

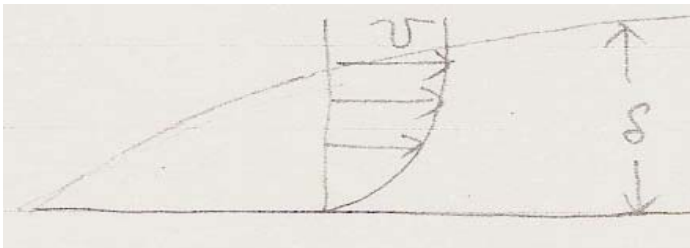
## 제 6장 강제 대류

### 6-1 강제 대류의 물리적 메커니즘

대류 : 유체 덩어리의 운동과 전도를 포함하는 열전달 형태

#### Newton의 냉각법칙

$$\dot{q}_{conv} = h(T_s - T_\infty)$$



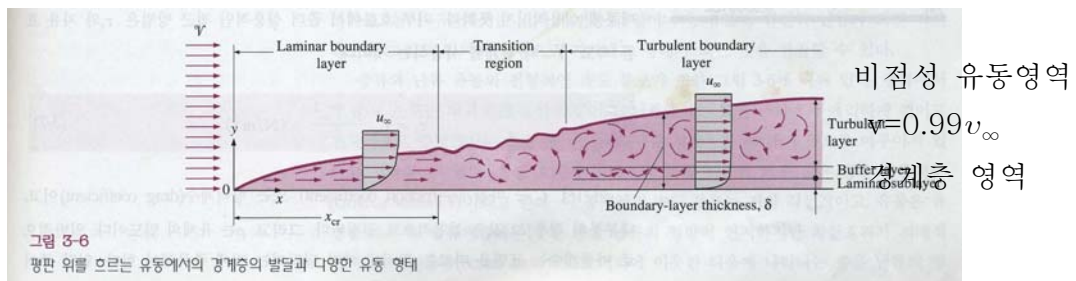
fluid layer  
no-slip condition

$$\dot{q}_{conv} = \dot{q}_{cond} = -k_{fluid} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

$$\therefore h = \frac{-k_{fluid} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

$$N_u = \frac{\dot{q}_{conv}}{\dot{q}_{cond}} = \frac{h \Delta T}{\frac{k \Delta T}{\delta}} = \frac{h \delta}{k} : \text{Nusselt Number}$$

### 6-2 속도 경계층



$$\text{전단응력 } \tau_s = \mu \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad \mu = \text{점성계수}$$

$$\tau_s = C_f \frac{\rho v_\infty^2}{2} \quad C_f: \text{마찰계수 또는 항력계수}$$

$$F_D = C_f A \frac{\rho v_\infty^2}{2} \quad F_D = \text{항력}$$

### 층류와 난류

층류 : 유동은 부드러운 유선들과 매우 질서 있는 유동

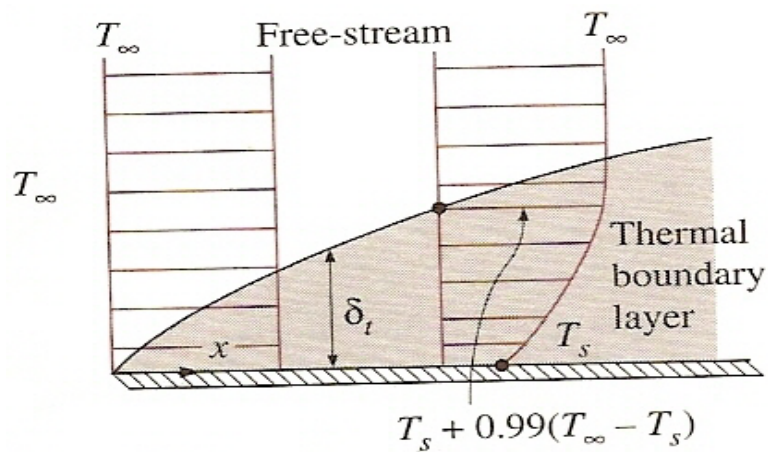
난류 : 유동이 속도의 섭동과 매우 무질서한 운동

### Reynolds 수

$$R_e = \frac{\text{관성력}}{\text{점성력}} = \frac{v_\infty \delta}{\nu} \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} : \text{동점성계수}$$

평판위의 유동에 대하여 임계 Reynolds수  $\approx 5 \times 10^5$

### 6.3 열경계층



$$P_r = \frac{\text{운동량의 분자확산율}}{\text{열의 분자 확산율}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{k}$$

$$\alpha > \nu \text{ 면 } \delta_t > \delta_v$$

$$\alpha < \nu \text{ 면 } \delta_t < \delta_v$$

#### 6-4 평판위를 지나는 유동

유체의 물성치는 산술평균인 막온도( $T_f$ )에서 계산

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$$

평균마찰계수

$$C_f = \frac{1}{L} \int_0^L C_{f,x} dx$$

평균열전달 계수

$$h = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx$$

##### 1. 층류 유동

질량보존 방정식, 운동량 보존 방정식, 에너지 보존 방정식에 의하여 이론적으로 계산하면

$$C_{f,x} = \frac{0.664}{Re_x^{1/2}} \Rightarrow C_f = \frac{1.328}{Re_L^{1/2}}$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad (Pr \geq 0.6)$$

$$\Rightarrow Nu = \frac{hL}{k} = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \quad (Pr \geq 0.6)$$

##### 2. 난류 유동

$$C_{f,x} = \frac{0.592}{Re_x^{1/5}} \quad (5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^7)$$

$$\Rightarrow C_f = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}}$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \quad 0.6 \leq Pr \leq 60$$

$$5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^7$$

$$\Rightarrow Nu = \frac{hL}{k} = 0.037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$$

### 3. 층류유동과 난류유동의 복합

평판의 경우 층류유동을 무시할 수 없는 경우

$$C_f = \frac{1}{L} \left( \int_0^{x_{cr}} C_{f,x,laminar} dx + \int_{x_{cr}}^L C_{f,x,turbulant} dx \right)$$

$$= \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1742}{Re_L} \quad (5 \times 10^5 \leq Re_L \leq 10^7)$$

$$Nu = \frac{hL}{k} = (0.037 - Re_L^{4/5} - 8.71) Pr^{1/3} \quad 0.6 \leq Pr \leq 60$$

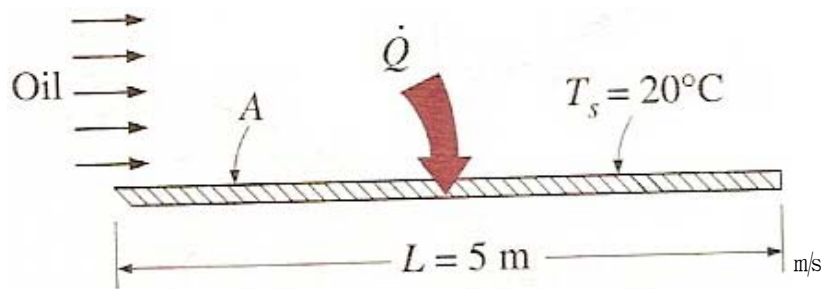
$$5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^7$$

균일한 열유속하

층류운동  $Nu_x = 0.453 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}$

난류운동  $Nu_x = 0.0308 Re_x^{0.8} Pr^{1/3}$

(Ex 6-1) 평판 위의 뜨거운 기름의 흐름



$$T_\infty = 60^\circ\text{C}, V_\infty = 2$$

$$T_s = 20^\circ\text{C}, L = 5\text{m}$$

$$C_f, \dot{Q} ?$$

(해)  $T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$  에서 물성치

$$\rho = 876 \text{ kg/m}^3, k = 0.144 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\nu = 242 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad Pr = 2870$$

$$Re_L = \frac{V_\infty L}{\nu} = 4.13 \times 10^4 \Rightarrow \text{층류}$$

$$C_f = 1.328 Re_L^{-1/2} = 0.00653$$

$$\text{항력 } F_D = C_f \cdot A \cdot \frac{\rho v_\infty^2}{2} = 0.00653 \times (5 \times 1) \frac{876 \times 2^2}{2} = 57.2N$$

$$N = \frac{hL}{k} = 0.664 Re_L^{0.5} Pr^{1/3} = 1918$$

$$\therefore h = N \cdot \frac{k}{L} = 55.2 (W/m^2 \cdot ^\circ C)$$

$$\dot{Q} = hA(T_\infty - T_s) = 11,040 (W)$$

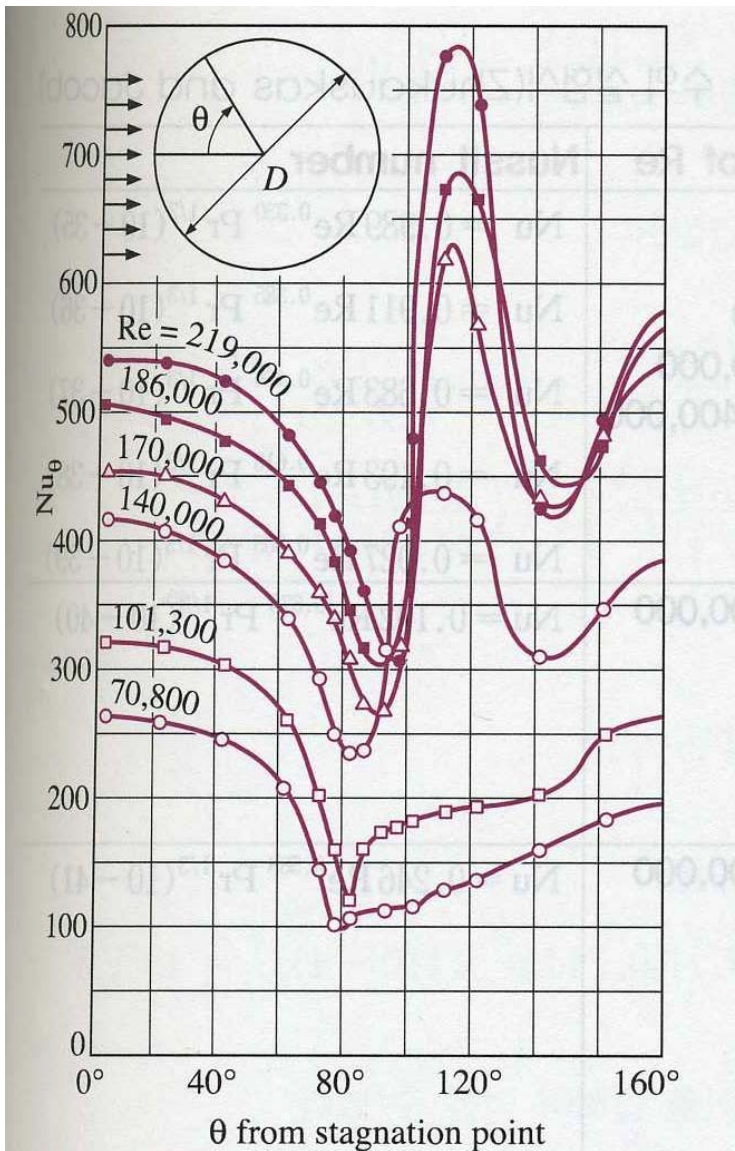


그림 3-22

공기유동과 교차하는 원통의 원주 주위의 국소 열전달계수의 변화(Giedt)

## 6.5 원통과 구를 지나는 유동

$$Re_L = \frac{V_\infty D}{\nu}$$

임계 *Raynolds* 수  $\approx 2 \times 10^5$

$$\text{항력} \quad F_D = C_p \cdot A_N \cdot \frac{\rho v_\infty^2}{2}$$

$A_N$  = 유동 방향에 직각인 면적

$$\text{원통} \quad A_N = LD$$

$$\text{구} \quad A_N = \frac{1}{4}\pi D^2$$

### 열전달계수

그림 6-22에서 보듯이  $Nu_\theta$ 는 실험으로 관찰하면  $\theta=0^\circ$ 에서 비교적 높게 시작되어  $\theta \approx 80^\circ$ 에서 최소도달후  $\theta$ 가 증가함에 따라  $Nu_\theta$ 는 다시 커진다.

그 후 증가하나  $Re=14000 \sim 219000$ 에 해당하는 유동에서는 다시  $Nu_\theta$ 가 최대와 최소를 가진 후 서서히 증가한다.

Churuhill과 Bernstein식 (원통)

$$Nu_{cyl} = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62Re^{1/2}Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[ 1 + \left( \frac{Re}{28,200} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

$$Re, Pr > 0.2$$

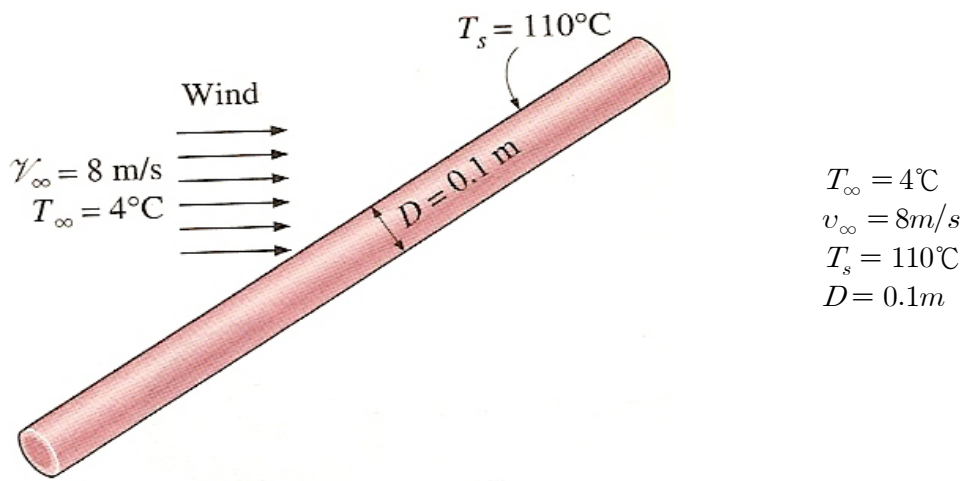
Whitaker 식 (구)

$$Nu_{sph} = \frac{hD}{k} = 2 + [0.4Re^{1/2} + 0.06Re^{2/3}] Pr^{0.4} \left( \frac{\mu_\infty}{\mu_s} \right)^{1/4}$$

$$3.5 \leq Re \leq 80000 \quad 0.7 \leq Pr \leq 380$$

여러 형태의 실린더에 대한 실험식은 표 6-3

(Ex 6-3) 바람부는 상황에서 증기관으로부터의 열손실



(해)  $T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$  에서 공기의 물성치 (표 A-11)

$$k = 0.0283 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad \text{Pr} = 0.708$$

$$\nu = 1.86 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Re = \frac{v_\infty D}{\nu} = 43.011$$

$$Nu = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[ 1 + \left( \frac{Re}{28200} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

$$= 196.3$$

$$\therefore h = \frac{k}{D} Nu = 55.6 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$$

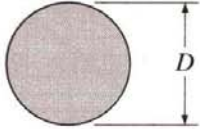

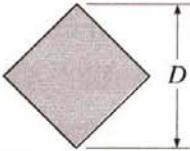
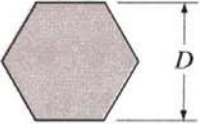
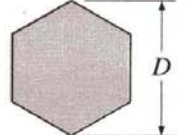
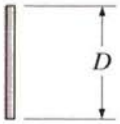
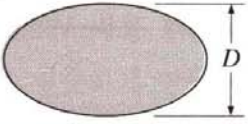
$$\therefore \text{단위길이당 관으로부터 열전달율} (L = 1)$$

$$A = \pi DL = 0.314 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q} = hA(T_s - T_\infty) = 1851 \text{ W}$$

표 3-3

원통 및 비원통과 교차하는 유동에 의한 평균 Nusselt 수의 실험식(Zhukauskas and Jacob)

Cross-section of the cylinder	Fluid	Range of Re	Nusselt number
Circle 	Gas or liquid	0.4-4 4-40 40-4000 4000-40,000 40,000-400,000	$Nu = 0.989 Re^{0.330} Pr^{1/3} (10-35)$ $Nu = 0.911 Re^{0.385} Pr^{1/3} (10-36)$ $Nu = 0.683 Re^{0.466} Pr^{1/3} (10-37)$ $Nu = 0.193 Re^{0.618} Pr^{1/3} (10-38)$ $Nu = 0.027 Re^{0.805} Pr^{1/3} (10-39)$
Square 	Gas	5000-100,000	$Nu = 0.102 Re^{0.675} Pr^{1/3} (10-40)$
Square (tilted-45°) 	Gas	5000-100,000	$Nu = 0.246 Re^{0.588} Pr^{1/3} (10-41)$
Hexagon 	Gas	5000-100,000	$Nu = 0.153 Re^{0.638} Pr^{1/3} (10-42)$
Hexagon (tilted-45°) 	Gas	5000-19,500 19,500-100,000	$Nu = 0.160 Re^{0.638} Pr^{1/3} (10-43)$ $Nu = 0.0385 Re^{0.782} Pr^{1/3} (10-44)$
Vertical plate 	Gas	4000-15,000	$Nu = 0.228 Re^{0.731} Pr^{1/3} (10-45)$
Ellipse 	Gas	2500-15,000	$Nu = 0.248 Re^{0.612} Pr^{1/3} (10-46)$

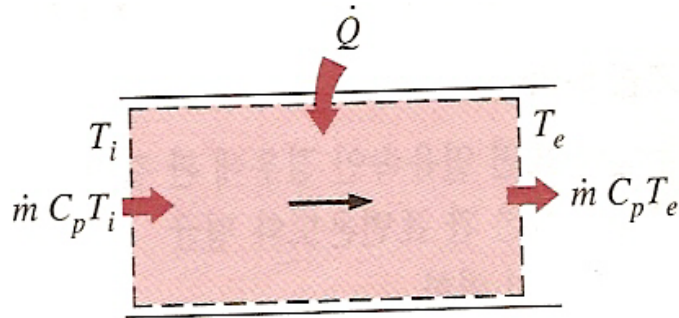


6-6 관안에서의 유동

평균 속도  $V_m$  과 평균온도  $T_m$  으로 단순 이상화 한다.

$$\dot{Q} = \dot{m} C_p (T_e - T_i) \quad T_e : \text{관의 출구에서의 평균온도}$$

$$T_i : \text{관의 입구에서의 평균온도}$$



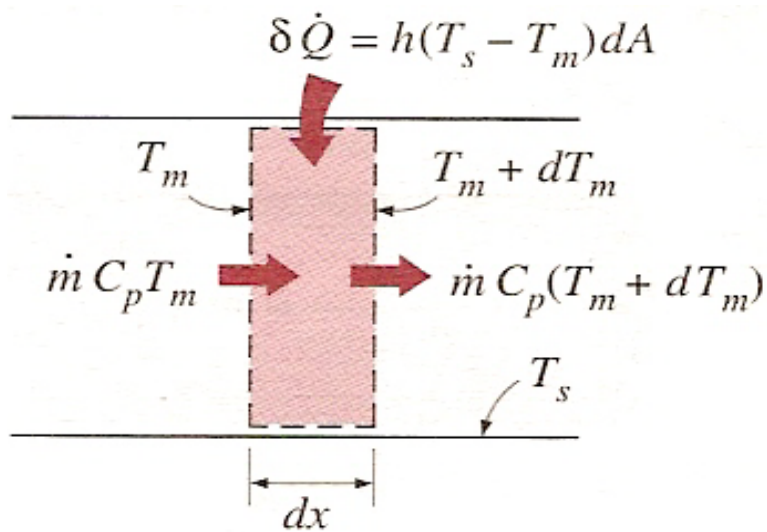
$$\dot{q} = h(T_s - T_m)$$

일정한 표면 열유속 ( $\dot{q} = \text{일정}$ )

$$\dot{Q} = q_s A = \dot{m} C_p (T_e - T_i)$$

원형실린더 경우  $A = \pi DL$

일정한 표면온도 ( $T_s = \text{일정}$ )



$$\dot{m}C_p dT_m = h(T_s - T_m)dA = h(T_s - T_m)pdx$$

$$\frac{d(T_s - T_m)}{T_s - T_m} = -\frac{hp}{\dot{m}C_p}dx \quad (dT_m = d(T_s - T_m))$$

$$\therefore \ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} = -\frac{hA}{\dot{m}C_p}$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)e^{-\frac{hA}{\dot{m}C_p}}$$

$$\dot{Q} = hA\Delta T_{\ln}$$

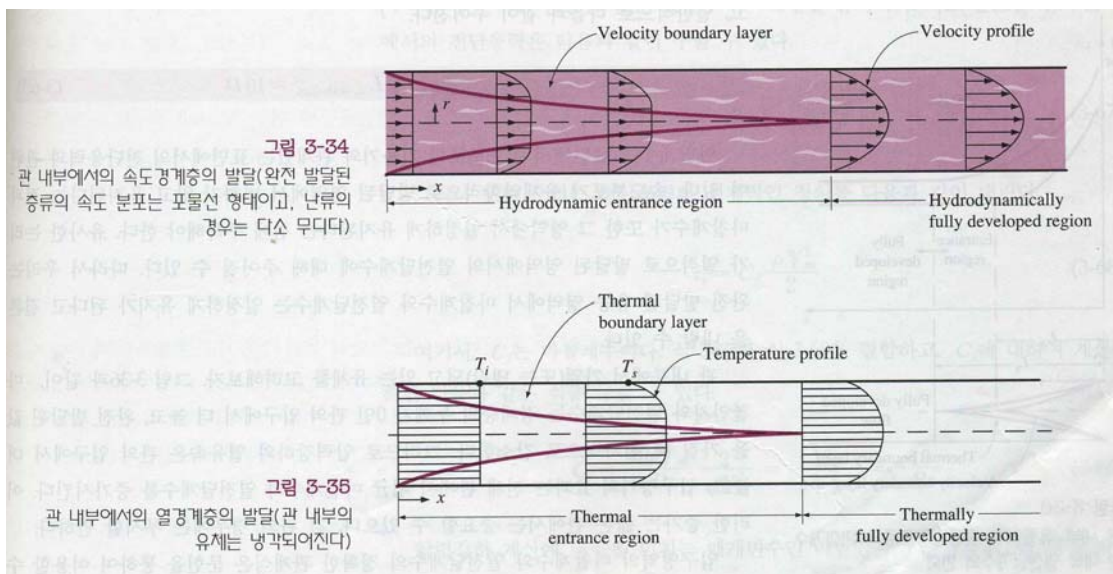
$$\Delta T_{\ln} = \frac{T_e - T_i}{\ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i}} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e / \Delta T_i)}$$

압력강하

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho v_m^2}{2} \quad f: \text{마찰인자}$$

$$\text{펌프동력 } \dot{W}_{\text{pump}} = \Delta P \dot{V} = \Delta P \frac{\dot{m}}{\rho}$$

유체 역학적, 열적 입구 길이



$$L_{h,laminar} = 0.05R_e D$$

$$L_{t,laminar} = 0.05R_e P_r D$$

$$L_{h,laminar} \simeq L_{t,laminar} = 10D$$

관에서의 층류유동

$R_e < 2300$ 에서의 유동은 층류

i) 완전 발달한 층류유동

$$f = \frac{64}{R_e}$$

$$N_u = 3.66 \quad \text{for } T_s = \text{일정}$$

$$N_u = 4.36 \quad \text{for } q_s = \text{일정}$$

ii) 발달 중인 층류유동

$$N_u = 1.86 \left( \frac{R_e P_r D}{L} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0.14}$$

$$\mu_b = -T_b = \frac{T_c + T_i}{2} \text{에서의 점성계수}$$

$\mu_s$  : 표면온도에서 점성계수

$$\star \text{ 수력지름 } D_h = \frac{4A_c}{p} \quad \begin{array}{l} A_c : \text{관의 단면적} \\ p : \text{관의 둘레} \end{array}$$

관에서의 난류 유동 ( $R_e > 4600$ )

매끈한 원형관에서 완전 발달한 난류 유동의 마찰인자

$$f = 0.184 R_e^{-0.2}$$

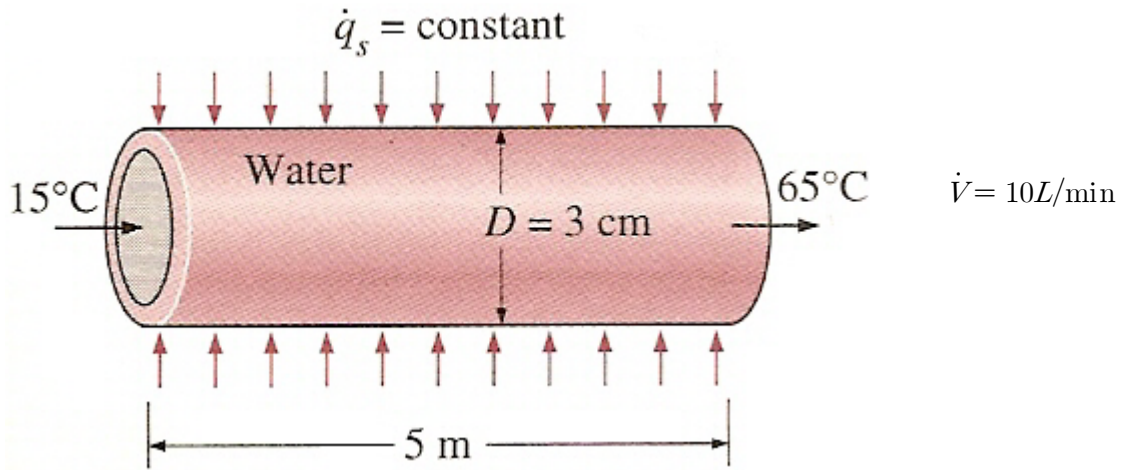
Colburn의 수정식

$$N_u = 0.023 R_e^{0.8} P_r^n \quad \begin{array}{l} 0.7 \leq P_r \leq 160 \\ R_e > 10000 \end{array}$$

가열될 때  $n=0.4$

냉각될 때  $n=0.3$

(ex 6-5) 저항 전열기에 의한 관내의 물 데우기



(해)  $T_b = \frac{T_i + T_e}{2} = 40^\circ\text{C}$  (표 A-9)

$$\rho = 992.1 \text{ kg/m}^3 \quad C_p = 4179 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

$$k = 0.631 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad P_r = 4.32$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 0.658 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$A_c = \frac{1}{4} \pi D^2 = 7.069 \times 10^{-4}$$

$$A = pL = \pi DL$$

$$\dot{V} = 10 \text{ L/min} = 0.01 \text{ m}^3/\text{min} \text{ 이므로}$$

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = 0.1654 \text{ kg/s}$$

$$\dot{Q} = m C_p (T_e - T_i) = 34.6 \text{ KW}$$

$$\dot{q}_s = \frac{\dot{Q}}{A} = 73.46$$

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_m)$$

$T_m = 65^\circ\text{C}$  인데  $T_s$  를 알기 위하여  $h$  계산

이때

$$v_m = \frac{\dot{V}}{A_c} = 0.236 \text{ m/sec}$$

$$R_e = \frac{V_m D}{\nu} = 10760 > 4000 \text{ 난류}$$

$$L_h = L_t \simeq 10D = 0.3\text{m} \ll 5\text{m}$$

$$N_u = \frac{hD}{k} = 0.023 R_e^{0.8} P_r^{0.4} \simeq 69.5$$

$$h = \frac{k}{D} N_u = 1462$$

$$\therefore T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h} = 115^\circ\text{C}$$