

1장 초등논리(Elementary Logic)

김준희

교재

- **집합론**/You-Feng Lin, Shwu-Yeng T. Lin 지음/이흥천
옴김/경문사

1.1 명제와 결합자

정의

명제 : 명제는 참, 거짓 중 어느 한 경우이되 동시에 양쪽은 아닌 평서문

- “미지수 x 에 관한 일차방정식 $x + 1 = 0$ ”은 $x = -1$ 일 때 참이지만 $x \neq -1$ 일 때에는 거짓이다. 이와 같은 서술을 **명제함수**라 하고 $p(x)$ 로 나타낸다.

1.1 명제와 결합자

예제 1

다음은 어느 것이나 명제이다.

- ① 익산은 전라북도의 도시이다.
- ② $2 + 1$ 은 5와 같다.
- ③ $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 소수점 아래 105번째 자리수는 7이다.
- ④ 달은 푸른치즈로 만들어졌다.
- ⑤ 화성에는 지능을 지닌 생명체가 존재하지 않는다.
- ⑥ 지금 서울 지역에 비가 내리고 있다.

1.1 명제와 결합자

예제 1

다음은 어느 것이나 명제이다.

- ① 익산은 전라북도의 도시이다.
- ② $2 + 1$ 은 5와 같다.
- ③ $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 소수점 아래 105번째 자리수는 7이다.
- ④ 달은 푸른치즈로 만들어졌다.
- ⑤ 화성에는 지능을 지닌 생명체가 존재하지 않는다.
- ⑥ 지금 서울 지역에 비가 내리고 있다.

1.1 명제와 결합자

예제 1

다음은 어느 것이나 명제이다.

- ① 익산은 전라북도의 도시이다.
- ② $2 + 1$ 은 5와 같다.
- ③ $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 소수점 아래 105번째 자리수는 7이다.
- ④ 달은 푸른치즈로 만들어졌다.
- ⑤ 화성에는 지능을 지닌 생명체가 존재하지 않는다.
- ⑥ 지금 서울 지역에 비가 내리고 있다.

1.1 명제와 결합자

예제 1

다음은 어느 것이나 명제이다.

- ① 익산은 전라북도의 도시이다.
- ② $2 + 1$ 은 5와 같다.
- ③ $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 소수점 아래 105번째 자리수는 7이다.
- ④ 달은 푸른치즈로 만들어졌다.
- ⑤ 화성에는 지능을 지닌 생명체가 존재하지 않는다.
- ⑥ 지금 서울 지역에 비가 내리고 있다.

1.1 명제와 결합자

예제 1

다음은 어느 것이나 명제이다.

- ① 익산은 전라북도의 도시이다.
- ② $2 + 1$ 은 5와 같다.
- ③ $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 소수점 아래 105번째 자리수는 7이다.
- ④ 달은 푸른치즈로 만들어졌다.
- ⑤ 화성에는 지능을 지닌 생명체가 존재하지 않는다.
- ⑥ 지금 서울 지역에 비가 내리고 있다.

1.1 명제와 결합자

예제 1

다음은 어느 것이나 명제이다.

- ① 익산은 전라북도의 도시이다.
- ② $2 + 1$ 은 5와 같다.
- ③ $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 소수점 아래 105번째 자리수는 7이다.
- ④ 달은 푸른치즈로 만들어졌다.
- ⑤ 화성에는 지능을 지닌 생명체가 존재하지 않는다.
- ⑥ 지금 서울 지역에 비가 내리고 있다.

1.1 명제와 결합자

예제 1

다음은 어느 것이나 명제이다.

- ① 익산은 전라북도의 도시이다.
- ② $2 + 1$ 은 5와 같다.
- ③ $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 소수점 아래 105번째 자리수는 7이다.
- ④ 달은 푸른치즈로 만들어졌다.
- ⑤ 화성에는 지능을 지닌 생명체가 존재하지 않는다.
- ⑥ 지금 서울 지역에 비가 내리고 있다.

1.1 명제와 결합자

예제 2

다음은 모두 명제가 아니다.

- ① 우리의 파티로 오너라.
- ② 하늘은 청명하다.
- ③ 안녕하십니까?
- ④ 여보, 잘 가요!

1.1 명제와 결합자

예제 2

다음은 모두 명제가 아니다.

- 1 우리의 파티로 오너라.
- 2 하늘은 청명하다.
- 3 안녕하십니까?
- 4 여보, 잘 가요!

1.1 명제와 결합자

예제 2

다음은 모두 명제가 아니다.

- ① 우리의 파티로 오너라.
- ② 하늘은 청명하다.
- ③ 안녕하십니까?
- ④ 여보, 잘 가요!

1.1 명제와 결합자

예제 2

다음은 모두 명제가 아니다.

- ① 우리의 파티로 오너라.
- ② 하늘은 청명하다.
- ③ 안녕하십니까?
- ④ 여보, 잘 가요!

1.1 명제와 결합자

예제 2

다음은 모두 명제가 아니다.

- 1 우리의 파티로 오너라.
- 2 하늘은 청명하다.
- 3 안녕하십니까?
- 4 여보, 잘 가요!

1.1 명제와 결합자

정의

단순명제 : 예제 1과 같이 주어와 서술어가 하나씩만 있는 명제

합성명제 : 둘 또는 그 이상의 단순명제들이 결합된 명제

- 합성명제의 예 : “ $2 + 1$ 은 5 와 같다. 그리고 $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 105 째 자리수는 7 이다.”
- 논리에서 단순명제는 p, q, r, \dots 와 같은 소문자로, 합성명제는 P, Q, R, \dots 와 같은 대문자로 나타낸다.

1.1 명제와 결합자

정의

단순명제 : 예제 1과 같이 주어와 서술어가 하나씩만 있는 명제

합성명제 : 둘 또는 그 이상의 단순명제들이 결합된 명제

- 합성명제의 예 : “ $2 + 1$ 은 5 와 같다. 그리고 $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 105 째 자리수는 7 이다.”
- 논리에서 단순명제는 p, q, r, \dots 와 같은 소문자로, 합성명제는 P, Q, R, \dots 와 같은 대문자로 나타낸다.

1.1 명제와 결합자

정의

단순명제 : 예제 1과 같이 주어와 서술어가 하나씩만 있는 명제

합성명제 : 둘 또는 그 이상의 단순명제들이 결합된 명제

- 합성명제의 예 : “ $2 + 1$ 은 5 와 같다. 그리고 $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 105 째 자리수는 7 이다.”
- 논리에서 단순명제는 p, q, r, \dots 와 같은 소문자로, 합성명제는 P, Q, R, \dots 와 같은 대문자로 나타낸다.

1.1 명제와 결합자

정의

단순명제 : 예제 1과 같이 주어와 서술어가 하나씩만 있는 명제

합성명제 : 둘 또는 그 이상의 단순명제들이 결합된 명제

- 합성명제의 예 : “ $2 + 1$ 은 5 와 같다. 그리고 $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 소수점 아래 105번째 자리수는 7 이다.”
- 논리에서 단순명제는 p, q, r, \dots 와 같은 소문자로, 합성명제는 P, Q, R, \dots 와 같은 대문자로 나타낸다.

1.1 명제와 결합자

정의

단순명제 : 예제 1과 같이 주어와 서술어가 하나씩만 있는 명제

합성명제 : 둘 또는 그 이상의 단순명제들이 결합된 명제

- 합성명제의 예 : “ $2 + 1$ 은 5 와 같다. 그리고 $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 소수점 아래 105번째 자리수는 7 이다.”
- 논리에서 단순명제는 p, q, r, \dots 와 같은 소문자로, 합성명제는 P, Q, R, \dots 와 같은 대문자로 나타낸다.

1.1 명제와 결합자

정의

단순명제 : 예제 1과 같이 주어와 서술어가 하나씩만 있는 명제

합성명제 : 둘 또는 그 이상의 단순명제들이 결합된 명제

- 합성명제의 예 : “ $2 + 1$ 은 5 와 같다. 그리고 $\sqrt{3}$ 을 십진법으로 전개할 때 소수점 아래 105번째 자리수는 7 이다.”
- 논리에서 단순명제는 p, q, r, \dots 와 같은 소문자로, 합성명제는 P, Q, R, \dots 와 같은 대문자로 나타낸다.

1.1 명제와 결합자

명제 p, q, r, \dots 을 연결하여 합성명제를 구성하는 방법으로 다음 다섯 가지 **결합자**들이 이용되고 있다.

- 1 “아니다”, 기호 : \sim
- 2 “이고”, 기호 : \wedge
- 3 “또는”, 기호 : \vee
- 4 “... 이면 ...”, 기호 : $\dots \rightarrow \dots$
- 5 “... 이면 그리고 그때에만 ...”, 기호 : $\dots \leftrightarrow \dots$

1.1 명제와 결합자

명제 p, q, r, \dots 을 연결하여 합성명제를 구성하는 방법으로 다음 다섯 가지 **결합자**들이 이용되고 있다.

- ① “아니다”, 기호 : \sim
- ② “이고”, 기호 : \wedge
- ③ “또는”, 기호 : \vee
- ④ “... 이면 ...”, 기호 : $\dots \rightarrow \dots$
- ⑤ “... 이면 그리고 그때에만 ...”, 기호 : $\dots \leftrightarrow \dots$

1.1 명제와 결합자

명제 p, q, r, \dots 을 연결하여 합성명제를 구성하는 방법으로 다음 다섯 가지 **결합자**들이 이용되고 있다.

- ① “아니다”, 기호 : \sim
- ② “이고”, 기호 : \wedge
- ③ “또는”, 기호 : \vee
- ④ “... 이면 ...”, 기호 : $\dots \rightarrow \dots$
- ⑤ “... 이면 그리고 그때에만 ...”, 기호 : $\dots \leftrightarrow \dots$

1.1 명제와 결합자

명제 p, q, r, \dots 을 연결하여 합성명제를 구성하는 방법으로 다음 다섯 가지 **결합자**들이 이용되고 있다.

- ① “아니다”, 기호 : \sim
- ② “이고”, 기호 : \wedge
- ③ “또는”, 기호 : \vee
- ④ “... 이면 ...”, 기호 : $\dots \rightarrow \dots$
- ⑤ “... 이면 그리고 그때에만 ...”, 기호 : $\dots \leftrightarrow \dots$

1.1 명제와 결합자

명제 p, q, r, \dots 을 연결하여 합성명제를 구성하는 방법으로 다음 다섯 가지 **결합자**들이 이용되고 있다.

- ① “아니다”, 기호 : \sim
- ② “이고”, 기호 : \wedge
- ③ “또는”, 기호 : \vee
- ④ “... 이면 ...”, 기호 : $\dots \rightarrow \dots$
- ⑤ “... 이면 그리고 그때에만 ...”, 기호 : $\dots \leftrightarrow \dots$

1.1 명제와 결합자

하나의 명제 p 에 대하여

“ p 가 **아니다.**” 또는 “ p 의 **부정**”으로 불리는 $\sim p$ 는 p 가 거짓일 때 참, p 가 참일 때 거짓인 명제이다.

“ p 의 부정”에 대한 **진리표**이다.

p	$\sim p$
T	F
F	T

여기서 문자 T 와 F 는 각각 참, 거짓을 나타낸다. 표 1의 첫째 열에는 p 에 대한 두 가지의 가능한 **진리값**, 즉 T 또는 F 를 적어둔다.

1.1 명제와 결합자

정의 1

합성명제 $p \wedge q$: “ p 이고 q ” 혹은 “ p 와 q 의 논리곱”이라고 읽는다.

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

- p : 오늘은 월요일이다. q : 내일은 화요일이다.
- $p \wedge q$: 오늘은 월요일이고 내일은 화요일이다.

1.1 명제와 결합자

정의 1

합성명제 $p \wedge q$: “ p 이고 q ” 혹은 “ p 와 q 의 논리곱”이라고 읽는다.

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

- p : 오늘은 월요일이다. q : 내일은 화요일이다.
- $p \wedge q$: 오늘은 월요일이고 내일은 화요일이다.

1.1 명제와 결합자

정의 1

합성명제 $p \wedge q$: “ p 이고 q ” 혹은 “ p 와 q 의 논리곱”이라고 읽는다.

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

- p : 오늘은 월요일이다. q : 내일은 화요일이다.
- $p \wedge q$: 오늘은 월요일이고 내일은 화요일이다.

1.1 명제와 결합자

- $p \wedge q$ 와 같은 합성명제에 대하여 각각의 명제 p, q 를 그 **성분**이라고 한다.
- $p \wedge q$ 와 같이 두 성분으로 이루어진 합성명제에서 검토해야할 모든 가능성 곧 **논리적 가능성**은 다음과 같이 4가지이다.
 - p 는 참이고 q 는 참이다.
 - p 는 참이고 q 는 거짓이다.
 - p 는 거짓이고 q 는 참이다.
 - p 는 거짓이고 q 는 거짓이다.

1.1 명제와 결합자

- $p \wedge q$ 와 같은 합성명제에 대하여 각각의 명제 p, q 를 그 **성분**이라고 한다.
- $p \wedge q$ 와 같이 두 성분으로 이루어진 합성명제에서 검토해야할 모든 가능성 곧 **논리적 가능성**은 다음과 같이 4가지이다.
 - ① p 는 참이고 q 는 참이다.
 - ② p 는 참이고 q 는 거짓이다.
 - ③ p 는 거짓이고 q 는 참이다.
 - ④ p 는 거짓이고 q 는 거짓이다.

1.1 명제와 결합자

예제 3

다음 합성명제의 진리표를 작성하여라.

$$\sim [(\sim p) \wedge (\sim q)]$$

[풀이]

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p) \wedge (\sim q)$	$\sim [(\sim p) \wedge (\sim q)]$
단	계	1	1	2	3

연습문제 1.1

12 ~ 19, 21, 24 번 과제물 : 3월 11일(화) 제출

1.2 나머지 세 결합자

“또는”의 애매한 용례

- $x^2 = 1$ 이면 $x = 1$ 또는 $x = -1$ 이다. (둘 다 포함)
- 나는 유미 또는 영숙이와 결혼할 것이다. (둘 중 한 사람만)

1.2 나머지 세 결합자

정의 2

합성명제 $p \vee q$: “ p 또는 q ” “혹은 p 와 q 의 논리합”이라고 읽는다.

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

1.2 나머지 세 결합자

정의 3

임의의 두 명제 P, Q (단순명제, 합성명제 모두 가능)에 대하여 모든 논리적 가능성에 대하여 각각 진리값이 같으면 P 와 Q 는 **논리적 동치** 또는 간단히 **동치**라 하고, 이것을 $P \equiv Q$ 와 같이 나타낸다.

- Check that $p \vee q \equiv \sim (\sim p \wedge \sim q)$.

1.2 나머지 세 결합자

정의 4

조건문 $p \rightarrow q$: 아래 진리표와 같이 $\sim (p \wedge \sim q)$ 와 동치인 명제로 정의하고, “ p 이면 q 이다”라고 읽는다.

경우	p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \rightarrow q [\equiv \sim (p \wedge \sim q)]$
1	T	T	F	F	T
2	T	F	T	T	F
3	F	T	F	F	T
4	F	F	T	F	T

1.2 나머지 세 결합자

- p : 비가 내린다.
- q : 기온이 내려간다.
- $p \rightarrow q$: 비가 내리면 기온이 내려간다.

위 조건문의 진리값은 언제 거짓일까?

1.2 나머지 세 결합자

비와 기온에 대한 모든 가능성을 생각해 보자.

- ① 비가 내리고 있고, 기온이 내려가고 있다.
- ② 비가 내리고 있고, 기온이 내려가고 있지 않다.
- ③ 비가 내리고 있지 않고, 기온이 내려가고 있다.
- ④ 비가 내리고 있지 않고, 기온이 내려가고 있지 않다.

위의 경우 중 어느 것이 거짓일까?

1.2 나머지 세 결합자

- 비가 내리지만 기온이 내려가지 않을 때에만 $p \rightarrow q$ 는 거짓!!
- 즉, $p \wedge \sim q$ 가 참일 때에만 $p \rightarrow q$ 는 거짓.
- 따라서, $\sim (p \wedge \sim q)$ 가 참일 때에만 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

1.2 나머지 세 결합자

- 비가 내리지만 기온이 내려가지 않을 때에만 $p \rightarrow q$ 는 거짓!!
- 즉, $p \wedge \sim q$ 가 참일 때에만 $p \rightarrow q$ 는 거짓.
- 따라서, $\sim (p \wedge \sim q)$ 가 참일 때에만 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

1.2 나머지 세 결합자

- 비가 내리지만 기온이 내려가지 않을 때에만 $p \rightarrow q$ 는 거짓!!
- 즉, $p \wedge \sim q$ 가 참일 때에만 $p \rightarrow q$ 는 거짓.
- 따라서, $\sim (p \wedge \sim q)$ 가 참일 때에만 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

1.2 나머지 세 결합자

한번 더 생각하기

명제 " $x = 1$ 이면 $x^2 = 1$ 이다"는 언제 거짓일까?

1.2 나머지 세 결합자

정의 5

쌍조건문 $p \leftrightarrow q$: $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ 와 동치인 명제로 정의하고, “ p 이면 그리고 그때에만 q 이다”라고 읽는다.

1.2 나머지 세 결합자

예제 4

$p \leftrightarrow q$ 의 진리표를 작성하여라.

풀이

경우	p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \leftrightarrow q [\equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$
1	T	T	T		
2	T	F	F		
3	F	T	T		
4	F	F	T		
단계			1	1	2

연습문제 1.2

4, 5, 7, 8, 13, 14 번 : 스스로 해결, 질문은 연구실로