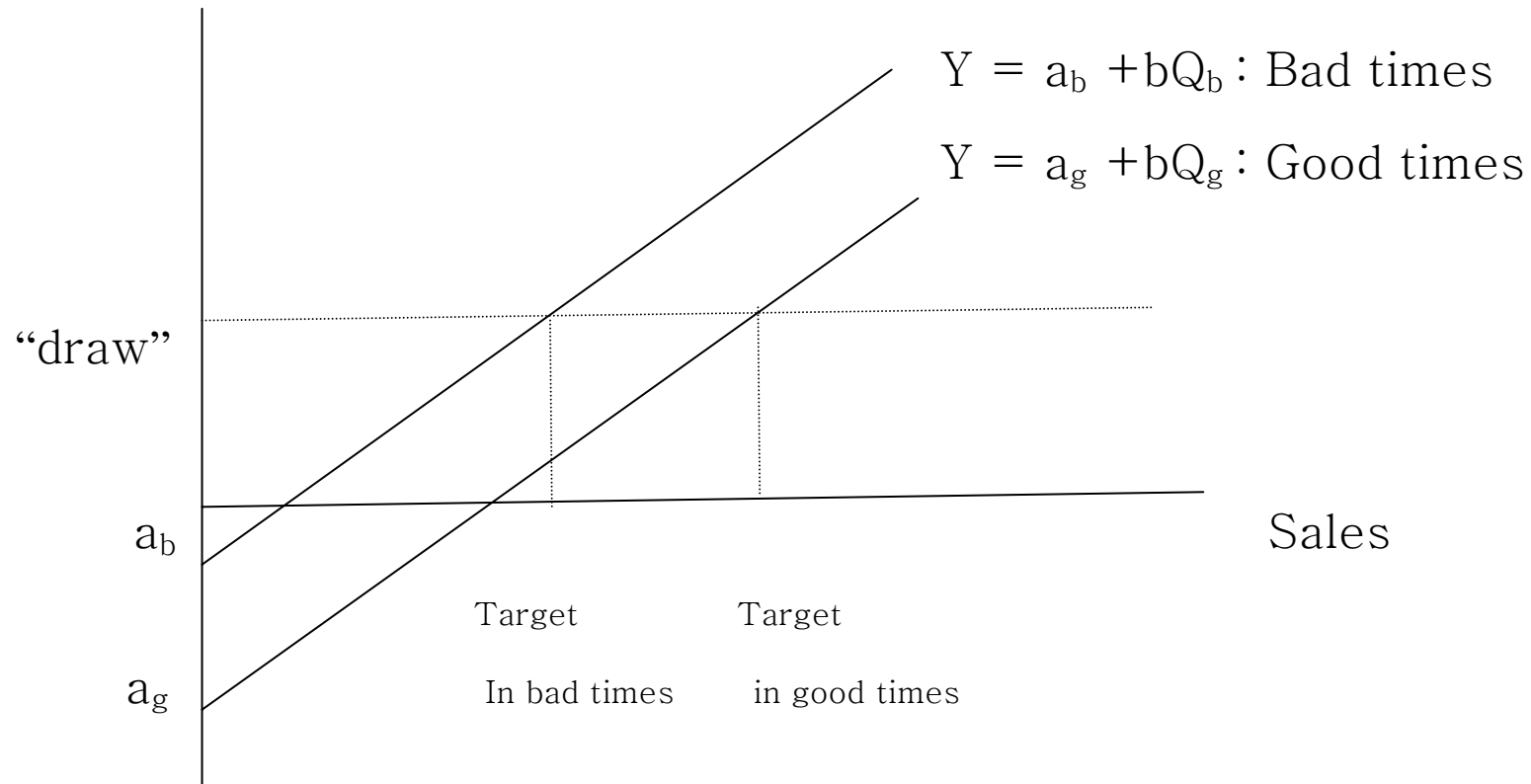
$$- \text{F.O.C: } \partial \Pi / \partial b = 1 - b - 2rbk^2 = 0$$

$$- b^* = 1/(2rk^2 + 1) < 1$$

Conclusion

1. The optimal commission rate, b^* is now less than 1.
2. The optimal commission rate declines as k and r rise.
3. For k and r high enough, the optimal a^* becomes positive.

경우 2: 회사가 자연상태(State of nature)를 발견할 수 있는 상황



- Optimal commission rate is 100%

- In bad times, the worker gets paid extra to show up. $a_b > a_g$

- 회사는 그 상황이 나쁜 상태임을 알고 있기 때문에 근로자에게 lump sum 으
로 더 보상을 해줌.

- 경기가 좋지 않을 때, 판매자의 목표량을 낮추어 줌.

Piece-rate 실증분석

Safelite Glass Corporation Case by Lazear (2001)

- 인사경제학의 초점은 근로자들은 유인에 반응한다는 점이다. 생산에 비례해서 임금을 지급한다며 근로자로 하여금 더 많은 생산을 하도록 하는 유인이 될 것임.
- 임금체계와 생산/이윤에 대한 실증분석은 데이터 수집의 문제로 매우 힘든 상황임.
- 1994년과 1995년 사이 Safelite Glass 회사는 시간당 임금체계에서 생산단위 임금체제로 바꾸기 시작함 → 3,000명의 근로자를 19개월 동안 조사함.

Predictions by Piece-rate theory

1. 생산이 증가할 것임.
2. 생산의 분산이 증가할 것임.
3. 이윤에 대해서는 불확실

실증분석 결과

1. Piece-rate 로 전환 하여 1인당 근로자 평균생산성이 44% 증가함. 이 가운데 절반은 유인제도 효과이고 나머지는 생산성이 높은 근로자를 고용한 효과로 입증됨 → 임금의 증가는 50% 생산성의 증가
2. 생산의 분산이 증가

시간당 임금체계: 평균 2.7 표준편차 1.42

생산성 임금체계: 평균 3.2 표준편차 1.59