

8장 축

8장 축 8-1

◆ 축의 분류

1. 용도에 의한 분류

- (1) 차축(axle)
 - 회전하지 않으며, 동력을 전달하지 않는 축
 - 굽힘모멘트를 받음
- (2) 전동축(transmission shaft)
 - 동력전달을 목적으로 회전하는 축
 - 주로 비틀림 모멘트를 받으나 굽힘 모멘트도 작용
- (3) 스피들(spindle)
 - 비틀림 모멘트와 굽힘 모멘트를 받음

8장 축 8-2

2. 모양에 의한 분류

- (1) 직선축(straight shaft)
 - 축이 길이방향으로 직선
- (2) 크랭크축(crank shaft)
 - 축이 길이방향으로 직선이 아닌 축
 - 왕복운동을 회전운동으로 변환

8장 축 8-3

◆ 축의 재료

1. 일반용 축재료

- 강도를 필요로 하지 않는 소형축
일반구조용 압연강재
기계구조용 탄소강 강재를 불림하여 사용
- 강도를 요하는 소형축
기계구조용 탄소강 강재를 담금질, 뜨임하여 사용

8장 축 8-4

2. 강력한 축의 재료

- 기계구조용 탄소강 강재
- 크롬강 강재
 - 열처리로 인한 경화 균열이 적으므로 굽은축 사용
- 니켈크롬강 강재
 - 소형축, 크랭크축, 프로펠러축
- 니켈크롬몰리브덴강 강재
 - 크랭크축, 대형 축류, 긴 축, 중소형축
- 크롬몰리브덴강 강재
 - 자동차 뒷차축

8장 축 8-5

<축의 상용재료>

(단위 : [mm])

재료	기호	참고 (규격)	용도 예	인장강도 [kgf/mm ²]
기계구조용 탄소강 (KS D 3752)	SM 10 C ~ SM 25 C	좌동	소형축, 모터축	32~45
	SM 35 C ~ SM 40 C	좌동	차축, 일반축	52~62
	SM 45 C	좌동	크랭크축, 일반축	58~70
	SM 15 CK	좌동	캠축, 피스톤 핀	50 이상
크롬강 (KS D 3707)	SCr 415, 420	SCr 21, 22	캠축, 스피들인축	75~110
	SCr 430, 435, 440, 445	SCr 2, 3, 4, 5	중형 일반축, 대형 일반축	

8장 축 8-6

◆ 축의 바깥지름

<표준 축지름(KB B 0406 축의 지름)>

(단위 : [mm])

축 지름 [mm]
4 (4.5) 5 (5.6) 6 (6.3) 7 (7.1) 8 9 10 (11) (11.2) 12 (12.5) (14) 15 (16) 17 (18) (19) 20 22 (22.4) (24) 25 28 30 (31.5) 32 35 (35.5) (38) 40 (42) 45 (46) 50 55 (56) 60 (63) 65 70 (71) 75 80 85 90 95 100 105 110 (112) 120 130 140 150 160 170 180 190 200 220 (224) 240 (250) 260 280 300 (315) 320 340 (355) 360 380 400 420 440 (450) 460 480 500 (530) 560 600 630

주 괄호 안의 수는 해당 크기의 구름 베어링 안지름이 없는 경우이다.

8장 축 8-7

◆ 축설계시 고려사항

- (1) 강도(strength)
- (2) 강성(rigidity)
- (3) 진동(vibration)
- (4) 열응력(thermal stress) 및 열팽창
- (5) 부식(corrosion)

8장 축 8-8

◆ 축설계

◎ 축의 강도설계

1. 굽힘 모멘트만 받는 축

$$\sigma = \frac{My}{I_{yy}}$$

$$I_{yy} = \frac{\pi(d_o^4 - d_i^4)}{64} \text{ 이며}$$

d_o 는 바깥지름
 d_i 는 안지름

8장 축 8-9

$\frac{d_i}{d_o} = x$ 인 중공축(中空軸)의 바깥지름은

$$d_o = \sqrt[3]{\frac{32M}{\pi(1-x^4)\sigma_a}}$$

σ_a 는 허용 굽힘응력
중심축(中實軸)의 경우 $d_i = 0(x=0)$

8장 축 8-10

2. 비틀림 모멘트만 받는 축

$$\tau = \frac{Tr}{I_p}$$

$$I_p = \frac{\pi(d_o^4 - d_i^4)}{32} \text{ 이며}$$

d_o 는 바깥지름
 d_i 는 안지름

8장 축 8-11

$\frac{d_i}{d_o} = x$ 인 중공축의 바깥지름은

$$d_o = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi(1-x^4)\tau_a}}$$

τ_a 는 허용 전단응력
중심축의 경우 $d_i = 0(x=0)$

8장 축 8-12

3. 굽힘 모멘트와 비틀림 모멘트를 동시에 받는 축

(1) 연성재료의 경우

→ 최대 전단응력설 적용

$\frac{d_i}{d_o} = x$ 인 중공축의 바깥지름은

$$d_o = \sqrt[3]{\frac{16T_e}{\pi(1-x^4)\tau_a}}$$

T_e 는 상당비틀림 모멘트 $T_e = \sqrt{M^2 + T^2}$

중실축의 경우는 $d_i = 0(x=0)$

8장 축

8-13

(2) 취성재료의 경우

→ 최대 주응력설 적용

$\frac{d_i}{d_o} = x$ 인 중공축의 바깥지름은

$$d_o = \sqrt[3]{\frac{32M_e}{\pi(1-x^4)\sigma_a}}$$

M_e 는 상당굽힘 모멘트 $M_e = \frac{1}{2}(M + \sqrt{M^2 + T^2})$

중실축의 경우는 $d_i = 0(x=0)$

8장 축

8-14

4. 동하중을 받는 축

$$\begin{matrix} M \\ T \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} k_m M \\ k_t T \end{matrix} \text{ 로 계산}$$

k_m 은 굽힘 모멘트계수
 k_t 은 비틀림 모멘트 계수

8장 축

8-15

(1) 연성재료로 된 축이 동하중을 받는 경우

$$T_e = \sqrt{(k_m M)^2 + (k_t T)^2}$$

중공축의 바깥지름은

$$d_o = \sqrt[3]{\frac{16T_e}{\pi(1-x^4)\tau_a}}$$

중실축의 경우 $d_i = 0(x=0)$

8장 축

8-16

(2) 취성재료로 된 축이 동하중을 받는 경우

$$M_e = \frac{1}{2} \left\{ k_m M + \sqrt{(k_m M)^2 + (k_t T)^2} \right\}$$

중공축의 축지름은

$$d_o = \sqrt[3]{\frac{32M_e}{\pi(1-x^4)\sigma_a}}$$

중실축의 경우 $d_i = 0(x=0)$

8장 축

8-17

<동적효과계수 k_m, k_t 의 값>

하중의 종류	회전축		정지축	
	k_t	k_m	k_t	k_m
정하중, 약한 동하중	1.0	1.5	1.0	1.0
심한 동하중, 약한 충격하중	1.0~1.5	1.5~2.0	1.5~2.0	1.5~2.0
격렬한 충격하중	1.5~3.0	2.0~3.0	-	-

8장 축

8-18

5. 키홈이 있는 축

- 키홈의 영향으로 축의 강도가 저하

키홈이 없는 축의 비틀림강도에 대한 키홈이 있는 축의 비틀림강도의 비는

$$\beta = \frac{\text{키홈이 있는 축의 강도}}{\text{키홈이 없는 축의 강도}} = 1.0 - 0.2 \frac{b}{d_0} - 1.1 \frac{t}{d_0}$$

d_0 은 키홈을 제외한 축 지름

b 는 키홈의 폭

t 는 키홈의 깊이

8장 축

8-19

β 는 0.64~0.9의 범위

자료가 없을 때 표준값 0.75를 취한다

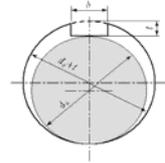
$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi\beta\tau_a}}$$

복합적인 하중이 작용하는 경우

$$d = d_0 + t$$

d_0 는 키홈을 제외한 축지름

t 는 키홈의 높이



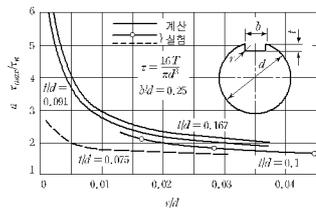
<키홈이 있는 축>

8장 축

8-20

6. 응력집중

(1) 노치 홈(키홈)이 있는 축

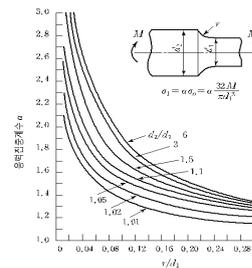


<키홈의 응력집중계수>

8장 축

8-21

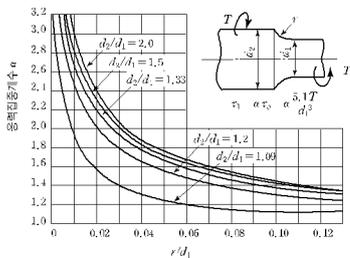
(2) 단이진 축의 응력집중



<단이진 축에서 굵힘 모멘트에 의한 응력집중>

8장 축

8-22



<단이진 축에서 비틀림 모멘트에 의한 응력집중>

8장 축

8-23

<축의 노치계수>

노치형태	노치그림 (높은 응력집중 ← 낮은 응력집중)	하중의 형식	
		최적균형 β_m	변복합비율 β_f
단이진 축의 필릿부분		1.5~3.5	1.2~2.5
원형그리 모양 홈		1.5~2.5	1.2~1.5
축을 관통한 요일구멍		1.3~2.3	1.2~2.2

8장 축

8-24

7. 중공축과 중실축

중실축과 중공축의 비교

(1) 동일재료, 같은 크기의 비틀림 모멘트를 전달하는 경우 바깥지름의 크기를 비교하면

$$T = \frac{\pi}{32} \frac{d^4}{(d/2)} \tau_a = \frac{\pi}{32} \frac{(d_o^4 - d_i^4)}{(d_o/2)} \tau_a \quad \text{에서}$$

$$\frac{d_o}{d} = \sqrt[3]{\frac{1}{1-x^4}}$$

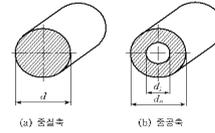
8장 축

8-25

(2) 동일재료, 동일길이로 구성된 경우 중량비는

$$\varepsilon = \frac{\text{중공축의 질량}}{\text{중실축의 질량}} = \frac{d_o^2 - d_i^2}{d^2} = \sqrt{\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}} < 1$$

중공축 사용 → 가벼우면서 큰 비틀림강도를 얻는다



<중공축과 중실축>

8장 축

8-26

◎ 축의 강성설계

1. 비틀림 강성

비틀림 모멘트에 의한 축의 비틀림각을 어떤 범위 이내로 제한

$$\theta = \frac{T \cdot l}{G \cdot I_p} = \frac{5760 T \cdot l}{\pi^2 G d^4}$$

θ는 rad단위의 비틀림각

I_p는 극2차 단면계수

G는 축재료의 가로탄성계수

l은 축의 길이

8장 축

8-27

(1) 바하(Bach)의 축공식

연강($G = 8300[kg_f/mm^2]$)으로 된 축에서 길이 $l = 100[cm]$ 당 비틀림각 θ 가 0.25° 이내의 범위

중공축의 바깥지름 $d_o[mm]$ 은

$$T = 716200 \frac{H_{ps}}{N} \quad \text{적용}$$

$$T = 974000 \frac{H'_{kw}}{N} \quad \text{적용}$$

$$d_o = 120 \sqrt[3]{\frac{H_{ps}}{(1-x^4)N}}$$

$$d_o = 130 \sqrt[3]{\frac{H'_{kw}}{(1-x^4)N}}$$

H[PS], H'[kW]는 전달동력

N[rpm]은 회전속도

8장 축

8-28

(2) 강도설계와의 비교

강도설계식을 연강($\tau_a = 2.1[kg_f/mm^2]$)에 대해 적용

$$d_o = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi(1-x^4)\tau_a}}$$

전달 토크식을 적용하면 중공축의 바깥지름 $d_o[mm]$ 은

$$d_o = 130 \sqrt[3]{\frac{H'}{(1-x^4)N}}$$

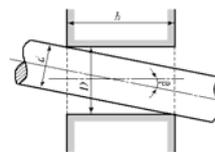
강성설계에 의한 축지름 설계가 더 안전한 범위에 있다

8장 축

8-29

2. 굽힘강성

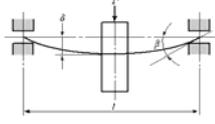
굽힘 모멘트에 의한 축의 휨 경사각을 어떤 범위 이내로 제한



<휨경사로 인한 축과 베어링의 접촉>

8장 축

8-30



<단일점 회전축에서 처짐과 처짐각과의 관계>

최대처짐량(보의 중심) 최대 처짐각(단순지지점)

$$\delta = \frac{Pl^3}{48EI}$$

$$\beta = \frac{Pl^2}{16EI}$$

8장 축 8-31

두 식에서

$$\frac{\delta}{l} = \frac{\beta}{3}$$

전동축에서 최대 처짐각은 $\frac{1}{1000}[rad]$ 이하로 제한

$$\frac{\delta}{l} \leq \frac{1}{3000}$$

축길이 1m에 대해 축처짐이 0.33m 이하가 되도록 설계

8장 축 8-32

일반적인 설계 기준치

공장 전동축(벨트구동) $\delta \leq 0.35[mm/m]$
 일반 전동축(등분포하중) $\delta \leq 0.30[mm/m]$
 (중앙집중하중) $\delta \leq 0.33[mm/m]$
 터빈축(원통형 축) $\delta \leq 0.026 \sim 0.128[mm/m]$
 (원판형 축) $\delta \leq 0.128 \sim 0.165[mm/m]$
 선반주축(주축 끝에서) $\delta \leq 0.05 \sim 0.2[mm/m]/100[kg_f]$
 기어축(b=이너비) $\delta \leq 0.05[mm/m]/b[cm]$

8장 축 8-33

◎ 축의 진동

- 진동방향에 따라 굽힘진동, 비틀림진동, 길이방향진동
- 주로 굽힘진동을 고려
- 큰 비틀림하중을 받는 경우 비틀림진동을 고려
- 축의 운동속도를 결정할 때 축의 고유진동수로부터 25% 이상 떨어질 것을 권장

8장 축 8-34

1. 축 자체의 질량이 분포하중으로 작용하는 축의 위험속도

계의 1차 고유진동수를 계산하면

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\delta_0}} [rad/s]$$

g는 중력가속도
 delta_0는 상당처짐량. 진동식 또는 축처짐식에서 구한다

8장 축 8-35

분당회전수 $N_0[rpm]$ 단위로 고치면

$$N_0 = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_0}} [rpm]$$

delta_0는 진동식에서 계산된 양(delta_cr)을 사용하나 불가능할 경우 최대 처짐량을 사용

8장 축 8-36

<균일한 분포하중을 갖는 계의 1차 고유진동수>

경계조건 / 그림	β, l 의 값	고유진동수 계산을 위한 상당저질감 (k_e)	최대처짐 (k_{max})
고정-자유 	1.875104	$\frac{1}{12.36} \frac{ql^4}{EI}$	$\frac{1}{8} \frac{ql^4}{EI}$
단순-단순 	π	$\frac{1}{\pi^4} \frac{ql^4}{EI}$	$\frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$
고정-고정 	4.730041	$\frac{1}{500} \frac{ql^4}{EI}$	$\frac{1}{384} \frac{ql^4}{EI}$

8장 축 8-37

2. 1개의 집중질량으로 구성된 회전체를 갖는 축의 위험속도

축 자체 질량 무시, 축의 강성만을 고려

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{mg/k}} = \sqrt{\frac{g}{\delta_1}} [\text{rad/s}]$$

분당회전수 N_1 [rpm] 단위로 고쳐쓰면

$$N_1 = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_1}} [\text{rpm}]$$

δ_1 은 집중질량이 있는 곳에서의 처짐량

8장 축 8-38

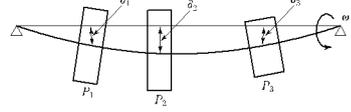
<집중 하중이 작용하는 계에서의 처짐>

경계조건 / 그림	하중 작용점에서 처짐 (δ)	비고
고정-자유 	$\frac{W \cdot l^3}{3EI}$	최대 경사각 $\theta_{max} = \frac{Wl^2}{2EI}$
고정-고정 	$\frac{W \cdot l_1^3 \cdot l_2^3}{3EI \cdot l^3}$	
고정-단순 	$\frac{W \cdot l_1^3 \cdot l_2^3 \cdot (3l + l_2)}{12EI \cdot l^3}$	

8장 축 8-39

3. 여러 개의 회전체로 구성된 축의 위험속도

레이레이(Rayleigh)방법과 던커레이(Dunkerley)방법



<여러 회전체를 갖는 회전축>

8장 축 8-40

(1) 던커레이(Dunkerley) 공식

- 각 회전체들을 각각 축에 부착하였을 때의 고유진동수로부터 계 전체의 1차 고유진동수를 근사적으로 계산
- 정확한 고유진동수보다 작다

$$\frac{1}{N_{cr}^2} = \frac{1}{N_0^2} + \frac{1}{N_1^2} + \frac{1}{N_2^2} + \dots + \frac{1}{N_n^2}$$

N_{cr} 은 축에 모든 회전체를 부착한 상태의 축의 위험속도
 N_0 은 축의 자중만을 고려한 위험속도
 N_i 는 각 회전체를 단독으로 설치했을 경우의 위험속도

8장 축 8-41

(2) 레이레이(Rayleigh) 방법

- '운동에너지와 위치에너지의 최대값은 같다'를 이용
- 정확한 1차 고유진동수보다 크다

$$\omega_1 = \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2}} = \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i^2}}$$

$$N_{cr} = \frac{30}{\pi} \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i^2}}$$

8장 축 8-42

◎ 베어링 사이의 거리

1. 굽힘강도에 의한 베어링 간격

- (1) 축의 끝에 있는 베어링과 인접한 베어링 사이의 거리
 축의 끝부분 베어링은 단순지지
 중간 베어링은 고정지지

$$M_{\max} = \frac{wl_1^2}{8}$$

$$M_{\max} = \frac{\sigma_b I_{yy}}{y_{\max}} = \left(\frac{\pi}{32} d^3 \right) \sigma_b$$

8장 축 8-43

분포하중 $w = \rho g \left(\frac{\pi}{4} d^2 \right)$ 에서 밀도를 $7.85 \times 10^6 [kg/mm^3]$
 굽힘응력을 $\sigma_b = 3[kgf/mm^2]$ 로 하고

끝에 있는 베어링과 인접한 베어링 사이 거리 l_1 은

$$l_1 = 310\sqrt{d} [mm]$$

8장 축 8-44

- (2) 가운데 있는 베어링들 사이의 거리

베어링이 축의 중간에 있을 경우 고정지지로 설정

$$M_{\max} = \frac{wl_2^2}{12}$$

$$M_{\max} = \frac{\sigma_b I_{yy}}{y_{\max}} = \left(\frac{\pi}{32} d^3 \right) \sigma_b$$

가운데 있는 베어링들 사이의 거리 l_2 은

$$l_2 = 380\sqrt{d} [mm]$$

8장 축 8-45

2. 굽힘강성에 의한 베어링 간격

양단이 모두 단순지지일 경우 처짐각이 $\beta = \frac{1}{1000} [rad]$
 이내가 되도록 제한

축의 처짐각은 $\beta = \frac{wl^3}{24EI}$ 이고 $E = 206,000 [N/mm^2]$

베어링 간격 l 은

$$l = 100\sqrt[3]{d^2} [mm]$$

8장 축 8-46

3. 언윈(Unwin)의 경험식

실용적으로 쓰이는 산업기계의 베어링 간격은

$$l = K\sqrt{d} [mm]$$

<계수 K>

축의 종류	K값
자중만이 작용하는 축	285~380
2~3개의 풀리, 기어를 가진 축	250~280
방직기계 등의 제조공장용 축	200~230

8장 축 8-47